Ben Rabah

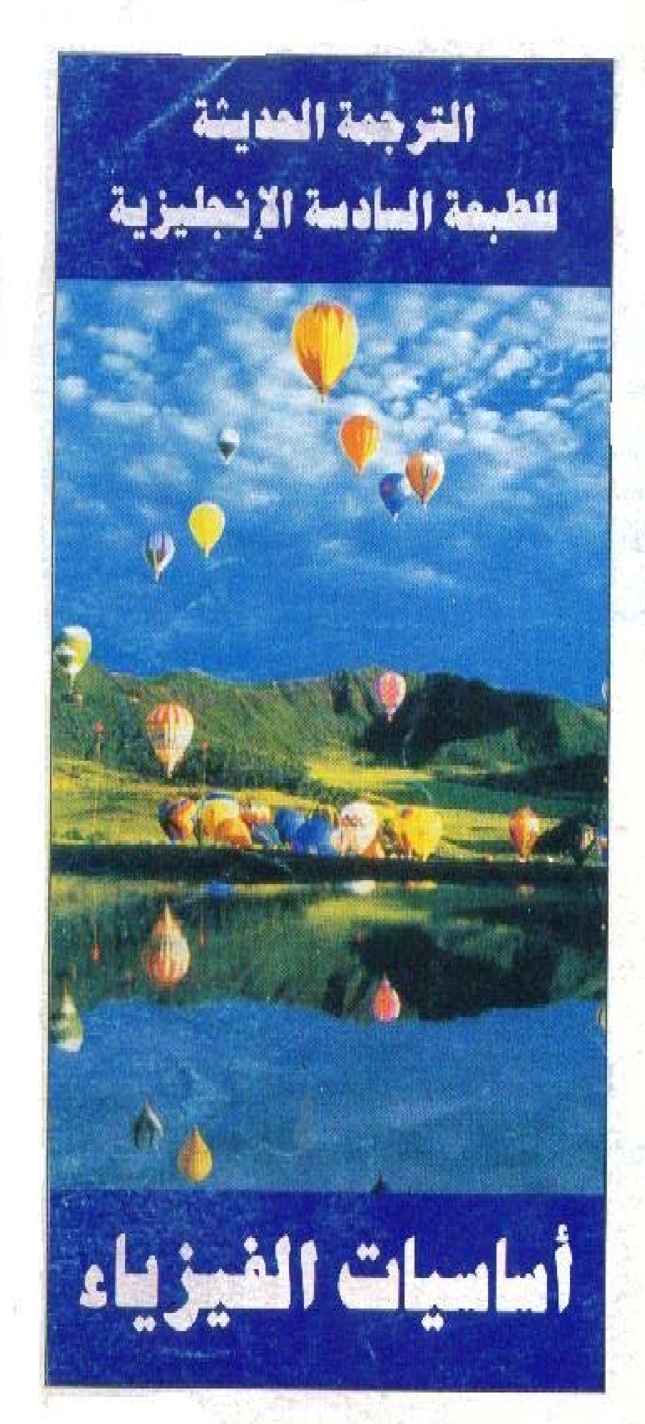




الدار الدولية للإستثمارات الثقافية ش.م.م.
مصر

...وش
جيرد

Ben Rabah



الطبعة العربية الأولى
الدار الدولية للاستثمارات الثقافية

فريدريك . ج . بوش
بجامعة دايتون سابقاً

دافيد . أ . جيرد
جامعة سانت كلاود الحكومة

ترجمة

الدكتور سعيد الجزيري
أستاذ الفيزياء - كلية العلوم
جامعة القاهرة

الدكتور محمد أمين سليمان
أستاذ الفيزياء - كلية العلوم
جامعة القاهرة

مراجعة

الدكتور أحمد فؤاد باشا
أستاذ الفيزياء وعميد كلية العلوم
جامعة القاهرة



فريديك . ج . بوش :

أستاذ متميز بجامعة دايتون - متفرغ . حصل على البكالوريوس من جامعة ميتشجان وعلى دكتوراة الفلسفة في الفيزياء من جامعة كورنيل . وبعد أن عمل بعد الدكتوراة في مجال الفيزياء الكيميائية ، شغل منصب الأستاذية في جامعات وايومنج ، آكرون ودايتون . وقد أسفرت أبحاثه في مجال فيزياء البوليمرات والبلاستيك عن نشر نحو مائة بحث وكتاب ذي مستوى متقدم للدراسات العليا في نفس المجال . واعترافًا بمكانته العلمية تم انتخابه كزميل بالجمعية الفيزيائية الأمريكية .

ولما كان « بوش » معلمًا بالدرجة الأولى فقد قام بتدريس الفيزياء على جميع المستويات خلال مراحل عمله ، بما في ذلك قضاء عامين مع فيلق السلام في تركيا . وقد ألف عددًا من كتب الفيزياء الأولية التي يستخدمها كثير من الطلاب في العالم بأسره .

دافيد ، أ . جيرد :

هو أستاذ ورئيس قسم الفيزياء والفلك والعلوم الهندسية في جامعة سانت كلاود (مينيسوتا) الحكومية . وقد حصل على درجة الماجستير في الفيزياء من جامعة مينيسوتا ، ودرجة دكتوراة الفلسفة من جامعة واشنطون . وفي الفترة من 1957 حتى 1969 عمل كفيزيائي باحث في شركة بوينج في سياتل وانخرط في بحوث أساسية في مجال فيزياء البلازما والبحوث التطبيقية حول الاستشعار بالأشعة تحت الحمراء وتكنولوجيا الليزر .

وانضم البروفيسور جيرد عام 1969 لهيئة تدريس جامعة سانت كلاود الحكومية حيث قام بتدريس الفيزياء على مدى الخمس وعشرين سنة الماضية واشترك في البحوث المنشورة في فيزياء البلازما وألف طبعتين من الدليل الدراسي المصاحب لكتاب الفيزياء الأساسية للكليات الذى وضعه ج . موليجان .

الفلسفة الأساسية للكتاب :

بداية فإن هذا الكتاب لم يراد له أن يكون موسوعيًا ، ولا أن يحتوى على اشتقاقات رياضية مطولة أو سير تاريخية . ويتم تناول كل مبدأ أساسي لتوضيح معناه ، ثم كتابته على صورة رياضية ، ثم الانتقال مباشرة إلى تطبيقه فى أمثلة محلولة وتوضيحية ويتم تقريب المبادئ إلى الأذهان وتنميتها بواسطة أمثلة مستقاة ـ كلما كان ذلك ممكنًا ـ من المشاهدات المألوفة للطلاب .

وتعتبر الافتراضات التالية أساسًا للملامح الخاصة المستخدمة فى الكتاب :

1 ـ على الطالب أن يكون قادرًا على التعبير بعد أن يعي الهدفين المذكورين آنفًا بطرق متعددة . وأحد الأساليب ، التى تعتبر تقليديًا أساس معظم اختبارات المقرر ، هو القدرة على حل مسائل كمية . أو أن يكون الطالب قادرًا على الوصول إلى إجابات صحيحة لأسئلة نوعية تتضمن تطبيق مبادئ فيزيائية .

2 ـ تقوم القدرة على حل المسائل على القدرة على صياغة أسئلة تحليلية توضح عند الإجابة عليها كيفية الحل . وتتضمن صياغة هذه الأسئلة القدرة على تحديد ما يلى : (1) العوامل الضرورية المعروفة فى المسألة و (2) المبادئ التى تربط بين هذه العوامل المعروفة وتلك المجهولة . ولابد أن يتعلم الطالب **أن السؤال الجيد هو أفضل استجابة ابتدائية لمسألة ما .**

3 ـ يعانى كل الطلاب غالبًا من « المسائل الكلامية » ، وحتى لو استطاع الطالب صياغة الأسئلة المطلوبة فإنه قد لا يكون قادرًا على ترجمتها إلى صيغ رياضية . وبدلاً من النص على أن الرياضيات هى لغة الفيزياء فإننا نؤكد على تنمية الفهم التالى وهو أنه : نظرًا لأن مبادئ الفيزياء تعرَّف بمصطلحات محددة ، لذا **فكل تعريف ومبدأ مطبق على مسألة ما ينشئ معادلة .**

4 ـ أن حل عدد كبير من المسائل المختلفة هو أحد السبل لاكتساب الخبرة فى تطبيق المبادئ .

5 ـ أن تلخيص المادة يعتبر طريقة لتوحيدها والتركيز على العلاقات المتشابكة بين المفاهيم .

6 ـ حيث إن مقرر الفيزياء العادى المبنى على مبادئ الجبر يركز أغلب الوقت على الفيزياء التقليدية (الكلاسيكية) ، لذا فإن الطالب لا يتعلم سوى القليل عن التطور الذى حدث خلال الأعوام المائة المنصرمة عند الانتهاء من المقرر . إن استيعاب التطبيقات الحالية للفيزياء ودوافع إجراء البحوث المستمر تتطلب التعرض للآفاق الحديثة للتطبيقات . ولابد لهذه الآفاق من أن تصاحب المبادئ الكلاسيكية التى تم تعديلها بالتطورات الحديثة .

التغييرات الموضوعية فى الطبعة السادسة

لازالت هذه الطبعة من الكتاب مقسمة بالأسلوب التقليدى إلى خمسة أجزاء هى :

الميكانيكا

الخواص الميكانيكية والحرارية للمواد ، الاهتزازات والموجات

الكهربية والمغناطيسية

الضوء والبصريات

الفيزياء الحديثة

ومع ذلك فقد تم إجراء التغييرات التالية فى التغطية الموضوعية :

1 ـ لقد أعيد ترتيب الفصول الأربعة الأولى على نسق أكثر تقليدية عما كان فى الطبعة الخامسة . ويقدم الفصل الأول اهتمامًا أكبر بحدود القياسات والحسابات باستخدام الكميات المقاسة . وكجزء من هذا التوجه ، فإن اهتمامًا متزايدًا يتجه نحو ترجمة العبارات الكلامية إلى صيغ رياضية .

2 ـ تم تقسيم الديناميكا الحرارية إلى فصلين : أحدهما حول القانون الأول والآخر حول القانون الثانى . وتم ضم تغطية إضافية عن عمليات الديناميكا الحرارية فى الغازات والحرارات النوعية للغازات .

3 ـ أضيف قسم حول قانون « جاوس » والمجالات الكهربائية الناشئة عن توزيعات متماثلة للشحنات .

4 ـ عند تغطية البصريات الموجية ، فإن الحيود والتداخل أصبحا يسبقان النبيطات البصرية .

الجديد فى هذه الطبعة

نموذج السؤال والإجابة فى الأمثلة المحلولة

لعل أكبر تغير ملحوظ فى هذه الطبعة هو إضافة حوارات مصاحبة للأمثلة المحلولة . وعقب تقديم كل مبدأ فيزيائى جديد واستيعابه ، ثم كتابته رياضيًا ، فإنه يتبع بمثال محلول أو أكثر . وبدلاً من اللجوء إلى المدخل المعتاد لشرح الحل للطالب استنادًا إلى خبرة المؤلف والإدراك المتأخر له ، فإن مجموعة من الأسئلة ، التى على الطالب أن يسألها حتى يترجم المسألة إلى شكل قابل للحل ، ترد فى قسم فريد لنموذج السؤال والإجابة . ومن خلال الإجابات على هذه الأسئلة يتم الأخذ بيد الطالب نحو هيكل الحل حيث يدرك كيفية وضع الأسئلة أثناء تطبيق التعريفات والمبادئ .

ولا نزعم أن تتابعًا معينًا للأسئلة هو الفريد من نوعه بالنسبة لمسألة بعينها ـ إذ يمكن استخدام بدائل أخرى ـ وإنما تكون الأسئلة المطروحة هى التى سيقوم الطالب بتوجيهها وهو فى الطريق إلى الحل فى لحظة ما . وإدراك العملية الواضحة لطرح التساؤل يشجع على تنمية الاستيعاب النوعى ويقلل من الميل إلى المحاولات العشوائية باستخدام « صيغ » مختلفة أملاً فى أن تؤدى إحداها إلى الحل بطريقة سحرية .

مفاهيم الفيزياء الحديثة

يختتم الآن ثلث الفصول الخاصة بالفيزياء التقليدية (الكلاسيكية) بقسم يطلق عليه منظور حديث ، يمد الطالب بلمحة عن النحو الذى عدّلت به الفيزياء فى القرن العشرين المبادئ الكلاسيكية الواردة فى تلك الفصول . ومن أمثلة ذلك « الكتلة عند السرعات العالية » فى الفصل الثالث (قوانين نيوتن للحركة) و « والحد الأدنى لكمية الحركة الزاوية » فى الفصل الثامن (الشغل والطاقة وكمية الحركة الدورانية) . كما تستكشف حدود صلاحية فروض الفيزياء الكلاسيكية ، وتصف بعض مفاهيم النظرية النسبية ونظرية الكم ونزعم أن هذه اللمحات من عالم الفيزياء الحديثة داخل سياق المبادئ الكلاسيكية المناظرة جديرة بأن تشعر الطالب بالحيوية المتواصلة للفيزياء .

وإذا ما ظلت الفيزياء تقدم بحيث تغطى الموضوعات الكلاسيكية محكومين فى ذلك بعنصر الوقت فإنها ستبدو كموضوع مشرف على الموت .

المقالات الزائرة

لاشك أن إضافة بعض السير التاريخية التقليدية مبهرة فى ذاتها ، ولكننا بدلاً من ذلك توجهنا بالسؤال إلى عدد من الفيزيائيين المعاصرين لكى يسهموا بتقديم سيرة ذاتية موجزة لهم ، مع التأكيد على سبب اختيارهم لأن يصبحوا فيزيائيين . وعما يدفعهم للاستمرار فى هذا المجال . وقد أطلقنا على هذه المقالات « الفيزيائيون يعملون » وننوى نقل الجانب الشخصى والإنسانى لرجال وسيدات لا يزالون يعملون بجد لاكتشاف آفاق وحدود المعرفة وما يليها من تطبيقات إلى الطلاب .

الخلافات العظيمة

يحتوى الكتاب على ثلاث مقالات ترد تحت عنوان الخلافات العظيمة فى الفيزياء . وهى بمثابة نقوش زخرفية تاريخية صغيرة توضح أن فهمنا المعاصر للفيزياء إنما يقوم على الصراع بين الأفكار المتنافسة والملاحظات التجريبية ، والذى عادة ما يمتد عبر فترات زمنية طويلة . والموضوعات المثارة هى الخلافات حول الأجسام الساقطة وطبيعة الحرارة وطبيعة الضوء . ويتم التأكيد على دور الأسئلة النقدية فى حسم نتيجة هذه الخلافات أو التى تطرح على هيئة تجارب تأكيدية .

ملامح أخرى

من الطبيعى أن يتم الاحتفاظ بنقاط القوة فى الطبعات السابقة ومن ذلك ما يلى :

التأكيد على التحليل الإدراكى (الواعى)

ومن خلال السرد فى كل فصل يظل الطالب معرضًا باستمرار للسؤال التالى « لماذا ؟ » أو « هل يمكنك تفسير هذا ؟ » حيث يضع المؤلفان بعض التأكيدات المبنية على الأفكار التى نشأت سابقًا . ويختتم كل فصل بعدد من الأسئلة الإدراكية التى يطلق عليها أسئلة وتخمينات . وتؤكد هذه الملامح أهمية تنمية المقدرة على تطبيق مبادئ الفيزياء بصورة نوعية . وهذا الواجب أكثر صعوبة بالنسبة للطالب من إيجاد الحل الشكلى لمسألة رياضية ما . وامتلاك ناصية هذه المقدرة يعتبر أساسًا ضروريًا للحل الناجح للمسائل ، كما يعتبر مؤشرًا رئيسيًا للفهم الحقيقى .

أمثلة وتدريبات محلولة

لقد أوضحنا سالفًا أن نموذج الأمثلة المحلولة قد تغير ليتضمن حوارًا بين المدرس والطالب . وفضلاً عن ذلك فإنه فى نهاية معظم الأمثلة تقدم صورة متعلقة بها يطلق عليها تدريب حيث لا يعطى سوى الجواب النهائى وهكذا يكون لدى الطلاب فرصة مواتية لاختبار فهمهم للحل السابق .

دليل الدراسة الذاتى

يحتوى كل فصل على موجز شامل للتعريفات والمفاهيم والتعبيرات الرياضية التى قدمت فى الفصل . والسمة المهمة والفريدة لهذا الموجز هو قسم **خلاصة** ، حيث تقدم مسائل مهمة متوقعة ويقدم معها شرحها . وتقدم هذه الموجزات المستفيضة إلى الطالب دليلاً دراسيًا ذاتيًا يبين بوضوح مدى ارتباط المبادئ المطروحة فى الفصل .

أهداف التعلم

وتُلحق أهداف التعلم التفصيلية بكل فصل من فصول الكتاب ، حيث تقع عادة عند نهاية الفصل بحيث توفر مع الأسئلة والتخمينات ، وكذا موجزات الفصول ، مسحًا مركزًا وشاملاً ومناسبًا للطالب .

مجموعات مستفيضة من المسائل

تحتوى هذه الطبعة الجديدة على ما يقرب من خمسين فى المائة زيادة فى عدد المسائل الواردة فى نهاية كل فصل عن الطبعة السابقة . ومعظم المسائل جديدة كما تمت مراجعة الكثير من المسائل التى احتفظ بها من الطبعة السابقة . وتتوزع المسائل على أقسام الفصل وتتدرج من حيث صعوبتها إلى ثلاثة مستويات . وبالإضافة إلى هذا فإن كل فصل يحتوى على قسم به مسائل إضافية تنطوى على سمة أكثر تكاملية من المسائل الموزعة على الأقسام .

الرسومات التوضيحية والصور

تحتوى الطبعة الجديدة على ما يزيد عن خمسمائة رسم ومخطط بيانى وكلها بالألوان ومن السهل فهمها . وهى توضح المفاهيم الجديدة المطروحة خلال الكتاب . وتعرض مئات الصور الفوتوغرافية على الطالب أمثلة للأجهزة وتطبيقاتها مع إيضاح الطرق التى بواسطتها تصبح مبادئ الفيزياء وثيقة الصلة بالحياة اليومية وتشكل جزءًا حيويًا منها .

الملاحق المدعمة للطبعة السادسة

لقد أعدت المواد الثانوية التالية لكى تدخل فى بناء الطبعة الأخيرة من أساسيات الفيزياء .

ويحتوى **دليل مصادر المعلم** والذى أعده باتريك بريجز من سيتادل وجون سوينر عن جامعة إنديانا الحكومية على :

- مقترحات بمحاضرات .
- مسائل إدراكية ومسائل كمية يمكن عمل نسخ منها وتخصص للواجبات المنزلية أو للمناقشة داخل الفصل الدراسى أو لكليهما .
- تطبيقات طبية وصحية وتشمل أمثلة من الدراسة الإعدادية الطبية والبيولوجيا (علوم الحياة) ، وعلوم البيئة والعمارة .
- مقترحات للأنشطة المنظمة للدراسات الجماعية بما فى ذلك « التجارب المنزلية » التى يمكن إجراؤها باستخدام معدات شائعة ومحدودة .

- قائمة بشرائط الفيديو ، والأسطوانات المدمجة (سي‌دى) وبرمجيات الكومبيوتر ، ذات الصلة الوثيقة بمقررات الفيزياء بالكليات .
- دليل المعلم إلى « **الفيزياء وهى تعمل** » وهو عبارة عن أسطوانة فيديو تقدمها دار ماكجروهيل للنشر (انظر أسفل) .

ويقدم **دليل الحلول** الذى أعده ف.ك. ساكسينا من جامعة « بيرود » للمعلمين حلولاً شاملة لجميع المسائل الواردة فى نهاية كل فصل بالكتاب . كما ستتوافر الرقائق الشفافة الملونة المستخدمة مع جهاز عرض اللوحات الشفافة لكثير من الأشكال الواردة بالكتاب .

كما تعتبر أسطوانة الفيديو : « **الفيزياء وهى تعمل** » التى تقدمها « فيديو ديسكفرى » برنامجًا شاملاً صمم ليعين الطلاب على استيعاب وتصور المبادئ الفيزيائية . كما تدعم أسطوانة الليزر ذات الوجهين (للتشغيل العيارى) CAV ببطاقة مرجعية سريعة ودليل للصور يعمل بنظام قضبان الشفرة (باركود) ومفهرس بالأسماء وعناوين المفاهيم وأرقام الأطر . وهناك صحيفة تنسيق فى دليل مصادر المعلم وبها قوائم بالأقسام الواردة فى أسطوانة الفيديو « الفيزياء وهى تعمل » ويمكن الاستفادة منها فى مقررات الفيزياء بالكليات .

ويتوفر أيضا بنك للاختبارات أعده جون سنايدر (من جامعة جنوب كونيكتيكت) ويحتوى على ما يزيد عن ألف مسألة ذات خطوات متعددة وعلى هيئة « اختيار من متعدد » وهذا البنك متاح على هيئة كتيب مطبوع أو كبرمجيات software تعمل على أجهزة كومبيوتر آى . بى . أم . أو ماكينتوش .

اعتراف بالجميل

إن عددًا كبيرًا جدًا من الناس مسئولون عن ظهور الطبعة السادسة من كتاب أساسيات الفيزياء إلى حيز الوجود . وتظهر على الصفحة القادمة قائمة بأسماء الأساتذة الذين قاموا بمراجعة هذه الطبعة .

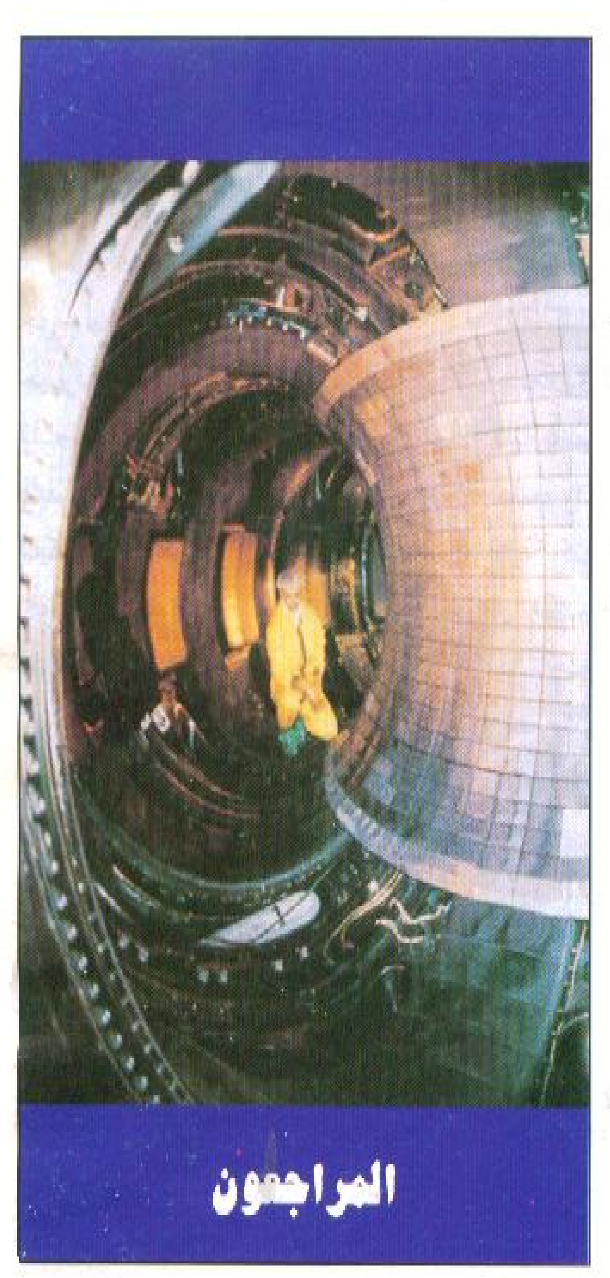
كما نود أن نوجه الشكر إلى الدكاترة جون هارلاندر ، مارك نوك ، وبتشارد شوينبرجر من جامعة سانت كلاود للمناقشات التوضيحية حول الكثير من النقاط التعليمية . وقد أنجز الدكتور ف. ك . ساكسينا عملاً مثيرًا للإعجاب بوضع معظم المسائل الجديدة وتقديم دليل حلول المسائل للكتاب كله .

ونحن ممتنون للعاملين الأكفاء بدار ماكجروهيل ، الذين ساعدونا ودعمونا بالعديد من الوسائل ، بما فى ذلك تسامحهم إزاء عدد مرات التأخير التى فرضتها أعباؤنا المختلفة . ومن أولئك الذين يستحقون ذكرًا خاصًا ، آن. س. دافى دافيد ، أ . دامسترا ، صافرا نيمرود ، سيلفيا وارين ، جوان أوكونور . وقد قضت إيرين نيونز العديد من الساعات وكثيرًا من المداد الأحمر فى جعل المخطوطات الأولية للكتاب فى صورة مقروءة .

وعلى الرغم من جميع الجهود الذى بذلت لتلافى الأخطاء ، إلا أن بعضها سيظل قائمًا ولذا فإننا ندعو إلى تنبيهنا إلى التعليقات والتصويبات حتى يمكن تحسين الطبعات المستقبلية للكتاب .

فريدريك . ج . بوش

دافيد . أ . جيرد

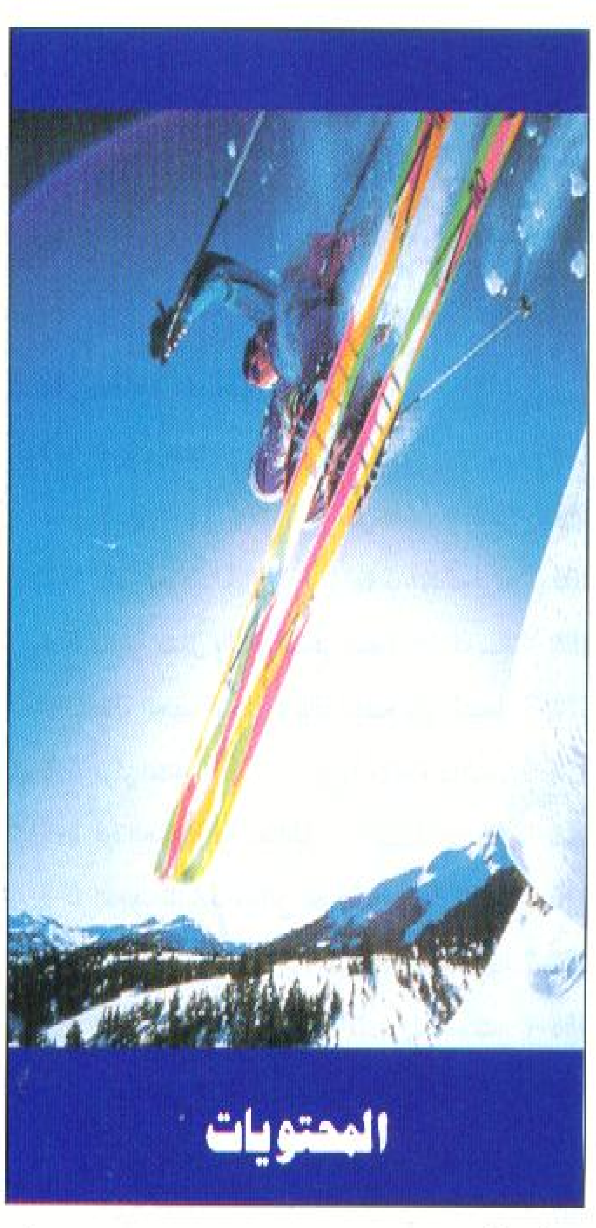


32

أستاذًا للفيزياء راجعوا هذا الكتاب

جورج س. ألكسندراكيس	جامعة ميامى
ريتشارد بيدل	كلية شمال هانيبن
والتر بيفنسون	جامعة ولاية ميتشجان
كينيث براون	كلية كين
دارى س. كارلستون	جامعة أوكلاهوما المركزية
ر.م. كاتشينجز	جامعة هاوارد
لارى كولمان	جامعة أركانسو ـ ليتل روك
برنت كورنستابل	الأكاديمية العسكرية للولايات المتحدة ـ وست بوينت
ملفين دافيدسون	جامعة واشنطون الغربية
بيتر . ج . ديبرونر	جامعة إلينوى
مهرى فداقى	جامعة مسيسيبى الحكومية

كايل فورنباش	جامعة إنديانا ـ جنوب شرق
تشارلز جيل	جامعة ماكجيل
مايكل جريدى	جامعة ولاية نيويورك ـ فريدونيا
إيرا . ل . هوك	جامعة كاميرون
أ. توماس هنكل	كلية واجنر
جورج ليمبرج	كلية مقاطعة باسايك للمجتمع
جيرارد . ب . ليتز	جامعة دى بول ـ شيكاغو
وليام . م . ماكورد	كلية فالنسيا للمجتمع
وليام ماسانو	جامعة ولاية نيويورك ـ كلية ماريتايم
مايكل ماتكوفيتش	كلية أوكتون للمجتمع
جون / و. ميلتون	جامعة دى بول
مارفين موريس	جامعة سان خوزيه الحكومية
ميل أوكس	جامعة تكساس فى أوستن
أ. و. بروهوفسكى	جامعة بيردو
كريستوفر رودى	جامعة بيردو
فريدريك . هـ. س. شولتز	جامعة ويسكونسين ـ أوكلير
بول سوكول	جامعة ولاية بنسلفانيا
كارى . ا . ستروناك	جامعة ولاية فيرجينا
جون . ا . سويز	جامعة ولاية إنديانا
فرانكلين . د . ترامبى	كلية ديزموينز للمجتمع
ريتشار ڤاوتر	جامعة واشنطن الغربية



• المقدمة 6

• المراجعون 12

• المحتويات 14

الصفحة

الفصل الأول : مقدمة

1-1 ما هى الفيزياء ؟ 1

1-2 العد والقياس : الدقة والضباطة 3

1-3 الأبعاد والوحدات المستخدمة فى القياس 4

1-4 الحساب بالوحدات والتحويل بين أنظمة الوحدات 5

1-5 الأرقام المعنوية فى الحسابات 7

1-6 مبادئ الفيزياء كمعادلات رياضية 10

1-7 الكميات المتجهة والقياسية 13

1-8 جمع المتجهات 14

1-9 الجمع البيانى للمتجهات 16

1-10 المركبات المتعامدة للمتجهات 17

1-11 الجمع المثلثى للمتجهات 19

1-12 طرح المتجهات 21

أهداف التعلم 23

ملخص 23

أسئلة وتخمينات 25

مسائل 25



الجزء الأول : الميكانيكا

الفصل الثانى : الحركة ذات العجلة المنتظمة

2-1 وحدات الطول والزمن 31

2-2 مقدار السرعة 32

2-3 الإزاحة والسرعة المتوسطة 33

2-4 السرعة اللحظية 35

2-5 الحركة فى بعد واحد 36

2-6 العجلة (التسارع) 40

2-7 الحركة الخطية ذات العجلة المنتظمة 42

2-8 معادلتان مشتقتان للحركة ذات العجلة المنتظمة 47

خلافات فى الفيزياء : نظريات السقوط الحر 50

2-9 السقوط الحر للأجسام 51

2-10 حركة المقذوفات 56

2-11 جمع السرعات فى بعدين : السرعة النسبية 64

أهداف التعلم 67

ملخص 68

أسئلة وتخمينات 70

مسائل 71

الفصل الثالث : قوانين نيوتن للحركة

3-1 اكتشاف القوانين الفيزيائية 77

3-2 مفهوم القوة وقانون نيوتن الأول للحركة 79

3-3 القصور الذاتي والكتلة 82

الفيزيائيون يعملون : ألان لايتمان 83

3-4 قانون نيوتن الثاني 84

3-5 الفعل ورد الفعل : القانون الثالث 88

3-6 الكتلة وعلاقتها بالوزن 90

3-7 قوى الاحتكاك 92

3-8 تطبيقات قانون نيوتن الثاني 95

3-9 الوزن وانعدام الوزن 104

3-10 الحركة على مستوى مائل 106

وجهة نظر حديثة : الكتلة عند السرعات العالية 112

أهداف التعلم 116

ملخص 116

أسئلة وتخمينات 118

مسائل 119

الفصل الرابع : الاتزان الاستاتيكى

4-1 الشرط الأول للاتزان 127

4-2 حل المسائل فى الاستاتيكا 129

4-3 عزم الدوران 132

4-4 الشرط الثانى للاتزان 135

4-5 مركز الثقل 138

4-6 موضع المحور اختيارى (اعتباطى) 140

4-7 إصابة الظهر من جراء رفع الأثقال 146

أهداف التعلم 148

ملخص 148

أسئلة وتخمينات 149

مسائل 150

الفصل الخامس : الشغل والطاقة

5-1 تعريف الشغل 159

5-2 القدرة 163

5-3 طاقة الحركة 166

5-4 نظرية الشغل والطاقة لصافى القوة 168

5-5 طاقة الجهد التثاقلى (طاقة الوضع) 170

5-6 مركز الكتلة 172

5-7 قوة الجاذبية قوة محافظة 174

5-8 التحول المتبادل لطاقتى الحركة والوضع 176

5-9 قانون بقاء الطاقة 176

5-10 الآلات البسيطة 188

وجهة نظر حديثة : تكافؤ الكتلة والطاقة 194

أهداف التعلم 196

ملخص 197

أسئلة وتخمينات 200

مسائل 200

الفصل السادس : كمية التحرك الخطى

6-1 مفهوم كمية التحرك الخطى 207

6-2 قانون نيوتن الثانى فى صيغة أخرى 208

6-3 قانون بقاء كمية التحرك الخطى 212

6-4 التصادمات المرنة وغير المرنة 217

6-5 الصواريخ والدفع النفثى 223

6-6 بقاء كمية التحرك فى بعدين وثلاثة أبعاد 225

6-7 كمية تحرك مركز الكتلة 229

وجهة نظر حديثة : بقاء كمية التحرك فى التصادمات الذرية والنووية 231
أهداف التعلم 233
ملخص 234
أسئلة وتخمينات 235
مسائل 236

الفصل السابع : الحركة فى دائرة

7-1 الإزاحة الزاوية θ 243
7-2 السرعة الزاوية ω 244
7-3 العجلة الزاوية α 246
7-4 معادلات الحركة الزاوية 247
7-5 الكميات المماسية 249
7-6 العجلة الجاذبة المركزية 252
7-7 القوة الجاذبة المركزية 254
7-8 اعتقاد خاطئ شائع 261
7-9 قانون نيوتن للجاذبية 261
الفيزيئيون يعملون : روبرت هـ. مارش 265
7-10 الحركة المدارية 266
7-11 الوزن الظاهرى وانعدام الوزن 270
وجهة نظر حديثة : التفاعل بين الجاذبية والضوء 272
أهداف التعلم 275
ملخص 276
أسئلة وتخمينات 277
مسائل 278

الفصل الثامن :

الشغل والطاقة وكمية التحرك الدورانية

8-1 الشغل وطاقة الحركة الدورانيان 285
8-2 القصور الذاتى الدورانى 288
8-3 الحركة الدورانية ـ الانتقالية المشتركة 299
8-4 كمية التحرك الزاوى 301
وجهة نظر حديثة : أصغر مقدار من كمية التحرك الزاوى 305
أهداف التعلم 308
ملخص 308
أسئلة وتخمينات 309
مسائل 310

الجزء الثانى : الخواص الميكانيكية والحرارية للمادة ، الذبذبات والموجات

الفصل التاسع : الخواص الميكانيكية للمادة

9-1 حالات المادة 321
9-2 الكثافة والوزن النوعى 323
9-3 قانون هوك ؛ معاملات المرونة 325
9-4 الضغط فى الموائع 330
9-5 الضغط فى الغازات ؛ الضغط الجوى 335
الفيزيائيون يعملون : باتريك هاميل 336
9-6 مبدأ أرشميدس ؛ الطفو 342
9-7 اللزوجة وانسياب السوائل 346
9-8 معادلة برنولى 348
9-9 الانسياب الطبقى مقابل الانسياب المضطرب 351
9-10 السرعة النهائية 357
أهداف التعلم 359
ملخص 360

أسئلة وتخمينات 362

مسائل 363

الفصل العاشر :

درجة الحرارة ونظرية الحركة للغازات

10-1 الترمومترات ومقاييس درجة الحرارة 371

10-2 المول وعدد أفوجادرو 375

10-3 قانون الغاز المثالى 377

10-4 استخدام قانون الغاز المثالى 379

10-5 الأساس الجزيئى لقانون الغاز المثالى 384

10-6 توزيع السرعات الجزيئية 388

أهداف التعلم 390

ملخص 390

أسئلة وتخمينات 391

مسائل 392

الفصل الحادى عشر : الخواص الحرارية للمادة

11-1 مفهوم الحرارة 397

11-2 الطاقة الحرارية 399

خلافات فى الفيزياء : طبيعة الحرارة 402

11-3 وحدات الحرارة 403

11-4 السعة الحرارية النوعية 404

11-5 الغليان وحرارة التبخير 406

11-6 الانصهار وحرارة الانصهار 409

11-7 قياس كمية الحرارة (الكالوريمترية) 411

11-8 التمدد الحرارى 416

11-9 انتقال الحرارة : التوصيل 421

11-10 انتقال الحرارة : الحمل 424

11-11 انتقال الحرارة : الإشعاع 425

11-12 العزل الحرارى للمبانى 428

أهداف التعلم 430

ملخص 430

أسئلة وتخمينات 432

مسائل 433

الفصل الثانى عشر : القانون الأول للديناميكا للحرارية

12-1 متغيرات الحالة 439

12-2 القانون الأول للديناميكا الحرارية 441

12-3 الشغل المبذول أثناء تغير الحالة الديناميكية الحرارية 442

12-4 الطاقة الداخلية لغاز مثالى 445

12-5 انتقال الحرارة والحرارتان النوعيتان للغازات المثالية 447

12-6 العمليات الديناميكية الحرارية النمطية فى الغازات 450

12-7 تطبيقات القانون الأول 455

وجهة نظر حديثة : اعتماد الحرارتين النوعيتين الجزيئيتين على درجة الحرارة 461

أهداف التعلم 466

ملخص 466

أسئلة وتخمينات 469

مسائل 469

الفصل الثالث عشر :

القانون الثانى للديناميكا الحرارية

13-1 النظام واللانظام (الفوضى) 473

13-2 الأنتروبيا 477

13-3 المحركات الحرارية ؛ تحول الطاقة الحرارية إلى شغل 480

13-4 أنظمة التبريد 486

الفيزيائيون يعملون : كارين سان جيرمان 489

أهداف التعلم 491

ملخص 491

أسئلة وتخمينات 492

مسائل 493

الفصل الرابع عشر : الاهتزاز والموجات

14-1 الحركة الدورية 497

14-2 قانون هوك وطاقة الجهد المرن 500

14-3 الحركة التوافقية البسيطة 505

14-4 تردد الحركة التوافقية البسيطة 506

14-5 الحركة الجيبية 508

14-6 البندول البسيط 512

14-7 الاهتزازت القسرية والمتضائلة (المخمدة) 515

14-8 المصطلحات الفنية للموجات 517

14-9 انعكاس الموجة 520

14-10 الرنين الموجى : الموجات المستقرة على وتر 523

14-11 الموجات المستعرض والطولية 525

الفيزيائيون يعملون : فيكتور أ. ستاينونيس 527

14-12 الموجات التضاغطية المستقرة على وتر 528

أهداف التعلم 531

ملخص 531

أسئلة وتخمينات 533

مسائل 534

الفصل الخامس عشر : الصوت

15-1 منشأ الصوت 539

15-2 الموجات الصوتية فى الهواء 540

15-3 سرعة الصوت 542

15-4 الشدة ومستوى الشدة 544

15-5 الشدة فى حالة المصدر النقطى : قانون التربيع العكسى 546

15-6 الاستجابة الترددية للأذن 548

الفيزيائيون يعملون : توماس د. روسينج 549

15-7 درجة الصوت ونوعية الصوت 551

15-8 تداخل الموجات الصوتية 553

15-9 الضربات 556

15-10 الرنين فى الأعمدة الهوائية 559

15-11 ظاهرة دوبلر 565

15-12 السرعة فوق الصوتية 570

أهداف التعلم 573

ملخص 574

أسئلة وتخمينات 576

مسائل 576

الجزء الثالث : الكهربية والمغناطيسية

الفصل السادس عشر : القوى والمجالات الكهربية

16-1 مفهوم الشحنة الكهربية 585

16-2 الذرات كمصدر للشحنة 586

16-3 القوى بين الشحنات 587

16-4 العوازل والموصلات 588

16-5 الإلكتروسكوب (الكشاف الكهربى) 589

16-6 الشحن بالتوصيل وبالحث 590

16-7 تجربة دلو الثلج لفاراداى 591

16-8 بقاء الشحنة 593
16-9 قانون كولوم 594
16-10 المجال الكهربى 600
16-11 المجال الكهربى لشحنة نقطية 602
16-12 المجال الكهربى بسبب توزيعات مختلفة للشحنة 605
16-13 الموصلات فى مجالات كهربية 613
16-14 الألواح المعدنية المتوازية 615
أهداف التعلم 617
ملخص 618
أسئلة وتخمينات 620
مسائل 621

الفصل السابع عشر : الجهد الكهربى

17-1 طاقة الوضع الكهربية 627
17-2 فرق الجهد 629
17-3 متساويات الجهد 632
17-4 البطاريات كمصادر للطاقة الكهربية 634
17-5 الإلكترون فولت 637
17-6 الجهود المطلقة 639
17-7 المكثفات 644
17-8 العوازل 647
17-9 تأثيرات العوازل 649
17-10 المكثفات المتصلة معًا على التوالى وعلى التوازى 653
17-11 الطاقة المختزنة فى مكثف مشحون 655
17-12 الطاقة المختزنة فى مجال كهربى 656
أهداف التعلم 657
ملخص 657
أسئلة وتخمينات 660
مسائل 661

الفصل الثامن عشر : دوائر التيار المستمر

18-1 التيار الكهربى 667
18-2 دائرة كهربية بسيطة 669
18-3 المقاومة وقانون أوم 670
18-4 المقاومية واعتمادها على درجة الحرارة 672
18-5 القدرة والتسخين الكهربى 674
18-6 قاعدة النقطة لكيرتشوف 677
18-7 قاعدة العروة لكيرتشوف 678
18-8 المقاومات المتصلة على التوالى وعلى التوازى 682
18-9 مسائل على حل الدوائر 685
18-10 الأميترات والفولتميترات 691
18-11 الدوائر المنزلية 692
18-12 الأمان الكهربى 694
18-13 القوة الدافعة الكهربية (EMF) والجهد الطرفى للبطارية 695
منظور حديث : الموصلية الفائقة 697
أهداف التعلم 699
ملخص 700
أسئلة وتخمينات 703
مسائل 604

الفصل التاسع عشر : المغناطيسية

19-1 تخطيط المجال المغناطيسى 711
19-2 المجال المغناطيسى للأرض 713
19-3 المجال المغناطيسى الناشئ عن تيار كهربى 715
الفيزيائيون يعملون : دانيال . ن. بيكر 716
19-4 القوة المؤثرة على تيار يمر فى مجال مغناطيسى خارجى ؛ قاعدة اليد اليمنى 717
19-5 امتداد لقاعدة اليد اليمنى 719
19-6 القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنات متحركة 721

7-19 حركة الجسيم فى مجال مغناطيسى 722
8-19 تطبيقات على القوة المغناطيسية المؤثرة على الشحنات 723
9-19 أثر هول 727
10-19 القوة بين تيارين متوازيين : الأمبير 728
11-19 المجالات المغناطيسية الناتجة عن تيارات كهربية 731
12-19 عزم الدوران المؤثر على عروة (حلقة) تيار 736
13-19 الجلفانومترات والأميترات والفولتميترات ذات الملف المتحرك 740
14-19 المواد المغناطيسية 742
أهداف التعلم 745
أسئلة وتخمينات 746
ملخص 747
مسائل 750

الفصل العشرون : الحث الكهرومغناطيسى

1-20 ق.د.ك المستحثة 757
2-20 التدفق المغناطيسى (الفيض) 760
3-20 قانون فاراداى وقانون لنز 762
4-20 الحث المتبادل 768
5-20 المحاثة الذاتية 769
6-20 الدوائر المكونة من محاثة ومقاومة 772
7-20 الطاقة فى مجال مغناطيسى 773
8-20 ق.د.ك الحركية 775
9-20 مولدات التيار المتردد 778
10-20 المحركات الكهربائية 782
11-20 المحولات 787
منظور حديث :
الخواص المغناطيسية للموصلات الفائقة 789
أهداف التعلم 791
أسئلة وتخمينات 792
ملخص 793
مسائل 795

الفصل الحادى والعشرون : دوائر التيار المتردد

1-21 شحن وتفريغ مكثف 803
2-21 كميات التيار المتردد ؛ قيم جذر متوسط المربعات (RMS) 806
3-21 دوائر المقاومة 808
4-21 دوائر السعة ؛ الرد السعوى (المفاعلة السعوية) 809
5-21 دوائر المحاثة ؛ الرد الحثى (المفاعلة الحثية) 812
6-21 دوائر LRC المجتمعة ؛ علاقة الطور بين التيار والجهد 814
7-21 الرنين الكهربائى فى دوائر RLC المتصلة على التوالى 819
أهداف التعلم 824
أسئلة وتخمينات 824
ملخص 825
مسائل 827

الجزء الرابع : الضوء والبصريات

الفصل الثانى والعشرون : الموجات الكهرومغناطيسية

1-22 المجالات الكهربية والمغناطيسية المهتزة ؛ معادلات ماكسويل 835

22-2 الموجات الكهرومغناطيسية الصادرة من هوائي ثنائي القطب 839

22-3 أنواع الموجات الكهرومغناطيسية 842

22-4 استقبال موجات اللاسلكي (أو الراديو) 845

22-5 سرعة الموجات الكهرومغناطيسية 847

الفيزيائيون يعملون : بول هوروفيتس 847

22-6 الطاقة المحمولة بالموجات الكهرومغناطيسية 853

خلافات فى الفيزياء : طبيعة الضوء 853

22-7 قانون التربيع العكسى للإشعاع 858

أهداف التعلم 860

ملخص 860

أسئلة وتخمينات 861

مسائل 862

الفصل الثالث والعشرون : البصريات الهندسية : انعكاس وانكسار الضوء

23-1 مفهوم الضوء 865

23-2 سرعة الضوء 867

23-3 انعكاس الضوء 868

23-4 المرايا المستوية 870

23-5 البعد البؤرى لمرآة كرية 871

23-6 رسم مسارات الأشعة : تكوين الصور بواسطة مرايا كرية مقعرة 873

23-7 معادلة المرآة 876

23-8 تكوين الصور بالمرايا المحدبة 879

23-9 انكسار الضوء : قانون سنل 884

23-10 الانعكاس الداخلى الكلى 889

23-11 العدسات الكرّية 892

23-12 رسم مسار الأشعة بالنسبة للعدسات الرقيقة ، معادلة العدسة الرقيقة 895

23-13 مجموعات العدسات 900

أهداف التعلم 903

ملخص 904

أسئلة وتخمينات 907

مسائل 908

الفصل الرابع والعشرون : البصريات الموجية : التداخل والحيود

24-1 مبدأ هيجنز والحيود 915

24-2 التداخل 916

24-3 تجربة الشق المزدوج ليونج 920

24-4 المسار الضوئى المكافئ 923

24-5 التداخل فى الأغشية الرقيقة 925

24-6 محزوز الحيود 929

24-7 الحيود بواسطة شق منفرد 933

24-8 الحيود وحدود التحليل 936

24-9 الضوء المستقطب 941

أهداف التعلم 945

ملخص 946

أسئلة وتخمينات 948

مسائل 949

الفصل الخامس والعشرون : الأجهزة البصرية

25-1 العين 955

25-2 آلة التصوير (الكاميرا) البسيطة 959

25-3 العدسة المكبرة 961

25-4 الميكروسكوب المركب 964

25-5 التليسكوب الفلكى 966

25-6 المطياف ذو المنشور (الإسبكترومتر) 971

أهداف التعلم 973

ملخص 974

أسئلة وتخمينات 975

مسائل 976

الجزء الخامس : الفيزياء الحديثة

الفصل السادس والعشرون : ثلاثة مفاهيم ثورية

الجزء الأول : نظرية النسبية 986

26-1 فروض نظرية النسبية 986

26-2 سرعة الضوء كحد أعلى للسرعة 988

26-3 التزامن 990

26-4 الساعات المتحركة تدور بشكل أبطأ 992

26-5 الانكماش النسبوى للطول 996

26-6 العلاقة النسبوية بين الكتلة والطاقة 999

الجزء الثانى : الفوتونات 1003

26-7 اكتشاف بلانك 1003

26-8 كيف استخدم أينشتين مفهوم بلانك ؟ 1006

27-9 أثر كومتون : كمية تحرك الفوتون 1013

الجزء الثالث : ميكانيكا الكم 1014

26-10 الطول الموجى لدى برولى 1014

26-11 الميكانيكا الموجية فى مقابل الميكانيكا الكلاسيكية 1018

26-12 الرنين فى موجات دى برولى : الحالات المستقرة 1019

26-13 مبدأ اللايقين 1022

أهداف التعلم 1025

ملخص 1026

أسئلة وتخمينات 1029

مسائل 1030

الفصل السابع والعشرون :

مستويات الطاقة والأطياف الذرية

27-1 التاريخ الحديث للذرات 1037

27-2 ذرة الهيدروجين شبه الكلاسيكية 1041

27-3 مستويات طاقة الهيدروجين 1042

27-4 انبعاث الضوء من الهيدروجين 1044

27-5 طيف امتصاص الهيدروجين 1049

27-6 النظرية الموجية للذرة 1052

27-7 الأعداد الكمية ومبدأ باولى للاستبعاد 1054

27-8 الجدول الدورى 1055

الهيدروجين $(Z = 1)$

الهليوم $(Z = 2)$

الليثيوم $(Z = 3)$

الذرات التى لها قيم Z أكبر من 3

27-9 أشعة إكس (السينية) وأطياف الذرات عديدة الإلكترونات 1058

27-10 ضوء الليزر 1061

أهداف التعلم 1065

ملخص 1066

أسئلة وتخمينات 1067

مسائل 1068

الفصل الثامن والعشرون : النواة الذرية

28-1 العدد الذرى وعدد الكتلة 1073

28-2 الكتل النووية ، النظائر 1074

28-3 الحجم والكثافة النوويان 1077

28-4 طاقة الربط النووية 1078

28-5 النشاط الإشعاعى 1081

28-6 الاضمحلال الأسى 1086

28-7 الانبعاث من النوى ذات النشاط الإشعاعى 1087

إشعاع جاما 1088

انبعاث جسيمات بيتا 1089

انبعاث جسيمات ألفا 1089

28-8 التفاعلات النووية 1090

28-9 سلاسل النشاط الإشعاعى الطبيعى 1092

28-10 تفاعلات الإشعاع مع المادة 1094

28-11 الكشف عن الإشعاع 1095

28-12 وحدات الإشعاع 1097

فاعلية المصادر 1097

الجرعة الممتصة 1097

الجرعة المكافئة بيولوجيًا (حيويًا) 1098

28-13 أضرار الإشعاع 1099

28-14 الاستخدامات الطبية للنشاط الإشعاعى 1100

28-15 التأريخ بالنشاط الإشعاعى 1101

28-16 التفاعل الانشطارى 1104

28-17 المفاعلات النووية 1108

28-18 الاندماج النووى 1111

أهداف التعلم 1114

ملخص 1115

أسئلة وتخمينات 1117

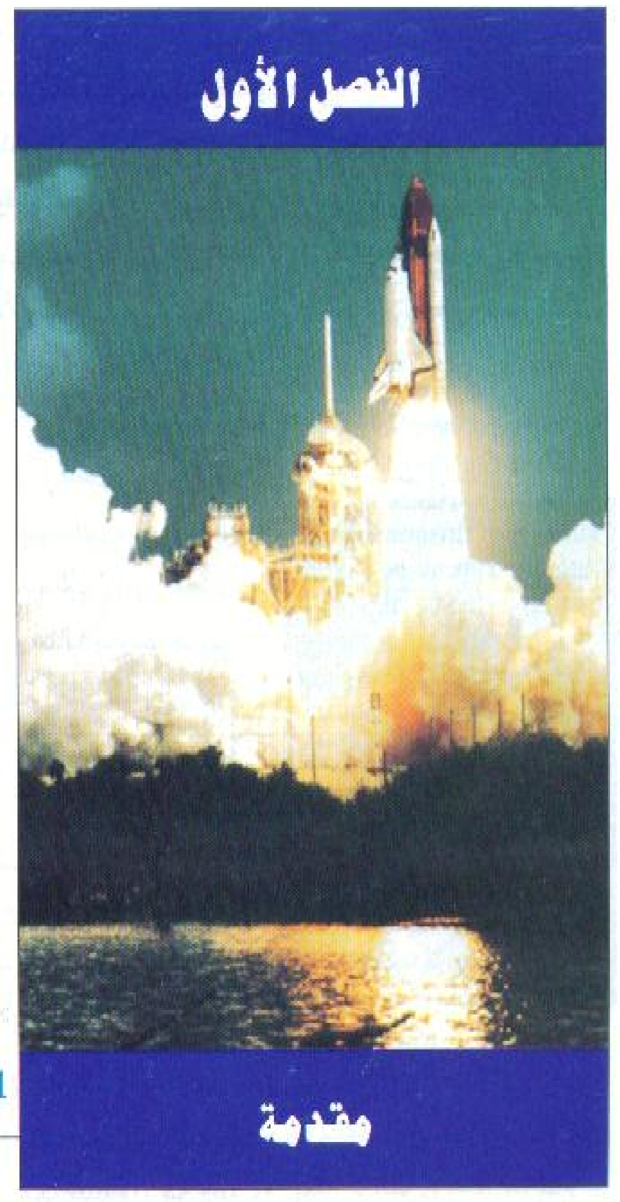
مسائل 1118

ملحق رقم 1 1125

ملحق رقم 2 1129

إجابات المسائل ذات الأرقام الفردية 1132

قائمة بالمصطلحات العلمية glossary 1145



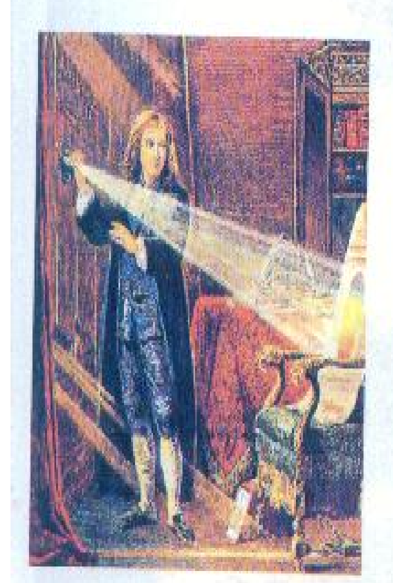
1-1 ما هي الفيزياء ؟

لدينا نحن البشر ردود فعل متباينة تجاه العالم الذى نعيش فيه جميعًا . فالفنان فينا يعجب أيما إعجاب بغروب الشمس ويتمنى لو أمكننا التعبير عن جماله فى إبداعاتنا الفنية ، والشاعر فينا يحاول أن يجد الكلمات المناسبة لوصف ذلك الجمال فى شعره . وهناك جانب آخر قد يتميز به الفيزيائى ، فهو يهتم بمدى بعد الشمس عن الأرض ، ومدى كبرها ، وكيف تولد كل هذا الضوء والحرارة . وبمجرد طرح هذه الأسئلة سيكون من الصعب أن نتوقف . وقد يدفعنا الجانب الفلسفى أو الدينى فينا أن نسأل : « ما معنى الغروب ؟ » لكن الحقيقة أن لدينا نحن البشر القدرة على ممارسة جميع ردود الفعال هذه بدرجات مختلفة فى نفس الوقت ، فعندما نقول أن هذا فنان وذاك شاعر أو فيلسوف أو فيزيائى فإننا نوضح ونؤكد موهبته فى أحد هذه الاتجاهات .

فالفيزيائيون ببساطة إذن هم هؤلاء الناس الذين تثيرهم الأسئلة عن كيفية عمل وأداء العالم الطبيعى من حولنا ويحاولون بالتالى البحث عن إجابات لها . وسوف يجد القارئ فى مواضع كثيرة بهذا الكتاب مقالات شخصية بقلم بعض العلماء يوضحون فيها كيف

أصبحوا فيزيائيين ولماذا يستمر افتتانهم بمهنتهم المختارة .

الفيزياء إذن هي ذلك الفرع من المعرفة الذى يعطى إجابات منظمة عن أسئلتنا حول العالم الطبيعى ، كما أنها تمثل عملية الحصول على هذه الإجابات والتى تعرف عادة بالطريقة العلمية . والأداتان الأساسيتان فى الفيزياء هما المنطق والتجريب . وما مختلف الاختراعات الحديثة من الليزر إلى رقائق الراديو المتكاملة ، ومن المولد الكهربائى إلى المحرك النفاث ، ومن أجهزة الراديو والتليفزيون إلى الأدوية والأجهزة المستخدمة لانقاذ الحياة وغيرها ، إلا إنجازات قد تحققت بفضل الفضول العلمى الذى نعيش فى ظلاله كل لحظة من لحظات حياتنا .



نيوتن ومعه منشور .

إن جهودنا لفهم العمليات الطبيعية عن طريق الجمع بين التفكير المنطقى والتجريب المحكم فيما يسمى **بالطريقة العلمية** تمثل فصلاً جديدًا فى التاريخ الإنسانى . فقبل حوالى عام 1600م كانت الإجابات المتعلقة بالحقيقة والزيف تتحدد غالبًا بأمور تمليها اعتبارات سياسية أو دينية . وقد كان لجهود أولئك العلماء العظام أمثال جاليليو جاليلى وروبرت بويل واسحق نيوتن وغيرهم الفضل فى تقديم هذه الطريقة العلمية إلى العالم ، هذا بالرغم من الأخطار الشخصية الكبيرة الناتجة عن صدامهم مع السلطات الدينية والسياسية فى ذلك الوقت .

هناك افتراضان أساسيان خلف إيماننا بالطريقة العلمية كأسلوب لفهم الطبيعة : الأول أن النتائج العلمية **قابلة للاستعادة** . وقابلية الاستعادة تعنى أن نفس الظروف تعطى دائمًا نفس النتائج العلمية فى نفس التجربة بصرف النظر عن الذى يقوم بإجرائها . الافتراض الثانى هو أن الطبيعة خاضعة لمبدأ **السببية** ؛ أى أن العلاقات الارتباطية بين السبب والنتيجة تحدد ما يحدث نتيجة لظروف أو شروط ابتدائية معينة . وبدون هذين المبدأين ستكون الملاحظة العلمية عديمة الفائدة لأن النتائج لن يمكن تعميمها للتنبؤ بالأنماط الأساسية للسلوك ، وعندئذ سنحيا فى كون مشوش غير منتظم ، بل أنه سيكون غير قابل للفهم من ناحية المبدأ .

تعتبر الفيزياء أكثر العلوم أساسية . فالفيزياء علم كمى هدفه وصف جميع الظواهر فى العالم الطبيعى بدلالة عدد قليل من العلاقات الأساسية بين خواص المادة القابلة للقياس والطاقة . هذه العلاقات الأساسية تسمى **قوانين الفيزياء** ، وهى صيغ تتميز بدرجة عالية من العمومية ، كما أنها مشتقة من عدد هائل من الظواهر وتنطبق عليها . ولاستنباط القوانين الكمية يتحتم تعريف الخواص المتضمنة فيها بطريقة تسمح بقياسها . هدف الفيزياء إذن هو التعبير عن العلاقات الأساسية - أى هذه القوانين - فى **صورة رياضية** . هذا يمكن الفيزيائيين من استخدام القواعد المنطقية لعلم الرياضيات لتطبيق القوانين على حالات محددة ، والحصول بالتالى على نتائج كمية .

فى الطريقة العلمية تبدأ القوانين كأفكار ، أو **نظريات** ، يجب اختبار صحتها بالتجربة العلمية . فإذا ما أيدت التجربة التنبؤات الكمية للنظرية فإن هذه النظرية تقوى وتدعم ، أما النظريات التى تتناقض تنبؤاتها مع التجربة فإنها تنبذ تمامًا . وفى نهاية

الأمر سوف تكتسب أكثر النظريات عمومية فى التطبيق صفة القانون الفيزيائى . هذا وتحتوى الفيزياء الآن على فروع كثيرة ، منها الميكانيكا والبصريات والفيزياء الذرية والفيزياء النووية والديناميكا الحرارية والكهربية والمغناطيسية والصوتيات والميكانيكا الكمية والنسبية . وتجدر الإشارة هنا إلى أن بعض القوانين ، مثل قانون بقاء الطاقة ، تستخدم فى جميع فروع الفيزياء ، ولكن البعض الآخر يستخدم استخدامًا محدودًا رغم صحتها العامة كسابقاتها تمامًا .

لنبدأ الآن رحلتنا فى عالم الفيزياء بنظرة إلى بعض الأدوات التى سوف نحتاج إليها فى الطريق . وحيث أن الفيزياء فى صميمها علم رياضى ، فإن هذا المقرر يتطلب أن يكون القارئ ملمًا إلمامًا كافيًا بعلم الجبر على مستوى الدراسة الثانوية وكذلك بعض حساب المثلثات البسيط . وسوف يخصص هذا الفصل وكذلك الملحق 3 لإمداد القارئ بنبذة مختصرة للرياضيات التى سوف يقابلها فى دراسته للفيزياء .

1-2 العد والقياس : الدقة والضباطة



شكل 1-1 :
يلاحظ أن طول الكتاب لأقرب علامة على المسطرة هو 26 cm ، لكن الطول الحقيقة يمكن أن يقع بين 25.5 cm و 26.5 cm وعليه فإن ضباطة القياس تقع فى مدى قدره 1 cm . ويبين حدّ الضباطة فى هذه الحالة بكتابة 26 ± 0.5 cm .

أبسط طريقة للتقدير الكمى هى **العد** . هذه الطريقة قابلة للتطبيق عندما نتعامل مع وحدات متميزة مستقلة كالتفاح والبرتقال والأشخاص والذرات . ومن حيث المبدأ ، يعتبر العد عملية **ضبيطة** (أو مضبوطة) للتقدير الكمى لأننا نستخدم أعدادًا صحيحة للتعبير عن الكمية . ومن الطبيعى أن تكون هناك حدود عملية للضباطة عندما تواجهنا أعداد كبيرة من الأشياء كعدد الناس فى الولايات المتحدة أو عدد الذرات فى مادة ما . وفى مثل هذه الحالات يجب أن نرضى بمعرفة العدد فى حدود مقبولة من عدم اليقين . ومع ذلك فإننا نعلم أنه يمكننا من ناحية المبدأ معرفة العدد بالضبط .

الطريقة الأخرى للتقدير الكمى هى **القياس** . ولكن القياس ، بخلاف العد ، عملية غير ضبطية من حيث المبدأ . فعندما نقوم بالقياس فإننا لا نستعمل الأعداد الصحيحة لتعيين الكمية ، ولكننا نستخدم العلامات الموجودة على المسطرة أو الترمومتر مثلا ، أو دقات الساعة لقياس مقدار الطول أو درجة الحرارة أو الزمن . جميع هذه العلامات أو الدقات لها حد ذاتى أصيل من **الضباطة** حتى ولو تحول القياس إلكترونيا إلى الصورة الرقمية . ويتعين حد الضباطة بتصميم وتركيب جهاز القياس ، ومهما كان حرصنا أثناء القياس فإننا لن نحصل أبدًا على نتيجة أكثر ضباطة من حد جهاز القياس المستخدم . وكتوجيه إرشادى عام يقال أن حد ضباطة جهاز قياس معين يساوى نصف أصغر قسم من أقسام القياس . وعندما تقوم أنت بإجراء قياس ما فإنك تقرأ الكمية المقاسة لأقرب علامة على الجهاز ، وعندئذ سوف تقع القيمة « الحقيقية » لهذا القياس فى مدى قدره نصف أصغر قسم من أقسام الجهاز فوق أو تحت العلامة المبينة .

حد ضباطة جهاز قياس ما هو $\pm\frac{1}{2}$ أصغر قسم من أقسام القياس يستطيع الجهاز قياسه .

بناء على ذلك فإن الضباطة الحدية لسطرة مدرجة بالمليمترات (mm) تساوى ±0.5 mm ، بينما القدمة ذات الورنية التى تعطى القيمة مباشرة لأقرب 0.1 mm ضباطتها الحدية تساوى ±0.05 mm (انظر الشكل 1-1) . كذلك فإن ساعة الإيقاف المدرج وجهها على فترات قدرها نصف الثانية (0.5 s) لها ضباطة قدرها ±0.5 s ، وساعة الإيقاف الرقمية التى تقرأ الزمن لأقرب 0.1 s ضباطتها الحدية ±0.05 s .

النوع الآخر من عدم اليقين فى القياس مرتبط بالتصميم غير الصحيح أم المعايرة غير الصحيحة للجهاز ، كما أنه قد ينشأ عن القراءة غير الصحيحة للنتيجة . وتسمى مثل هذه الأخطاء **بالأخطاء الرتيبية** ، وهى تؤدى إلى أن يكون القياس أكبر أو أصغر من القيمة الحقيقية بمقدار ثابت ، ويوصف القياس حينئذ بأنه غير دقيق .



تستخدم أجهزة عديدة لقياس الكميات الفيزيائية المختلفة كالطول والزمن ودرجة الحرارة . وبعض هذه الأجهزة تناظرية والبعض الآخر رقمية ، ولكن لها جميعها حدودا معينة للضباطة .

الدقة هى مدى اختلاف القيمة المقاسة عن القيمة الحقيقية بسبب الأخطاء الرتيبية . ويلاحظ هنا أن العناية الشديدة بتصميم الجهاز ومعايرته ، والحرص الكبير عند القراءة يمكن أن يقلل الأخطاء الرتيبية إلى مستوى من عدم الدقة أصغر من حد ضباطة الجهاز .

وأخيرًا فإن القياسات المتعددة لنفس الكمية باستخدام نفس الجهاز تختلف فيما بينها عادة بمقادير أكبر من ضباطة الجهاز . مثل هذه الأخطاء تسمى **الأخطاء العشوائية أو الأخطاء الإحصائية** . وهى أخطاء تسببها تغيرات الخاصية الفيزيائية المقاسة نفسها ، كالتغيرات فى درجة الحرارة والجهد الكهربى وضغط الغاز وما شابه ذلك . والأخطاء الإحصائية لا يمكن التخلص منها تمامًا ، ولكن يمكن تقليلها بزيادة عدد القياسات ، كما يمكن حساب تأثيرها على دقة الكمية المقاسة بالتحليل الإحصائى . لكننا لن نستخدم التحليل الإحصائى فى هذا الكتاب .

1-3 الأبعاد والوحدات المستخدمة فى القياس

عند قياس كمية فيزيائية ما علينا أن نحدد **نوع** الخاصية الفيزيائية التى تقم بقياسها . هل نريد تعيين طول حمام السباحة مثلاً ، أم نريد تعيين الزمن اللازم لسباحته مرة

واحدة . هناك سبعة أنواع أساسية فقط من الخـواص الفيزيائيـة اللازمـة لوصـف جميـع القياسات الفيزيائية هذه الخواص ، وتسمى **الأبعاد** ، هى الطول والكتلة والزمن ودرجـة الحرارة والتيار الكهربى وعدد الجسيمات والشدة الضيائيـة . أمـا الكميـات الفيزيائيـة الأخرى التى تتعامل معها ، كالقوة والطاقة وكمية التحرك ، فيمكن اشتقاقـها مـن هـذه الأبعاد الأساسية السبعة .

من الضرورى تعريـف كميـة معياريـة لكـل مـن الأبعـاد الفيزيائيـة الأسـاسيـة . هـذه التعريفات اختيارية ، ولكن كلاً منها مبنى على أساس قيـاس فيزيـائى ذى ضباطـة عاليـة . وهناك اتفاقية دولية بشأن تعريف كل من الكميـات المعياريـة السـبع وكذلـك مواصفات وتصميمات التجارب المستخدمة لقياسـها .

بعد تحديـد نـوع الخاصيـة المراد قياسـها سـتكون مـهمتنا الثانيـة أن نختـار نظامًا **لوحدات القياس للتعبير عن الكمية التى نقوم بقياسها** . وقد استخدمت عدة أنظمة للوحدات فى أوقات وأماكن مختلفة للتعبير عن الكميات المقاسة بالأبعاد السبعة الأساسية . ولكـن يستخدم فى العالم الآن نظامان أساسيان فقط من أنظمة القياس . وأكـثر هذيـن النظـامين استخدامًا فى الوقت الحالى ، وهو النظام المستخدم فى المجال العلمى على وجه الحصـر تقريبًا ، هـو النظـام العـالمى للوحـدات (SI)* . أمـا النظـام الثـانى ، وهـو الشـائع فـى الولايات المتحدة ، فهو النظام البريطانى (بالرغم من أنه لم يعـد النظـام المعتمـد رسميًا للاستخدام فى بريطانيا العظمى) . والنظام المستخدم فى هذا الكتاب هو نظام الوحدات SI ، وإن كنا سنعقد أحيانا بعض المقارنة مع النظام البريطانى .

جدول 1-1 :

الأبعاد والوحدات الأساسية فى النظام SI .

البعد	الوحدة	الرمز
الطول	المتر	m
الكتلة	الكيلو جرام	kg
الزمن	الثانية	s
درجة الحرارة	الكلفن	K
التيار الكهربى	الأمبير	A
عدد الجسيمات	المول	mol
الشدة الضيائية	الكاندلا	cd

يوضح الجدول 1-1 الأبعاد الأساسية السبعة معبرًا عنها فى نظام الوحـدات SI . أما الكميات الفيزيائية الأخرى والتى تمثل **تركيبـات** مـن الوحـدات الأسـاسيـة فـهى الوحدات SI **المشتقة** ، وقد أعطى العديد منها أسمائها الخاصة . ومن أمثلة الوحدات المشتقة يمكن ذكـر الجـول (للطاقـة) والنيوتـن (للقـوة) . هـذا ويحتـوى الغـلاف الأمامى للكتاب على قائمة كاملة تقريبا للوحدات SI الأساسية والمشتقة . وسوف نقوم بتعريف بعض الوحدات الخاصة على نحو أكـثر تفصيـلاً عنـد ورودهـا فـى مواضعـها المناسبة بالكتاب .

1-4 الحساب بالوحدات والتحويل بين أنظمة الوحدات

يتضمن حساب الوحدات المقاسة دائما **عمليتـين** متميزتين : (1) إجـراء الحسـاب العددى ، (2) حساب وحدات الكمية الناتجة . وفيما يتعلق بالعملية الأخيرة مـن المـهم مراعاة أن **الوحدات فى حساب مـا تعـامل نفس معاملـة أى كميات جبريـة أخـرى** .

وهكذا فإن قسمة 60 miles (mi) على 2 hours (h) تعطى

* يأتى الاختصار SI من الاسم الفرنسى Le Systéme International d'Unités .

$$\frac{60\ \text{mi}}{2\ \text{h}} = 30\ \text{mi/h}$$

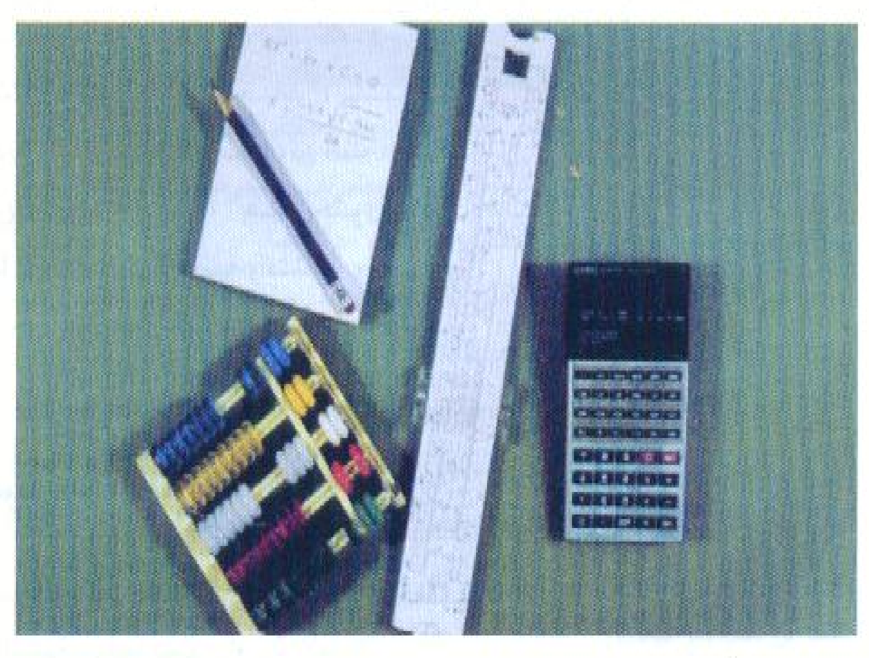
وبالمثل فإن ضرب 3 kilograms (kg) فى 12 meters per second (m/s) يعطى

$$(3\ \text{kg})(12\ \text{m/s}) = 36\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

والوحدات المستخدمة لقياس بُعد ما فى أنظمة الوحدات المختلفة تسمى عادة بأسماء مختلفة وتمثل مقادير مختلفة لذلك البعد . فمثلاً ، يقاس الطول بالمتر فى النظام SI وبالياردة فى النظام البريطانى ، ويستخدم الكيلو جرام (النظام SI) والسلج (النظام البريطانى) كلاهما لقياس الكتلة . ومع ذلك يمكننا دائمًا تحويل أى قياس من نظام إلى آخر باستخدام العلاقات التكافؤية المناسبة ، والتى تسمى **معاملات التحويل** . هذا ويحتوى الغلاف الأمامى الداخلى على بعض معاملات التحويل الشائعة الاستعمال .

وتنشأ أخطاء الحساب غالبًا بسبب استخدام وحدات متضاربة أو الاستخدام غير الصحيح لمعاملات التحويل . ولتلافى حدوث مثل هذه الأخطاء عند التحويل من نظام وحدات ما إلى آخر يجب ملاحظة أن النسبة التكافؤية للوحدتين تساوى الوحدة دائمًا . فمثلاً ، إذا قسمنا طرفى المعادلة 1.00 inch (in) = 2.54 centimeters (cm) على 2.54 m سنجد أن :

$$\frac{1.00\ \text{in}}{2.54\ \text{cm}} = \frac{2.54\ \cancel{\text{cm}}}{2.54\ \cancel{\text{cm}}} = 1$$



الأجهزة الحاسبة المبينة بالصورة هى : المعداد (عدد البكر) ، قلم وورقة ، مسطرة حاسبة وآلة جيب حاسبة . هل يمكنك تحديد cpu (الوحدة الحاسبة المركزية) للأجهزة الثلاثة الأولى .

وحيث أن 1.00 in/2.54 cm = 1 ، يمكننا استعمال معامل التحويل هذا ـ مع مراعاة أن ضرب أى كمية فى 1 لا يغيرها ـ للتحويل من الوحدات المترية (السنتيمترات إلى البريطانية (البوصات) . وهكذا فإن طولاً قدره 17.3 cm يكافئ :

$$(17.3\ \text{cm}) \times (1.00\ \text{in}/2.54\ \text{cm}) = 6.81\ \text{in.}$$

لاحظ أن استخدامنا لمعامل التحويل هذا **لا** يعنى أن 1 = 1/2.54 . تذكّر أننا نجرى حسابا **بالوحدات** وليس مجرد الأعداد . لاحظ أيضا أن النسبة 1.00 in/2.54 cm والنسبة 2.54 cm/2.54 cm كلتيهما بدون أبعاد (طول / طول) ، ومن ثم فإن النتيجة تكون عددًا صرفًا (**ومضبوطًا**) وهو 1 . وعليه فإن ضرب أى كمية مقاسة فى نسبة معامل تحويل ما يؤدى إلى تغيير وحدات هذه الكمية وتعديل القيمة العددية إلى الوحدات الجديدة . وما عليك إذن إلا أن تختار الوحدات التى تريد التخلص منها (اختصارها) والوحدات التى تريد إحلالها محلها . فمثلاً ، لتحويل 20.0 قدمًا (ft) إلى أمتار (m) :

$$20.0\,\cancel{ft} \times \frac{0.305\,m}{1.00\,\cancel{ft}} = 6.10\,m$$

لاحظ أن وحدات القدم (ft) تختصر جبريًا وتبقى وحدات الأمتار (m) وحدها . أما الجزء العددى فى الحساب فيقوم بتعديل عدد الأقدام الأصلى إلى العدد الصحيح من الأمتار .

بالمثل ، لتحويل سرعة قدرها 60.0 mil/h إلى m/s :

$$60.0\,\cancel{mi}/\cancel{h} \times \frac{1610\,m}{1.00\,\cancel{mi}} \times \frac{1.00\,\cancel{h}}{3600\,s} = 26.8\,m/s$$

وهنا يجب التنويه إلى أن تتبع الوحدات فى معادلة ما وإجراء التحويلات الصحيحة يمثلان اثنين من أهم الواجبات فى الحسابات الفيزيائية . كذلك عليك أن تتذكر أن :

جميع الحدود فى أى معادلة يجب أن يكون لهما نفس الوحدات .

ونحن نعنى بكلمة **الحد** هنا أى كمية تجمع أو تطرح فى المعادلة . وعلى هذا الأساس فإن وحدات أى من طرفى معادلة ما يجب أن تكون هى نفس وحدات الطرف الآخر .

1-5 الأرقام المعنوية فى الحسابات

حيث أن لكل أجهزة القياس حد ضباطة معين ، ونظرًا لأن الأخطاء الإحصائية غالبًا ما تتواجد ، فإن هناك حدًا معينًا ما لعدد الأرقام المعروفة يقينا فى نتيجة كل قياس . وتسمى الأرقام المعروفة يقينًا **بالأرقام المعنوية** . ومن ثم فعند قيامك بحل مسألة فيزيائية معينة يجب عليك أن تستخدم العدد الصحيح من الأرقام المعنوية للتعبير عن نتائج قياسك وحسابك على حد سواء .

والأصفار قد تكون أو لا تكون أرقامًا معنوية ، ويتوقف ذلك على ما إذا كانت تمثل قيمًا معروفة أو أنها قد استخدمت لتحديد موضع العلامة العشرية . ولكن يمكن تلافى الغموض فيما يتعلق بالأصفار باستخدام التدوين العلمى ، أى باستخدام العامل الأُسّىْ لبيان موضع العلامة العشرية وكتابة العدد الذى يحتوى على الأرقام المعنوية قبل العامل الأسى .

أمثلة :

القياس	الأرقام المعنوية	ملاحظات
3.1 cm	2	
4.36 m/s	3	
5.003 mm	4	الصفران رقمان معنويان .
0.00875 kg	3	الأصفار تحدد موضع العلامة العشرية فقط .
87×10^{-3} kg	3	نفس الكمية كما فى المثال السابق .
4500 ft	2 أو 3 أو 4	غامض . لا يمكن معرفة ما إذا كان الصفران مقاسان أو أنهما يُحددان موضع العلامة العشرية فقط
4.5×10^{3} ft	2	زال الغموض الموجود فى المثال السابق .
4.500×10^{3} ft	4	زال الغموض الموجود فى المثال السابق .

من الضرورى عند إجراء الحسابات معرفة عدد الأرقام المعنوية اللازم الاحتفاظ بها فى النتيجة . ذلك أن الآلات الحاسبة تعطى النتيجة على هيئة عدد مكون مما يقرب من عشرة أرقام حتى وإن كانت الكميات المدخلة مكونة من عددين معنويين أو ثلاثة فقط . وسوف نتعرف خلال هذا المقرر على قاعدتين بسيطتين لحل هذه المشكلة .

الأرقام المعنوية فى عمليتى الجمع أو الطرح

عند جمع أو طرح الكميات المناسبة يمكن أن تكون ضباطة النتيجة مساوية فقط لأقل الحدود ضباطة فى المجموع أو الفرق . وفى هذه الحالة تكون كل الأرقام وحتى حد الضباطة هذا أرقامًا معنوية جميعها .

الأرقام المعنوية فى عمليتى الضرب والقسمة

عند ضرب أو طرح الكميات المقاسة يمكن أن يكون عدد الأرقام المعنوية فى النتيجة مساويًا فقط لأقل عدد من الأرقام المعنوية فى أى عامل فى المسألة .

مثال توضيحى 1-1

لنفرض أنك قد أجريت ثلاثة قياسات للطول باستخدام أجهزة ذات ضباطات مختلفة وأنك حصلت على 3.76 cm ، 46.855 cm ، 0.2 cm . ما مجموع هذه القيم ؟

استدلال منطقى :

الحساب :

$$\begin{array}{r} 3.76 \text{ cm} \\ +46.855 \text{ cm} \\ +\ 0.2 \text{ cm} \\ \hline 50.815 \text{ cm} \end{array}$$

الآلة الحاسبة تعطى :

ولكن قاعدة الأرقام المعنوية فى الجمع والطرح تفيدنا أن النتيجة يجب أن تعطى لأقرب 0.1 cm فقط وذلك لأن أقل الكميات ضباطة (0.2) معرفة حتى هذه الضباطة فقط . الإجابة الصحيحة إذن هى 50.8 cm .

ولكى نرى أن هذا صحيح بالفعل ، لننظر إلى معنى ضباطة كل من الأعداد السابقة . بتطبيق قاعدة الـ $\pm\frac{1}{2}$ المذكورة فى صفحة 3 سنجد أن القيمة الأولى تقع فى المدى من 3.755 إلى 3.765 . كذلك فإن القيمة الثانية يمكن أن تكون 46.8555 وهى أكبر قيمة أو 46.8545 وهى أصغر قيمة ، أما القيمة الثالثة فتقع فى المدى من 0.15 إلى 0.25 . ولإيجاد درجة عدم اليقين فى المجموع يمكن إيجاد أكبر مجموع باستخدام القيم العليا للأعداد الثلاثة ثم حساب أصغر مجموع باستخدام القيم الصغرى لها :

أكبر مجموع :

$$\begin{array}{r} 3.765 \\ +46.8555 \\ +\ 0.25 \\ \hline 50.8705 \end{array}$$

أصغر مجموع :

$$\begin{array}{r} 3.755 \\ +46.8545 \\ +\ 0.15 \\ \hline 50.7595 \end{array}$$

ومن ذلك نجد أن مدى اليقين أكبر قليلا من 0.1 cm . هذا المثال التوضيحى يبين أنه حتى الرقم المعنوى الثالث موضع شك ، ومن ثم ليس هناك أى مبرر لادعاء أن الضباطة أعلى من 50.8 cm .

مثال توضيحى 2-1

ما حجم صندوق قيست أطوال أضلاعه فوجد أنها 31.3 cm ، 28 cm ، 51.85 cm ؟

استدلال منطقى :

تذكر أولاً أن حجم الصندوق يمكن إيجاده بضرب طوله فى عرضه فى ارتفاعه . وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

$$\text{الحجم} = (31.3 \text{ cm})(28 \text{ cm})(51.85 \text{ cm}) = 45{,}441.34 \text{ cm}^3$$

ولكن قاعدة الأرقام المعنوية تحتم الاحتفاظ **برقمين معنويين** فقط (لأننا محددون برقمين معنويين فى القيمة 28 cm) :

$$(\text{الحجم}) = 45{,}000 \text{ cm}^3 = 4.5 \times 10^4 \text{ cm}^3$$

يبدو أننا قسونا على أنفسنا قسوة شديدة بإهمال جميع الأرقام المعنوية الأخرى . ولكن بالنظر إلى معنى الضباطة سنرى أن أكبر قيم للأعداد الثلاثة ، باستعمال معنى الضباطة ، هى 31.35 ، 28.5 ، 51.855 . وبذلك سنجد أن القيمة **العظمى** للحجم هى :

$$\text{القيمة العظمى للحجم} = (31.35\ \text{cm})\ (28.5\ \text{cm})\ (51.855\ \text{cm}) = 46{,}300\ \text{cm}^3$$

ويمكن إيجاد **القيمة الصغرى** للحجم باستخدام القيم الصغرى للأعداد المعطاة :

$$\text{القيمة الصغرى للحجم} = (31.25\ \text{cm})\ (27.5\ \text{cm})\ (51.845\ \text{cm}) = 44{,}600\ \text{cm}^3$$

تبين القياسات إذن أن الحجم المحسوب يجب أن يكون فى هذا المدى . وهكذا نرى أن الرقم الثانى نفسه غير يقينى ، ومن ثم فإن الحجم يكون $45{,}000\ \text{cm}^3$ تقريبًا . وهو يتكون من رقمين معنويين فقط . ■

تلخيصًا لما سبق من المهم أن نتذكر الآتى :

الحسابات لا يمكنها زيادة ضباطة الكميات المقاسة أو عدد أرقامها المعنوية .

1-6 مبادئ الفيزياء كمعادلات رياضية

يلاقى الكثير من الطلاب (وقد تكون أنت واحد منهم) صعوبة صغيرة ولكنها ماكرة فى حل المعادلات الجبرية فيما يسمى بالمسائل « اللفظية » حيث يتطلب الأمر اشتقاق هذه المعادلات من نص المسألة . معنى ذلك أن عملية بناء المعادلة من المفاهيم التى تعطى لغويًا فى المسألة غالبًا ما تمثل صعوبة كبيرة للطلاب . ومع ذلك فإن بناء الصيغة الرياضية فى مسألة لفظية لها أهمية مطلقة فى تعلم وفهم الفيزياء .

ويمكن اختصار عملية بناء المعادلة من الألفاظ إلى النقاط الآتية :

1 ـ حذف الأجزاء غير المتصلة بالموضوع ذهنيًا من العبارة اللفظية أو ، بأسلوب آخر ، استخراج **الكميات الجوهرية** من الجملة .

2 ـ التعبير عن قيم الكميات غير المعطاة **برموز** بسيطة (مثل x ، y) .

3 ـ تحديد **الشكل الرياضى للمبادئ الأساسية** التى تربط بين الكميات الجوهرية حيث أن هذه المبادئ غالبًا ما لا تعطى صراحة فى نفس المسألة . بالاختصار :

تمدنا التعريفات والقوانين بالعلاقات بين الخواص الفيزيائية التى تمكننا من تحويل العبارات اللفظية إلى معادلات رياضية .

مثال توضيحى 1-3

لديك النية لإنفاق $10.00 على الهامبورجر وشرائح لحم البقر (ستيك) . فإذا اشتريت 3.00 أرطال من الهامبورجر بسعر قدره $1.29 لكل رطل ، فما كمية شرائح

لحم البقر الذى تستطيع شراءه إذا كان سعرها $3.99 لكل رطل ؟

استدلال منطقى :

الكميات الجوهرية هنا هى التكلفة الكلية وسعر الرطل من الهامبورجر وشرائح لحم البقر ووزن كل منهما . المسألة هى سعر الرطل من كل من السلعتين ووزن الهامبورجر والتكلفة الكلية . أما المجهول فهو وزن شرائح لحم البقر (ولنرمز له بالحرف x) التى يمكن الحصول عليها بعد شراء الهامبورجر . المبدأ الأساسى الذى يربط بين هذه الكميات مفهوم لنا جميعًا من حياتنا اليومية وهو أن سعر الرطل مضروبًا فى الوزن يساوى ثمن كل سلعة . ونعلم أيضا أن مجموع ثمن الهامبورجر وشرائح لحم البقر يساوى $10.00 وبكتابة كل هذا فى الشكل الرياضى نحصل على المعادلة :

$$(3.00\ \text{lb})\ (\$1.29/\text{lb}) + (x\ \text{lb})(\$3.99/\text{lb}) = \$\ 10.00$$

من السهل بالطبع حل هذه المعادلة وإيجاد وزن شرائح لحم البقر x :

$$(x\ \text{lb})\ (\$3.99\ /\ \text{lb}) = \$10.00 - \$3.87$$

تحقق أن $x = 1.54$ lb يجب أن تتكون من ثلاثة أرقام معنوية .

مثال توضيحى 4-1

تسير سيارة سباق فى حلبة السباق بسرعة مقدارها 215 km/h . فإذا كان طول الدورة الواحدة من الحلبة 2.00 km ، فما الزمن الذى تستغرقه السيارة لقطع 150 دورة ؟

استدلال منطقى :

الكميات الجوهرية المعطاة هى عدد الدورات اللازم قطعها وطول الدورة الواحدة ومقدار سرعة السيارة ، والمطلوب هو إيجاد الزمن الكلى الذى سنرمز له بالرمز t . المبدأ الأساسى الذى يربط بين مقدار السرعة والزمن مألوف لنا أيضا وهو

$$\text{مقدار السرعة} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن اللازم}}$$

وإذا رمزنا لمقدار السرعة بالرمز v وللمسافة المقطوعة بالرمز d يمكننا ترجمة هذه المعادلة اللفظية إلى الشكل الرياضى :

$$v = \frac{d}{t}$$

من المهم أن تنظر إلى هذه المعادلة **ليس** على أنها صيغة رياضية لمقدار السرعة v ، بل على أنها **علاقة** بين الكميات الثلاث التى يمكن التعامل معها طبقًا لقواعد علم الجبر . فمثلاً ، بضرب كلا الطرفين فى t نحصل على

$$vt = \left(\frac{d}{t}\right)t = d$$

وبقسمة كلا الطرفين فى المعادلة السابقة على v نجد أن

$$\frac{vt}{v} = t = \frac{d}{v}$$

لكن المسافة الكلية d التى قطعتها السيارة ليست معطاة صراحة بالمسألة ، ولكن العلاقة بين d والكميات المعطاة ربما كانت معروفة لك حتى بدون دراسة الفيزياء :

(عدد الدورات) (طول الدورة الواحدة) = المسافة الكلية

$$d = (l)(n)$$

حيث استعملنا الحرف l كرمز لطول الدورة الواحدة و n كرمز لعدد الدورات .

وهكذا نكون قد خلقنا معادلتين تحتويان على المعطيات والمجاهيل وذلك بتطبيق مبدأين أساسيين بسيطين ؛ والباقى إذن من حل المسألة رياضى بحت . لنحسب d أولاً :

$$d = (l)(n) = \left(\frac{2.00\ \text{km}}{\text{lap}}\right)(125\ \text{laps}) = 250\ \text{km}$$

وبعدئذ نحسب t :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{250\ \text{km}}{215\ \text{km/h}} = 1.16\ \text{h}$$

يلاحظ فى الحل الأخير أن $\text{km/(km/h)} = \text{h}$. ■

وبالرغم من أن كثيرًا من المسائل فى هذا الكتاب أكثر صعوبة من هاتين المسألتين ، فإن العملية السابق شرحها هى أساس « شغل » الفيزياء . وكلما كان عدد مبادئ الفيزياء الأساسية التى تعلمها كبيرًا كلما زادت مقدرتك على ترجمة المسألة اللفظية إلى معادلة رياضية . ونود أن نؤكد عليك مرة أخرى ألا تعتبر المبادئ بمثابة « صيغ رياضية » لكمية ما ، فإنها فى الحقيقة علاقات بين الخواص الفيزيائية كما تعين بالمشاهدة والتجربة . والواقع أن النقطة الجوهرية فى فهم الفيزياء هى القدرة على اختيار وتطبيق المبادئ الملائمة على أية مسألة ما . وعندئذ سوف تتحول عملية الحل إلى عملية رياضية بحتة .

الرياضيات المستخدمة فى هذا المقرر

يتطلب هذا المقرر فى الفيزياء ، والذى تبدأه الآن ، أن تكون على دراية تامة بجبر المرحلة الثانوية وكذلك بعض علم حساب المثلثات البسيط . إضافة إلى ذلك يفترض أن تكون ملمًا بالصيغ الرياضية لمحيط ومساحة وحجم الأشكال الهندسية المشهورة . ذلك ويحتوى اللحق 2 على مراجعة رياضية تفصيلية للرياضيات المطلوبة هنا وكذلك بعض الأمثلة المحلولة .

وسوف تقابلك أثناء الدراسة الأنواع الآتية من المعادلات الجبرية .

1 ـ المعادلة الخطية : $ax + b = 0$

2 ـ المعادلة التربيعية : $ax^2 + bx + c = 0$

3 ـ المعادلات الآنية في مجهولين أو ثلاثة ، مثل :

$kx + ly + m = 0$ $\qquad$ $ax + by + c = 0$

أما العلاقات الوظيفية التي سوف تتعامل معها فهي :

1 ـ التناسب الخطي : $y = ax + b$

2 ـ التناسب التربيعي : $y = ax^2 + bx + c$

3 ـ التناسب العكسي : $y = \dfrac{k}{x}$

4 ـ التناسب التربيعي العكسي : $y = \dfrac{k}{x^2}$

5 ـ التناسب اللوغاريتمي :

الأساس 10 : $x = 10^y \qquad y = \log x$

الطبيعي (الأساس e) $x = e^y \qquad y = \ln x$

هذا ويمكن عرض كل من هذه العلاقات الوظيفية بشكل مرئي على صورة منحنى ، وهذا يساعد كثيرًا في تحديد نوع التناسب وتفسيره بسهولة تامة . وأخيرًا فإن الدوال المثلثية والقياسات الزاوية التي سوف نستعملها هي :

1 ـ $\sin x$ ، $\cos x$ ، $\tan x$.

2 ـ الزاوية النصف قطرية والدرجة لقياس الزاوية .

3 ـ قانون الجيوب .

4 ـ قانون جيوب التمام .

وعليك الآن الرجوع إلى الملحق 3 إذا كانت بعض هذه الموضوعات غير مألوفة لك .

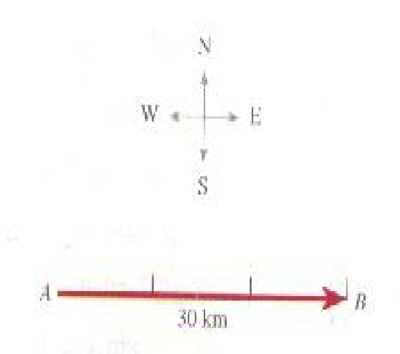
1-7 الكميات المتجهة والقياسية

عند قياسك لكمية ما فإنك تعبر عن النتيجة بدلالة عدد ما . فمثلاً قد يكون طولك 165 cm ، وهذه كمية لها قيمة عددية ، 165 (وتسمى **مقدار الكمية**) **ووحدة قياس** ، وهي السنتيمتر في هذه الحالة . كذلك يمكنك التعبير عن طولك بالكمية 65 in أو 5.4 ft . ويلاحظ في كل حالة أن الكمية لها مقدار ووحدة قياس . والطول ، مثل كميات أخرى كحجم صندوق أو عدد حبات الحلوى في إناء زجاجي ، لا يرتبط بأي اتجاه . وتسمى الكميات التي لا يرتبط بها أي اتجاه **الكميات القياسية** .



تستخدم المتجهات كل يوم للإشارة إلى الاتجاهات التى نسير فيها .

وهناك كميات أخرى ترتبط بالاتجاهات . فضابط الشرطة مثلاً يهتم ليس فقط بمقدار سرعة حركة سيارتك فى شارع ذى اتجاه واحد بل باتجاهها أيضا ، وسوف يقلق قلقًا شديدًا إذا كان اتجاه الحركة غير صحيح . الحركة إذن هى كمية لها اتجاه بالإضافة إلى المقدار . ولوصف الحركة وصفًا تامًا يجب تحديد اتجاهها بالإضافة إلى مقدارها ، فنقول على سبيل المثال أن مقدار السرعة 40 km/h فى اتجاه الشرق . ومن الواضح ، مثلاً ، أن النتيجة الفيزيائية للحركة شرقًا بسرعة مقدارها 40 km/h مختلف تمامًا عن النتيجة الفيزيائية للحركة شمالاً بنفس مقدار السرعة . كذلك هناك كميات كثيرة مألوفة تتضمن الاتجاه بالإضافة إلى المقدار وذلك مثل القوى (الشد والجذب) وحركتك عند السفر من مدينة إلى أخرى . وتسمى مثل هذه الكميات ذات الاتجاه علاوة على المقدار **بالكميات المتجهة** .



شكل 2-1 :
السهم الموجه يمثل إزاحة قدرها 30 km فى اتجاه الشرق .

والطريقة المناسبة لتمثيل المتجه بيانيًا هى أن يرسم المتجه على هيئة خط مستقيم يتناسب طوله مع مقدار المتجه ويوضع سهم على إحدى نهايتيه لبيان الاتجاه . لنفرض مثلاً أن سيارة قد قطعت 30 km شرقًا . يقال عندئذ أن السيارة قد عانت إزاحة قدرها 30 km شرقًا . من الواضح أن الإزاحة كمية متجهة ؛ وذلك لأن لها مقدار ، وهو 30 km ، واتجاه أيضًا ، وهو الشرق ، وهكذا يمكننا تمثيل هذه الإزاحة بسهم موجه كما بالشكل 2-1 . هذا السهم طوله ثلاث وحدات تمثل مقدار الإزاحة وهو 30 km وموجّه إلى الشرق ليوضح اتجاه الإزاحة .

8-1 جمع المتجهات

يعلم كل منا أنه عند إضافة تفاحتين إلى ثلاث تفاحات تكون الكمية الكلية خمس تفاحات . هذا مثال على كيفية جمع الكميات القياسية مجموع كميتين قياسيتين إذن هو

ببساطة مجموع مقداريهما ؛ هذا بفرض أن الكميتين لهما نفس الوحدات طبعًا . وبإضافة $40\ cm^3$ من الماء إلى $20\ cm^3$ من الماء ستحصل على $60\ cm^3$ ؛ أى أن الكميات القياسية هنا أيضًا تجمع جمعًا عدديًا .

لكن الكميات المتجهة لا تجمع بهذه الطريقة ، وسوف نوضح هذه النقطة أولاً باستخدام الإزاحات .

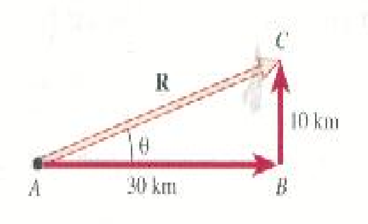
الإزاحة من نقطة ما A إلى أخرى B هى كمية متجهة مقدارها طول الخط المستقيم من A إلى B واتجاهًا هو اتجاه سهم يشير من A إلى B .

لنعتبر ما يحدث عندما تقوم بإزاحة قدرها 30 km تجاه الشرق ثم إزاحة أخرى قدرها 10 km تجاه الشمال كما هو موضح بالشكل 3–1 . والمطلوب هو إيجاد الإزاحة الكلية الناتجة عن هاتين الإزاحتين ، أى الإزاحة من A إلى C . هذه الإزاحة ، والممثلة بالسهم **R** ، تسمى **الإزاحة المحصلة** وتمثل مجموع متجهى الإزاحة .

من الواضح أن الإزاحة المحصلة من A إلى C هى متجه وأن اتجاهها يختلف عن اتجاه أى من الإزاحتين الأصليتين ، كما أن مقدارها ليس 30 km + 10 km = 40 km بالتأكيد . وبدلاً من ذلك يمكننا أن نجد باستخدام نظرية فيثاغورث أن مقدار الإزاحة المحصلة هو :

$$\text{R مقدار} = \sqrt{(10\ \text{km})^2 + (30\ \text{km})^2} = \sqrt{(1000\ \text{km})^2} = 32\ \text{km}$$

هذا المثال يبين لنا أن جمع المتجهات يختلف اختلافًا تامًا عن جمع الكميات القياسية .



شكل 3–1 :
رسم اتجاهى يمثل رحلة قطع فيها مسافر 30 km فى اتجاه الشرق ثم 10 km اتجاه الشمال .

كثيرًا ما يكون لاتجاه المتجه المحصل نفس أهمية مقداره . وإحدى الطرق لإيجاد الاتجاه هى قياس الزاوية θ فى الشكل 3–1 بالمنقلة . وإذا كان الرسم دقيقًا طبقًا لقياس الرسم المختار سنجد أن $\theta = 18^\circ$ ؛ وهكذا يمكننا القول أن الإزاحة المحصلة 32 km فى اتجاه شمال الشرق بزاوية 18° .

وقبل الاستطراد فى المناقشة يجب أن نتفق على طريقة للرمز للكميات المتجهة . لنفرض أن لدينا إزاحة مقدارها 40 m واتجاهًا إلى الشمال ، وأننا اخترنا الرمز D لتمثيل هذه الإزاحة ، فإذا كنا نتعامل مع المقدار فقط سوف نرمز للإزاحة عندئذ بالحرف D العادى ، أى أننا نكتب $D = 40$ m فى هذه الحالة . أما إذا أخذنا اتجاه الإزاحة فى الاعتبار بالإضافة إلى مقدارها فإننا نوضح هذه الحقيقة بأن نرمز للإزاحة بالحرف الثقيل : **D** (ملحوظة : عند كتابة الرمز باليد فى هذه الحالة يكتب على الصور $\vec{D}$ أو $\underset{\sim}{D}$) . عليك إذن أن تتوخى الحذر فى استعمال رموز المتجهات ، فإذا كان الرمز مكتوبًا بالحرف الثخين فإن هذا يعنى أنه يمثل كمية متجهة وأن عليك الاهتمام بالاتجاه علاوة على المقدار .

1-9 الجمع البيانى للمتجهات

يمكننا دائمًا إيجاد الإزاحة المحصلة لعدة إزاحات متتالية بالتمثيل البيانى لها باستخدام مقياس رسم مناسب ، وهذا مبين بالشكل 3-1 فى حالة إزاحتين من هذا النوع . لاحظ أن هذه الطريقة تتكون من رسم المتجهين بنفس مقياس الرسم وبالزوايا المحددة ، مع مراعاة انطباق ذيل المتجه الثانى على رأس المتجه الأول . عندئذ تكون المحصلة هى ذلك المتجه الذى يشير من ذيل المتجه الأول إلى رأس المتجه الثانى .

هذه الطريقة لإيجاد المحصلة تسمى **الطريقة البيانية** ، ويمكن تعميمها بسهولة لإيجاد محصلة أكثر من متجهين . فمثلاً ، لنفرض أننا نريد جمع الإزاحات المتتالية الآتية : 10 km شرقًا ، 16 km جنوبًا ، 14 km شرقًا ، 6 km شمالاً وأخيرًا 4 km غربًا . لإيجاد المحصلة ترسم المتجهات المثلة للإزاحات المتتالية بالطريقة السابق وصفها لنحصل على رسم بيانى المتجهات المبين بالشكل 4-1 . وبناء على ما تقدم نجد أن الإزاحة المحصلة **R** تمتد من ذيل المتجه الأول إلى رأس الأخير ، وعليك أن تتأكد أنك تفهم هذا الرسم . وباستخدام المسطرة والمنقلة وأخذ مقياس الرسم المستخدم فى الاعتبار ستجد أن مقدار الإزاحة المحصلة **R** هو 22 km وأن اتجاهها هو $\theta = 26°$ جنوب الشرق .

شكل 1-4 :
الجمع البيانى لخمس إزاحات متتالية

هذه النتيجة لا تعتمد على الترتيب الذى تجمع به المتجهات . حاول مثلا أن تغير ترتيب الإزاحات فى الشكل 4-1 ليصبح 16 km جنوبًا ثم 4 km غربًا ثم 10 km شرقًا ثم 6 km شمالاً وأخيرًا 14 km شرقًا وتحقق أن الإزاحة المحصلة التى تحصل عليها فى هذه الحالة هى نفس ما حصلت عليه سابقًا .

نتيجة جمع المتجهات لا تعتمد على الترتيب الذى يجرى به الجمع .

يبين الشكل 5-1 كيفية استخدام الطريقة البيانية لجمع إزاحتين غير متعامدتين إحداهما على الأخرى الأولى 10 km فى اتجاه 45° شرق الشمال والثانية 5 km فى الاتجاه الجنوبى . وكما سبق وصفه ، ترسم المتجهات بمقياس رسم مناسب وبالزوايا الصحيحة وعندئذ ستكون المحصلة هى المتجه الذى يشير من ذيل المتجه الأول إلى رأس الثانى .

شكل 1-5 :
رسم بيانى المتجهات لرحلة طولها 10 km فى الاتجاه الشمالى الشرقى تليها رحلة أخرى طولها 5 km فى الاتجاه الجنوبى .

مثال توضيحى 1-5

اجمع الإزاحات الآتية بيانيًا :

الإزاحة (cm)	25	10	30
الزاوية (بالدرجات)	30	90	120

تقاس الزوايا بالنسبة لاتجاه الشرق كما هو مبين بالشكل 6-1 حيث أن الزوايا تقاس عادة بهذه الطريقة .

استدلال منطقى :

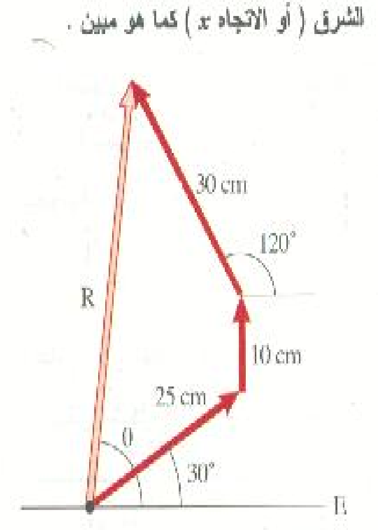
يرسم رسم بيانى المتجهات كما بالشكل 7-1 (ستكون فكرة جيدة أن تقوم بالرسم بنفسك مستخدمًا البيانات المعطاة ثم تقوم بمقارنة رسمك بالشكل 7-1) . سوف تبين القياسات عندئذ أن $R = 49$ cm ، $\theta = 82°$.

شكل 1-6 :
من المعتاد قياس الزوايا بالنسبة لاتجاه الشرق (أو الاتجاه x) كما هو مبين .

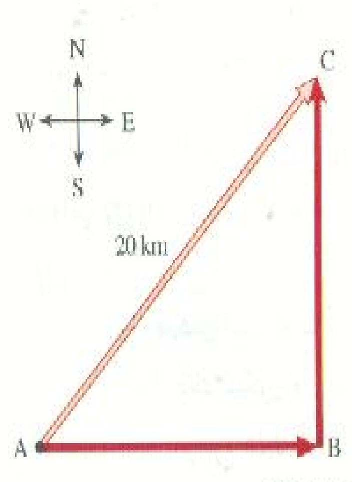
1-10 المركبات المتعامدة للمتجهات

بالرغم من أن الطريقة البيانية لجمع المتجهات بسيطة ومباشرة فإنها مرهقة وتعتمد دقتها على دقة الرسم فقط ، ولذلك فإننا نحتاج إلى طريقة أخرى خالية من هذه العيوب . هذه الطريقة تسمى **طريقة المركبات المتعامدة** لجمع المتجهات . وقبل البدء فى وصف هذه الطريقة علينا أن نتعلم أولاً كيفية إيجاد المركبات المتعامدة .

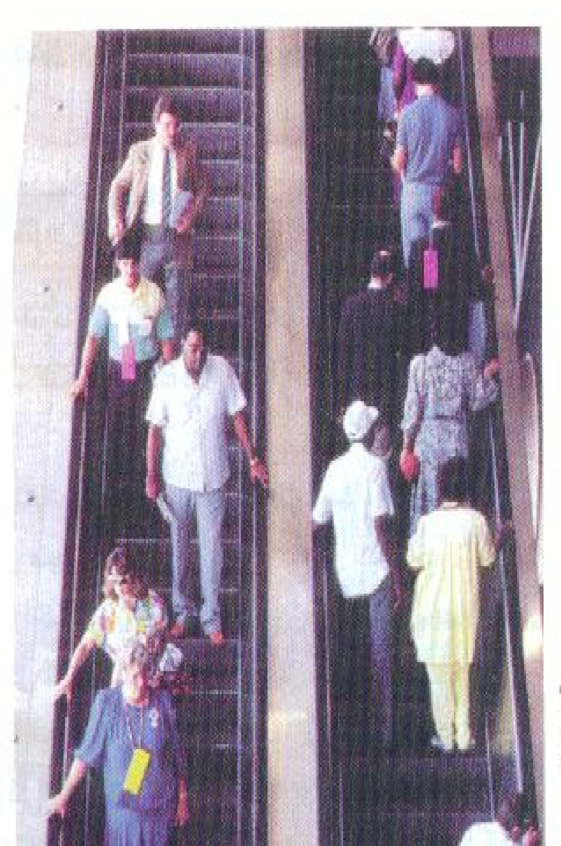
لنفرض أن شخصًا ينتقل من النقطة A إلى نقطة C تقع على بعد 20 km شمال شرق A . السهم الموجه الذى يمثل هذه الإزاحة هو السهم الممتد من A إلى C فى الشكل 8-1 . من الممكن أيضًا الانتقال من A إلى C باتباع المسار ABC ، بمعنى أن نقوم أولاً بإزاحة من A إلى B ثم بإزاحة أخرى من B إلى C . النتيجة النهائية واحدة فى الحالتين وهى أنك تنتقل من A إلى C . ومن ثم يمكن استبدال الإزاحة من A إلى C بالمتجهين **AB** و **BC** المتعامدين أحدهما على الآخر . هذان المتجهان يسميان **المركبتين المتعامدتين** للمتجه الأصلى . وسوف نرى فى القسم التالى أن المتجهات يمكن جمعها بسهولة باستخدام مركباتها المتعامدة . ولكننا يجب أن نتعلم أولاً كيف نستخدم علم حساب المثلثات لإيجاد هذه المركبات المتعامدة .

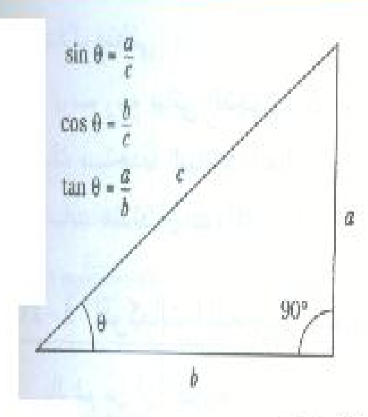


شكل 1-7 :
جمع الإزاحات المعطاة فى المثال التوضيحى 1-5 .



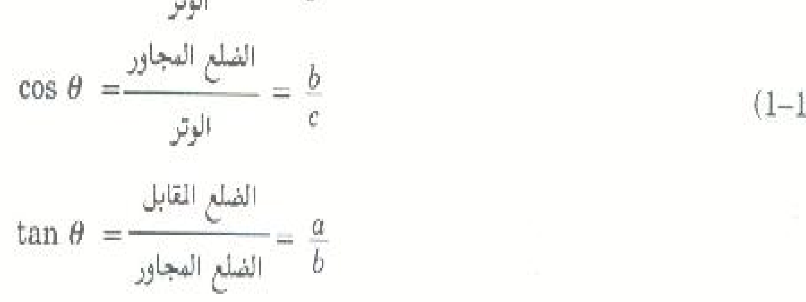
شكل 1-8 :
تحليل الإزاحة 20 km فى اتجاه شمال الشرق إلى مركبتى الإزاحة AB شرقًا و BC شمالاً . AB و BC هما المركبتان المتعامدتان للمتجه AC .


الصاعدون والهابطون على السلم الكهربائى المتحرك يتحركون بنفس معدل الحركة ولكن بسرعتين مختلفتين .



شكل 1-9 :
الدوال المثلثية للمثلث قائم الزاوية .

سنقوم الآن بمراجعة موجزة للدوال المثلثية البسيطة للمثلث قائم الزاوية ، وإذا لم تكن قرأت الغلاف الداخلي الخلفي بعد فعليك أن تفعل ذلك الآن . وبدلالة أضلاع المثلث قائم الزاوية الموضح بالشكل 9-1 ، يمكن تعريف هذه النسب المثلثية كما يلي :



$$\sin\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c}$$

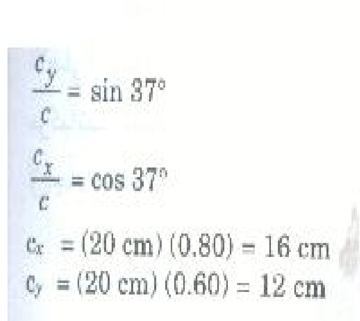
$$\cos\theta = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c} \qquad (1-1)$$

$$\tan\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}} = \frac{a}{b}$$

هذا وتعطى معظم الآلات الحاسبة هذه الدوال لمختلف الزوايا . لاحظ أن الدوال المثلثية نسب لا بعدية . وهكذا يتضح من المعادلات (1-1) أنه يمكن إيجاد ضلعي المثلث بمعلومية الوتر c وإحدى الزاويتين :

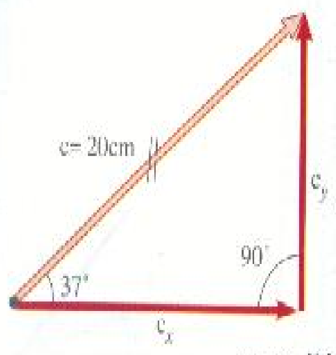
$$a = c\sin\theta \qquad b = c\cos\theta$$

لنحاول الآن تطبيق هذه المعلومة لإيجاد مركبتي متجه .



يمثل الشكل 10-1 متجه إزاحة مقداره 20 cm ويصنع زاوية قدرها 37° مع المحور x . (سنستخدم الآن الاتجاهين x و y بدلاً من الشرق والشمال ، وإذا أردت يمكنك اعتبار أن x يمثل اتجاه الشرق و y اتجاه الشمال) . وطبقاً لما سبق يمكن القول أن المتجه الأصلي **c** يكافئ المجموع الاتجاهي للمركبتين $\mathbf{c}_x$ و $\mathbf{c}_y$ اللتين يمكن إيجاد مقداريهما باستخدام علاقتي الجيب وجيب التمام :

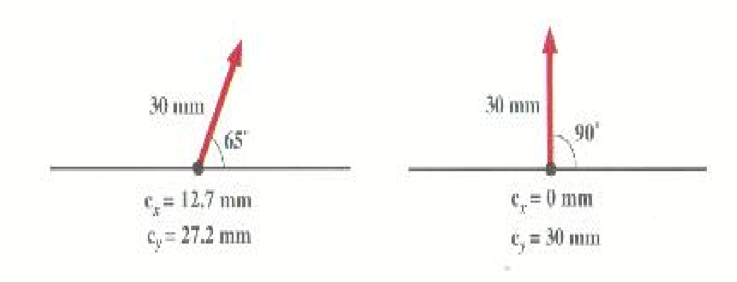
$$c_x = c\cos 37° = (20\text{ cm})(0.80) = 16\text{ cm}$$
$$c_y = c\sin 37° = (20\text{ cm})(0.60) = 12\text{ cm}$$

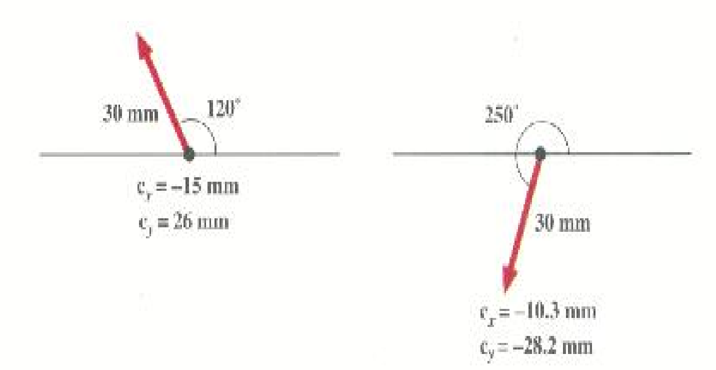


شكل 1-10 :
الشرطتان الموضوعتان على المتجه c تبينان أنه قد استبدل بمركبتيه . لاحظ أن $\sin 37° = 0.60$ و $\cos 37° = 0.80$.

أي أن الإزاحة 20 cm التي تصنع زاوية قدرها 37° مع المحور x تكافئ مجموع المركبتين المتعامدتين $\mathbf{c}_x = 16\text{ cm}$ في الاتجاه الموجب للمحور x و $\mathbf{c}_y = 12\text{ cm}$ في الاتجاه السالب للمحور y .

هذه الطريقة يمكن استخدامها لاستبدال أي متجه بمركباته المتعامدة ، فإذا ما تعلمت كيف تفعل ذلك سيكون من السهل عليك جمع (أو طرح) أي نوع من المتجهات ولكن قبل متابعة الموضوع عليك أن تتأكد أنك تستطيع إيجاد المركبتين x ، y للمتجهات المبينة بالشكل 11-1 . لاحظ أن اتجاه كل مركبة يبين بإشارة جبرية مناسبة . فعندما تكتب $c_x = -15\text{ mm}$ فهذا يعني أن المركبة في الاتجاه السالب للمحور x . وبالمثل فإن $c_y = 30\text{ mm}$ تعني أن المركبة تشير في الاتجاه الموجب للمحور y . أي أن اتجاه مركبة المتجه يعطى كإشارة جبرية ملحقة بقيمتها العددية .





شكل 11-1 :

تحقق أن مركبتى كل من هذه المتجهات كما هو موجود بالفعل .

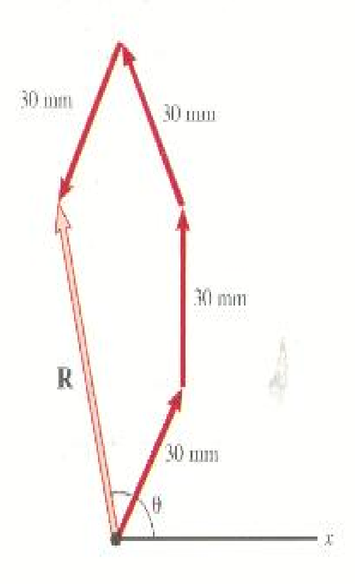
11-1 الجمع المثلثى للمتجهات

الآن وقد تعلمت طريقة إيجاد المركبات المتعامدة سيكون من السهل عليك جمع الإزاحات . لنفرض مثلاً أن حشرة على سطح منضدة وتقوم بالإزاحات المبينة بالشكل 11-1 .

30.0 mm	بزاوية 65.0° بالنسبة للاتجاه الموجب للمحور x (الشرق) .
30.0 mm	بزاوية 90.0°
30.0 mm	بزاوية 120.0°
30.0 mm	بزاوية 250.0°

حيث تقاس الزوايا كما هو موضح بالشكل 6-1 .

من الممكن بالطبع إيجاد الإزاحة المحصلة بيانيا باستخدام رسم بيانى المتجهات المبين بالشكل 12-1 ؛ ولكن هذه الطريقة تصبح مرهقة تماماً فى هذه الحالة . الطريقة الأسهل هى أن نستخدم مركبتى كل من هذه المتجهات لإيجاد مركبتى المحصلة . وللحصول على المركبة x ؛ ولتكن R_x ، علينا ببساطة أن نجمع المركبات x للمتجهات الأصلية والسابق إيجادها فى الشكل 11-1 :



شكل 12-1 :

محصلة الإزاحة المبينة بالشكل 11-1 . وباستخدام منقلة ومسطرة ونفس مقياس الرسم المستخدم فى الشكل 11-1 ستجد أن R تمثل إزاحة قدرها 56.4 mm تميل بزاوية 103° مع اتجاه x الموجب .

$$R_x = 12.7 + 0 + (-15.0) + (-10.3)\,\text{mm}$$
$$= 12.7 + 0 - 15.0 - 10.3 = -12.6\,\text{mm}$$

وبالمثل يمكن إيجاد المركبة y للمحصلة R_y بجمع المركبات y للمتجهات الأصلية :

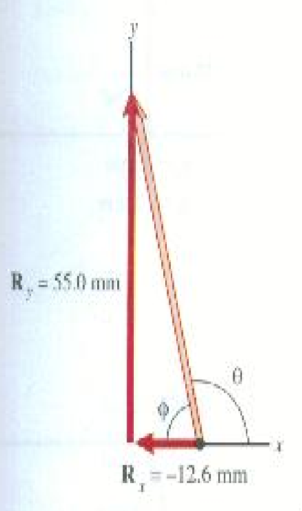
$$R_y = 27.2 + 30.0 + 26.0 - 28.2 = 55.0\,\text{mm}$$

هاتان هما المركبتان المتعامدتان للمحصلة . لاحظ أن R_x سالبة ولذلك فهى فى الاتجاه السالب للمحور x . من الضرورى إذن أن تؤخذ إشارات المركبات فى الاعتبار عند تعيين

المجموع . لاحظ أيضًا أنك تستطيع جمع المركبات بأى ترتيب تراه ، كما فى الجمع البيانى ، لأن هذا لن يغير النتيجة .

يمثل الشكل 13–1 المحصلة **R** ومركبتيها المتعامدتين . ذلك أن المحصلة هى وتر مثلث قائم الزاوية ضلعاه الآخران هما $\mathbf{R}_x = -12.6$ mm و $\mathbf{R}_y = 55.0$ mm . وباستخدام نظرية فيثاغورث سنجد أن مقدار **R** هو

$$R = \sqrt{(55.0\ \text{mm})^2 + (12.6\ \text{mm})^2} = \sqrt{3184\ \text{mm}^2} = 56.4\ \text{mm}$$



شكل 13–1 :
احسب مقدار واتجاه R بمعلومية مركبيتها .

ولإيجاد الزاوية θ التى تصنعها المحصلة مع المحور x علينا أولاً إيجاد الزاوية ϕ فى الشكل 13–1 . لاحظ أن

$$\tan\phi = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}} = \frac{R_y}{R_x} = \frac{55.0}{12.6} = 4.37$$

علينا الآن إيجاد الزاوية ϕ التى ظلها 4.37 . هذه الزاوية تسمى **معكوس** الظل وتكتب على الصور inv tan أو $\tan^{-1}$. وباستعمال الجداول المثلثية أو الآلة الحاسبة اليدوية ستجد أن

$$\phi = \tan^{-1}(4.37) = 77.0°$$

وحيث أن $\theta + \phi = 180°$ ، إذن

$$\theta = 180° - \phi = 103°$$

هذا ويمكنك التأكد من صحة هذه النتائج بحسابها من الشكلين 12–1 و 13–1 مستخدمًا المسطرة والمنقلة . كذلك فإننا نرى من المعقول عند تطبيقك للطريقة المثلثية أن تستعين بالرسم التخطيطى لترى ما إذا كانت نتائجك واقعية .

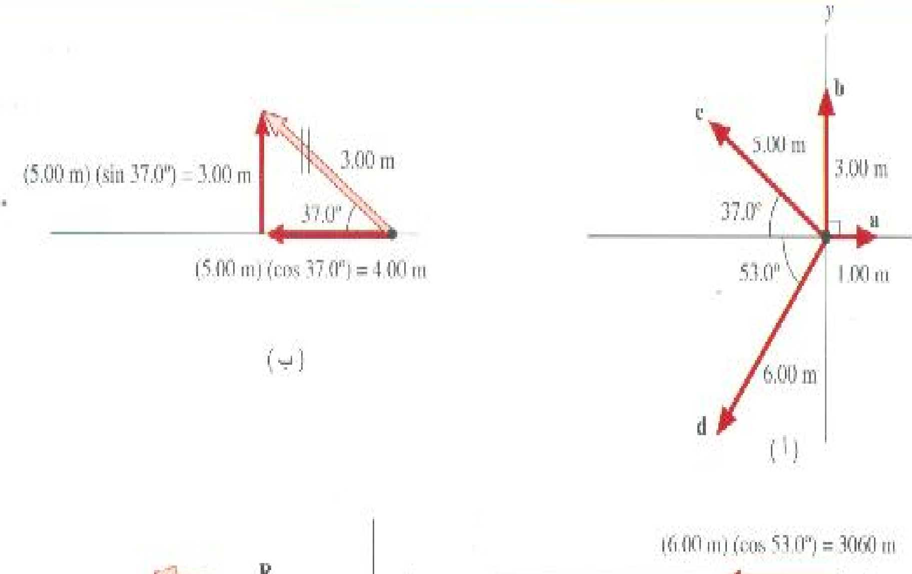
مثال توضيحي 6–1

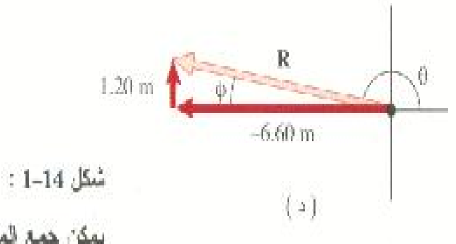
اجمع الإزاحات المبينة بالجزء أ من الشكل 14–1 .

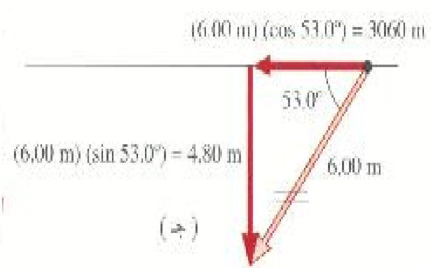
استدلال منطقى :

رمزنا للمتجهات بالرموز $\boldsymbol{a}$ ، $\boldsymbol{b}$ ، $\boldsymbol{c}$ ، $\boldsymbol{d}$. المركبتان x و y لكل من $\boldsymbol{a}$ و $\boldsymbol{b}$ واضحة . أما مركبتى كل من المتجهين الآخريين فقد أوجدناهما فى الجزئين ب ، جـ من الشكل . لنضع الآن البيانات التى حصلنا عليها كما بالشكل 14–1 فى صورة جدول حتى يمكننا إيجاد $\mathbf{R}_x$ و $\mathbf{R}_y$.

	a	b	c	d
$\mathbf{R}_x$	+1.00	0	−4.00	−3.60
$\mathbf{R}_y$	0	+3.00	+3.00	−4.80







شكل 14-1 :

يمكن جمع المتجهات المبينة فى الجزء (أ) بطريقة المركبات لنحصل علـى المحصلـة المبينة فى (د) .

ومن ثم نجد أن

$$R_x = 1.00 + 0 - 4.00 - 3.60 = 1.00 - 7.60 = -6.60 \text{ m}$$
$$R_y = 0 + 3.00 + 3.00 - 4.80 = +1.20 \text{ m}$$

والآن نستخدم هاتين المركبتين لرسم **R** كما بالشكل 14-1 د . ومن الرسم نجد أن

$$R = \sqrt{(6.60 \text{ m})^2 + (1.20 \text{ m})^2} = 6.71 \text{ m}$$

كذلك من الشكل 14-1 د .

$$\tan\phi = \frac{1.20}{6.60} = 0.182$$

ومنه نحصل على $\phi = 10°$. وعليه فمن الشكل 14-1 د .

$$\theta = 180° - 10° = 170°$$

تمرين : ما المجموع الاتجاهى للمتجـه 5.00 m بالشكل 14-1 ب والمتجـه 6.00 m بالشكل 14-1 جـ ؟ . الإجابة : 7.81 m بزاوية 193° .

1-12 طرح المتجهات

هناك كثير من المواقـف الفيزيائيـة التى يمكـن تحليلـها ببسـاطة باسـتخدام الطـرح الاتجاهى . فمثلاً ، إذا سرت 10 بلوكات شرقًا (والبلـوك صف مـن البيـوت أو المحـال التجارية المتلاصقة) ، ثم غيرت مسارك 4 بلوكات غربًا فإنك تطرح إزاحة قدرها 4

بلوكات من إزاحة قدرها 10 بلوكات . يمكنك أن تقول أيضًا أنك تجمع إزاحة قدرها 10 بلوكات فى اتجاه الشرق وإزاحة قدرها 4 بلوكات فى اتجاه الغرب . الإزاحة المحصلة هى 6 بلوكات فى اتجاه الشرق فى كلتا الحالتين (شكل 15-1) .

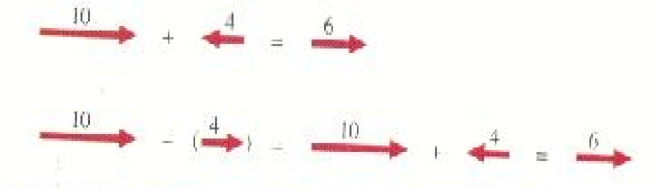
وبوضع هذا التكافؤ بين الوضعين فى ذهنك سترى أن طرح متجه ما يكافئ جمع نفس المتجه مع عكس اتجاهه ، ويخضع الطرح الاتجاهى للقاعدتين الآتيتين :

لطرح المتجه **B** من المتجه **A** اعكس اتجاه **B** ثم اجمعه على **A** .

ويعبر عن هذا رياضيًا كما يلى :

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

حيث **B-** هو مجرد المتجه **B** مع عكس إشارته :



شكل 15-1 :
طريقتان متكافئتان لوصف رحلة مكونة من إزاحة قدرها 10 بلوكات اتجاه الشرق وإزاحة قدرها 4 بلوكات فى اتجاه الغرب .

مثال توضيحى 7-1

اطرح المتجه **B** من المتجه **A** فى الشكل 16-1 أ .

استدلال منطقى : عليك إثبات أن مركبتى كل متجه كما يلى :

$$A_x = 8.70\,\text{m} \qquad A_y = 5.00\,\text{m}$$
$$B_x = -6.00\,\text{m} \qquad B_y = 0\,\text{m}$$

والمطلوب هو إيجاد **R** ، حيث $\mathbf{R} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \mathbf{A} - \mathbf{B}$.

$$R_x = A_x - B_x = 8.70\,\text{m} - (-6.00\,\text{m}) = 14.70\,\text{m}$$
$$R_y = A_y - B_y = 5.00\,\text{m} - 0\,\text{m} = 5.00\,\text{m}$$

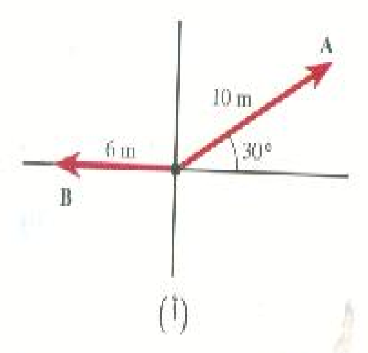
ومنه

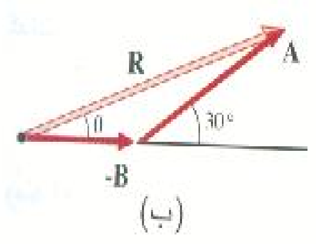
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(14.70\,\text{m})^2 + (5.00\,\text{m})^2} = 15.5\,\text{m}$$

وتعطى الزاوية التى تصنعها **R** مع المحور $+x$ بالعلاقة

$$\tan\theta = \frac{5.00}{14.70} = 0.340 \qquad \theta = \tan^{-1}(0.340)$$

ومنه نجد أن $\theta = 18.8°$. وقد تحققنا من الإجابة بيانيًا باستخدام الرسم المبين بالشكل 16-1ب . لاحظ أننا عكسنا اتجاه **B** ثم جمعناه على **A** . ■





شكل 16-1 :
لإيجاد **A - B** اعكس اتجاه **B** ثم اجمعه على **A** .

أهداف التعلم

والآن وقد انتهيت من هذا الفصل يجب أن تكون قادرًا على :

1 ـ تعريف (أ) حد الضباطة ، (ب) الأخطاء الرتيبية ، (جـ) الدقة ، (د) الأخطاء الإحصائية ، (هـ) البعد ، (و) وحدة القياس ، (ز) معامل التحويل ، (ح) الرقم المعنوى ، (ط) الكمية القياسية ، (ى) الكمية المتجهة ، (ك) المركبة المتعامدة ، (ل) المتجه المحصل .

2 ـ تحديد العدد الصحيح من الأرقام المعنية فى (أ) كمية مقاسة ، (ب) نتيجة جمع أو طرح الكميات المقاسة ، (جـ) حاصل ضرب أو قسمة الكميات المقاسة .

3 ـ إعطاء الوحدة المشتقة الصحيحة الناتجة من عملية حساب رياضى تتضمن أعداد مقاسة ذات وحدات .

4 ـ إيجاد محصلة عدد من متجهات الإزاحة بالطريقة البيانية .

5 ـ إيجاد المركبتين x و y عند معرفة الإزاحة وزاويتها (أى اتجاهها) .

6 ـ إيجاد مقدار وزاوية متجه بمعلومية مركبتيه x و y .

7 ـ استخدام الطريقة المثلثية لجمع عدة متجهات .

8 ـ طرح متجه من آخر .

ملخص

تعريفات ومبادئ أساسية :

مصادر أخطاء القياس :

الأخطاء الرتيبية : أخطاء ناشئة عن التصميم والمعايرة غير الصحيحين لجهاز القياس أو القراءة والتفسير غير الصحيحين للجهاز .

الأخطاء الإحصائية : فروق فى القياسات المختلفة لكمية معينة أكبر من ضباطة جهاز القياس . وتنشأ هذه الفروق بسبب تغيرات فى الكمية المقاسة ذاتها .

حد الضباطة والدقة :

حد الضباطة لجهاز القياس هو نصف أصغر قسم من أقسام القياس يستطيع الجهاز إعطاءه .

دقة القياس هى المدى الذى تختلف فيه قيمة القياس عن القيمة الحقيقية بسبب الأخطاء الرتيبية .

البعد ووحدة القياس :

البعد : واحد من سبعة خواص فيزيائية أساسية قابلة للقياس وهى : الطول والكتلة والزمن ودرجة الحرارة والتيار الكهربى وعدد الجزيئات والشدة الضيائية . كل الخواص الفيزيائية الأخرى يمكن اشتقاقها كتركيبات من الأبعاد الأساسية .

وحدة القياس : الوحدة الأساسية للقياس هى مقدار أى كمية فيزيائية معرفة بمعيار قياس كل بعد أساسى . تعرف الوحدة المشتقة بأنها التركيبة الرياضية للوحدات الأساسية المتضمنة فى تعريف الخاصية الفيزيائية المشتقة . نظاما الوحدات المستخدمان حاليًا هما نظاما الوحدات SI والنظام البريطانى .

الأرقام المعنوية :

الأرقام المعنوية فى كمية مقاسة أو محسوبة هى الأرقام المعروفة يقينًا .

قواعد الحساب بالأرقام المعنوية :

1 ـ عند جمع أو طرح كميات مقاسة تكون ضباطة النتيجة فى أحسن الأحوال مساوية لضباطة أقل الحدود ضباطة فى المجموع أو الفرق . وهنا تكون الأرقام كلها وحتى هذا الحد من الضباطة أرقامًا معنوية .

2 ـ عند ضرب أو قسمة كميات مقاسة يكون عدد الأرقام المعنوية فى النتيجة عمومًا مساويًا لأقل عدد من الأرقام المعنوية فى أى عامل مستخدم فى العملية الحسابية .

خلاصة :

1 ـ الأصفار يمكن أن تكون غامضة من حيث كونها أرقامًا معنوية أو غير معنوية ، ذلك أنها تستعمل فى كثير من الأحيان لتوضيح موضع العلامة العشرية . ولكن استعمال التدوين العلمى يزيل هذا الغموض .

2 ـ الآلة الحاسبة لا يمكنها زيادة الضباطة أو عدد الأرقام المعنوية فى كمية مقاسة .

تأكد من مراعاة القاعدتين السابقتين وتقريب نتيجة الآلة الحاسبة إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية .

الكميات القياسية والمتجهات :

الكمية القياسية هى كمية ذات مقدار فقط . المتجه كمية لها مقدار واتجاه .

جمع وطرح المتجهات

الطريقة البيانية :

1 ـ اختر مقياس رسم مناسب لتمثيل مقدار كل متجه .

2 ـ اختر محور إسناد لقياسات اتجاهات المتجهات بالنسبة إليه .

3 ـ ابدأ بأحد المتجهات وارسمه بمقياس الرسم المختار فى الاتجاه الصحيح . ارسم متجها آخر بنفس مقياس الرسم فى اتجاهه الصحيح بحيث يبدأ ذيله من رأس المتجه الأول . كرر هذه العملية مع باقى المتجهات واحدًا بعد الآخر .

4 ـ لإيجاد المجموع ، أو المتجه المحصل ، ارسم خطًا مستقيمًا من ذيل المتجه الأول إلى رأس المتجه الأخير . طول هذا المستقيم ، مع اعتبار مقياس الرسم ، هو مقدار المحصلة ، أما اتجاه المحصلة فيمكن قياسه بالنسبة لمحور الإسناد .

الطريقة المثلثية :

1 ـ اختر نظام إسناد مناسب يتكون من محورى إحداث متعامدين .

2 ـ حلل كل متجه إلى مركبتيه المتعامدتين باستخدام الجيب وجيب التمام .

3 ـ اجمع كل المركبات x معًا (مع أخذ الإشارة فى الاعتبار) وكل المركبات y معًا . هذان المجموعان هما المركبتان x و y ، على الترتيب ، للمحصلة .

4 ـ استخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد مقدار المحصلة .

5 ـ أوجد اتجاه المحصلة من العلاقة .

$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

خلاصة :

1 ـ يمكن إجراء عملية جمع المتجهات بأى ترتيب .

2 ـ لطرح متجه من آخر عليك فقط أن تعكس اتجاه المتجه المطلوب طرحه ثم اتباع قواعد الجمع .

3 ـ إن مراعاة إشارتى R_x و Ry فى الطريقة المثلثية للجمع تساعدك على رسم مثلث المحصلة وتحديد الزاوية اللازم حسابها فى الخطوة رقم 5 السابقة .

أسئلة وتخمينات

1 ـ ما هي الإزاحة المحصلة التي اجتازها جسمك منذ صباح اليوم حتى تستلقي في فراشك مساء ؟

2 ـ مطاران للطائرات المروحية يبعد أحدها عن الآخر بضعة كيلو مترات استقلت امرأة طائرة مروحية من أحد المطارين وهبطت بعد فترة في المطار الآخر . وفي نفس الوقت انطلق زوجها ماشيًا من أحد المطارين إلى الآخر . قارن بين الإزاحتين المحصلتين للمرأة وزوجها .

3 ـ مجموع متجهين يساوي صفرًا . ماذا يمكنك أن تستنتج عن مركباتها المتعامدة ؟

4 ـ جمعت الإزاحتان **A** و **B** . ما هي العلاقة بين **A** و **B** إذا كان مقدار مجموعهما (أ) **A + B** ؛ (ب) صفرًا ؟

5 ـ أعط تقديرًا للإزاحة المحصلة الكلية التي قمت بها خلال (أ) آخر 1.5 h ، (ب) آخر 24 h .

6 ـ ما هي بعض المواقف الفيزيائية التي تطرح فيها المتجهات ؟ هل يمكن النظر إلى هذه الكميات على أنها مجموعة بدلاً من مطروحة ؟

7 ـ مثل كل شخص في مدينة تعدادها 200000 نسمة بمتجه يمتد من أصبع قدمه إلى أنفه . قدّر محصلة هذه المتجهات (أ) عند الظهيرة ، (ب) في منتصف الليل .

8 ـ يقع المتجه **A** في المستوى xy . في أي مدى يمكن أن تقع الزاوية θ إذا كانت (أ) المركبة x للمتجه سالبة ؟ (ب) المركبتان x و y لمتجه متعاكستي الإشارة ؟

مسائل

تنقسم المسائل المعطاة في نهاية كل فصل إلى ثلاث مستويات من الصعوبة : (نمطية عادية وصعبة إلى حد ما (مميزة بمربع واحد ▪) وغاية الصعوبة (مميزة بمربعين) . المسائل المميزة بالحرف (ب) تحل بيانيًا . جميع المسائل الأخرى يجب حلها رياضيًا . تقاس الزوايا دائمًا بالنسبة للاتجاه الموجب لمحور x ما لم ينص على غير ذلك .

القسم 4-1

1 ـ إجر التحويلات الآتية للوحدات باستخدام معاملات التحويل الموجودة داخل الغلاف الأمامي لهذا الكتاب : (أ) 60 mi/h إلى m/s ، (ب) 1 yr إلى s ، (جـ) 440 yd إلى m ، (د) 1500 m إلى ft . (هـ) 40 km/h إلى m/min .

2 ـ إجر التحويلات الآتية للوحدات باستخدام معاملات التحويل الموجودة داخل الغلاف الأمامي لهذا الكتاب : (أ) 80 km/h إلى ft/s ؛ (ب) 220 days إلى s ؛ (جـ) 2600 m إلى ft ، (د) 8 mils إلى km/h ، (هـ) 1300 km إلى in .

القسم 5-1

3 ـ اكتب الأطوال الآتية بالأمتار محتفظًا برقم واحد على يسار العلامة العشرية وذلك باستخدام التدوين العلمي (أ) 62.8 km ، (ب) 0.00226 mm ، (جـ) 33.3 نانومترا (nm) ، (د) 135.8 ميكرومترا (µm) ؛ (هـ) 3.002×10^3 cm .

4 ـ اكتب الكتل الآتية بالجرامات (g) محتفظًا برقم واحد على يسار العلامة العشرية ومستخدمًا التدوين العلمي : (أ) 745 kg ، (ب) 0.0669 µg ، (جـ) 32.55 ng ؛ (د) 231 بيكوجراما (pg) ؛ (هـ) 74,800 mg ؛ (و) 0.41 جيجا جرام (Gg) .

5 ـ إجر العملية الحسابية الآتية واكتب الإجابة بالتدوين المستخدم في المسألتين 1 ، 2 :

$(732 \times 10^{-3}) \times (9.82 \times 10^5) \div (0.545 \times 10^7)$.

6 ـ إجر العملية الحسابية الآتية واكتب الإجابة بالتدوين المستخدم فى المسألتين 1 ، 2 :
$(7.88 \times 10^{5}) \times (20.01) \div (341 \times 10^{-20})$.

7 ـ اذكر عدد الأرقام المعنوية فى كل من الكميات الآتية : (أ) 3.649 cm ، (ب) 20.030 mi ، (جـ) 0.000927 g ، (د) 15 تفاحة ، (هـ) 3400 s .

8 ـ اذكر عدد الأرقام المعنوية فى كل من الكميات الآتية : (أ) 14.67 mm ، (ب) 3.000×10^{4} km
(جـ) 0.001 ساعة ، (د) 1100 s ؛ (هـ) $\pi/2$ زاوية نصف قطرية (rad) ؛ (و) 3.77×10^{-6} kg .

9 ـ احسب $(3.44 \times 10^{8}) \times (34.9 \times 10^{3}) \div (0.05899)$. اكتب إجابتك بالتدوين العلمى وبالعدد الصحيح من الأرقام المعنوية .

10 ـ احسب $(0.44 \times 10^{-11}) \times (34.49 \times 10^{3}) \div (0.009)$. دون الإجابة بالتدوين العلمى وبالعدد الصحيح من الأرقام المعنوية .

11 ـ احسب 120 in + 39.6 in + 13.55 in − 21 in . دون الإجابة بالتدوين العلمى وبالضباطة الصحيحة .

12 ـ احسب 13.37×10^{3} m − 0.0933 m + 64 m . دون الإجابة بالتدوين العلمى وبالضباطة الصحيحة .

■ 13 ـ أوجد قيمة كل من : (أ) $(9.1 \times 10^{-31}) \times (14.7 \times 10^{6}) \div (331 \times 10^{-8})$ ،
(ب) $(13.6 \times 10^{-19})^{1/2}$ ، (جـ) $(3 \times 10^{8})^{2} \div (1.6 \times 10^{-13})$ ، (د) $(87.66 \times 10^{-5})^{1/2}$

■ 14 ـ أوجد قيمة كل من : (أ) $(0.088 \times 10^{-7})^{3/2}$ ، (ب) $(0.844 \times 10^{12}) \div (3.15 \times 10^{-17})^{3} \times (20.3 \times 10^{6})$ ،
(جـ) $(27 \times 10^{9})^{1/3}$ ، (د) $(81 \times 10^{3})^{2/3}$.

الأقسام من 1-7 إلى 1-9

15 ـ للذهاب من بيتك إلى محل تجارى معين يتحتم عليك أن تمشى ستة بلوكات إلى الشرق وثلاثة بلوكات إلى الجنوب . ما هى إزاحتك المحصلة (المقدار والزاوية) التى تنجزها فى هذه الرحلة ؟ (ب)

16 ـ أوجد الإزاحة المحصلة لسيارة تقطع 13.5 m شمالاً ثم 30 km شرقًا . (ب)

17 ـ خريطة لكنز تقول « ابدأ من عند الشجرة الكبيرة . امش 125 خطوة جنوبًا ثم 40 بزاوية 45° شمال الغرب ثم 60 خطوة غربًا ثم أخيرًا 30 خطوة بزاوية 30° جنوب الشرق » . ما موقع الكنز بالنسبة للشجرة مقدارًا واتجاهًا ؟

18 ـ تقع مدينة هيكسفيل على بعد 220 km فى اتجاه 40° شمال الغرب بالنسبة لمدينة كلوتزتاون . وهناك طريق مستقيم يبدأ من هيكسفيل ويتجه شمالاً حيث ينتهى بعد 30 km . عند وصولك إلى نهاية هذا الطريقة ، ما المسافة التى يجب أن تقطعها وفى أى اتجاه لتصل إلى كلوتزتاون ؟ (ب)

19 ـ للوصول من سان لويس إلى ميامى يجب أن تطير الطائرة 1780 km فى اتجاه 47° جنوب الشرق . وللوصول من أوتاوا إلى ميامى يجب أن تطير الطائرة فى الاتجاه الجنوبى تمامًا مسافة 2060 km . ما المسافة التى يجب أن تطيرها الطائرة وفى أى اتجاه لتصل من سان لويس إلى أوتاوا ؟ (ب)

20 ـ حدثت إزاحة قدرها 35 cm فى المستوى xy بزاوية قدرها 57° . أوجد المركبتين x و y لهذه الإزاحة . كرر العمل للزاويتين 122° و 240° .

21 ـ تقع النقطة P على بعد 85 cm من نقطة الأصل لنظام الإحداثيات xy ومركبتها فى الاتجاه y هى −33 cm . أوجد المركبة x للنقطة P وكذلك اتجاه إزاحة P بالنسبة لنقطة الأصل . هناك إجابتان لهذه المسألة . أوجدهما كلتيهما .

22 ـ لنفرض أنك تحرك جسمًا فى المستوى xy بادئًا من نقطة الأصل كما يلى : 70 cm بزاوية $\theta = 15°$ ثم 25 cm بزاوية 220° . أوجد المسافة والإزاحة التى حركت بها الجسم .

23 ـ افترض أنك مشيت من نقطة A مسافة قدرها 610 m في اتجاه 20° شمال الغرب ثم اتبعتها بمسافة قدرها 260 m في اتجاه 45° شمال الشرق فانتهيت عند النقطة B . ما إزاحة A بالنسبة إلى B ، وإزاحة B بالنسبة إلى A ؟

24 ـ ركبت دراجتك من النقطة A وقطعت مسافة قدرها 4.55 km شرقًا ، ثم اتخذت مسارًا دائريًا مركزه A حتى وصلت إلى نقطة تقع جنوب A مباشرة . بعدئذ اتجهت شمالاً مسافة 1.80 km فانتهيت عند النقطة B . ما هي إزاحتك عن النقطة A ؟ وما قيمة المسافة التي قطعتها ؟

25 ـ حل المسألة 17 باستخدام حساب المثلثات .

26 ـ حل المسألة 18 باستخدام حساب المثلثات .

27 ـ حل المسألة 19 باستخدام حساب المثلثات .

■■ 28 ـ غرفة ارتفاع سقفها 2.35 m وأبعاد أرضيتها 4.75 m × 5.50 m . أوجد طول الخط القطرى من أحد أركان السقف إلى الركن المقابل للأرضية . ما قيمة الزاوية التى يصنعها هذا الخط مع الأرضية ؟

■ 29 ـ متجه **A** مقداره 40 m واتجاهه $\theta = 225°$. إذا أردنا جمع متجه **B** إلى **A** بحيث تكون المحصلة فى الاتجاه الموجب للمحور x ومقدارها 20 m ، فماذا يجب أن تكون مركبتا **B** ؟

30 ـ تقع الإزاحتان **A** و **B** في المستوى xy . فإذا كان **A** مقداره 49 cm واتجاهه $\theta = 42°$ ، وكان **B** مقداره 32 cm واتجاهه $\theta = 115°$ ، فما قيمة الإزاحتين **A + B** و **B − A** ؟

■■ 31 ـ عند جمع الإزاحة **B** والإزاحة **A** نحصل على إزاحة **C** مركباتها هى $C_x = -3.70$ cm و $C_y = +2.25$ cm و $C_z = +4.60$ cm . فإذا علمت أن الإزاحتين **A** و **B** فى نفس الاتجاه ولكن مقدار **A** يساوى ثلث مقدار **B** فقط ، أوجد مركبات **A** .

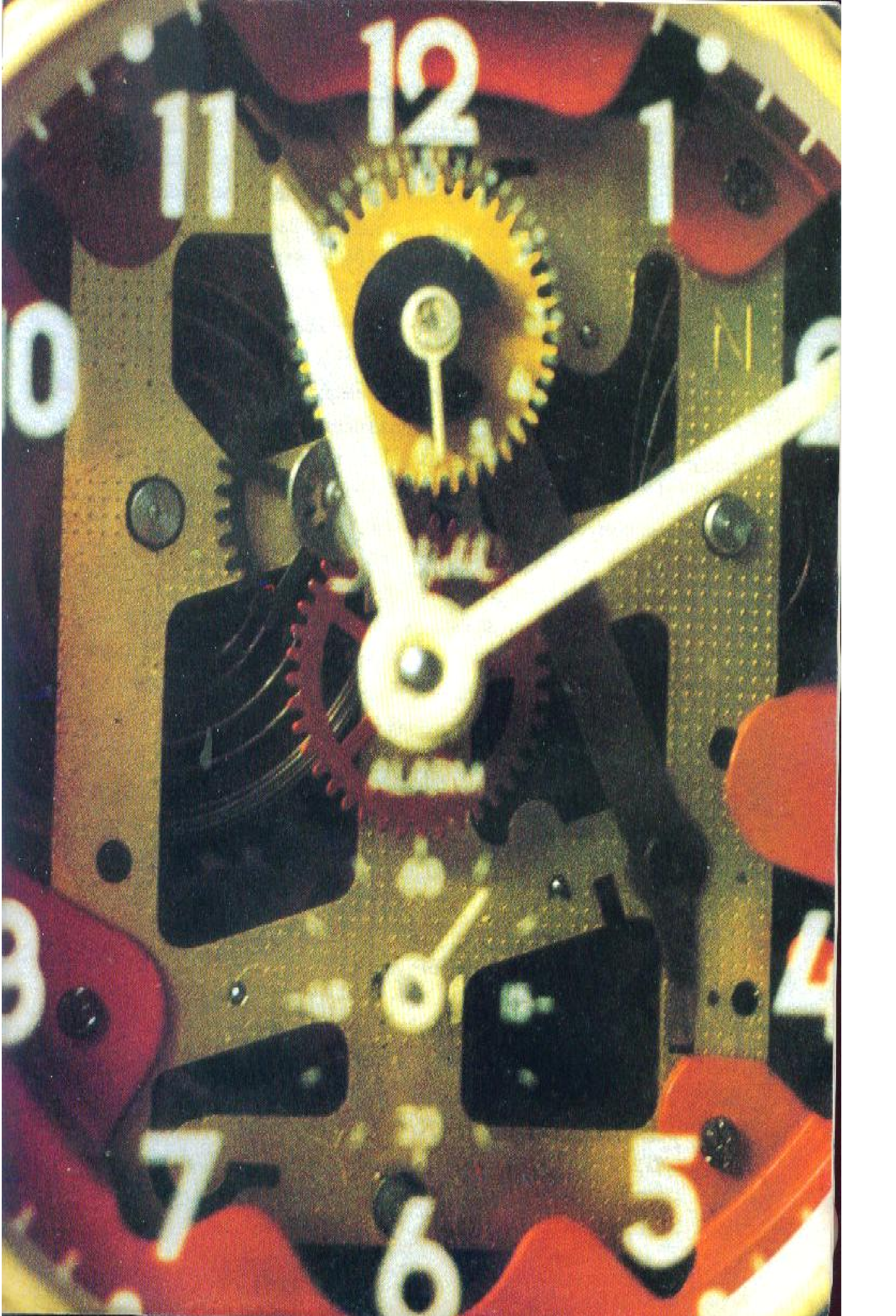
مسائل عامة

■■ 32 ـ تتحرك حشرة صعودًا على الحائط الشمالي لمنزل مسافة 6.5 ft فى خط مستقيم يصنع زاوية قدرها 65° بالنسبة للأرضية ، وبهذا تصل الحشرة إلى تقاطع الحائط الشمالي مع الحائط المواجه للشرق بعدئذ تتابع الحشرة حركتها على الحائط (الشرقى مسافة 2.5 ft فى اتجاه 25° تحت الأفقى ، وبهذا تنتهى رحلتها عن هذه النقطة . ما هى إزاحة الحشرة من نقطة البداية ؟ ما مقدار الزاوية التى تصنعها الإزاحة بالنسبة للأرضية ؟ وما مقدار الزاوية التى تصنعها مع الحائط الشمالي ؟

■■ 33 ـ منجم يتجه نفق تهويته إلى أسفل مباشرة مسافة 110 m . وعند الطرف السفلى له يوجد نفق العمل الذى يمتد 35 m شرقًا ثم 70 m جنوبًا حيث ينتهى . ما قيمة الإزاحة من بداية نفق التهوية إلى نهاية نفق العمل ؟ وما هى الزاوية التى تصنعها هذه الإزاحة بالنسبة للخط الرأسى ؟

■ 34 ـ يتحرك قارب مسافة مستقيمة طولها 4.3 mi . وعند نهاية هذه الإزاحة يكون القارب على بعد 1.6 mi من نقطة البداية . أوجد اتجاه تحرك القارب وعلى أى بعد تقع نقطة النهاية شمال أو جنوب نقطة البداية . هناك إجابتان محتملتان وعليك إيجادهما . (ب) .

■■ 35 ـ تقع مدينة مينيا بوليس على بعد 400 mi شمال غرب (أى بزاوية 45° غرب الشمال) مدينة شيكاغو . وتنطلق طائرة من مينيا بوليس في اتجاه 10° غرب الجنوب بينما تنطلق طائرة أخرى من شيكاغو في اتجاه 45° غرب الجنوب . ما هى إزاحة نقطة تقاطع مسارى الطائرتين بالنسبة لشيكاغو ؟ وبالنسبة لمينابوليس ؟



الجزء الأول

الميكانيكا

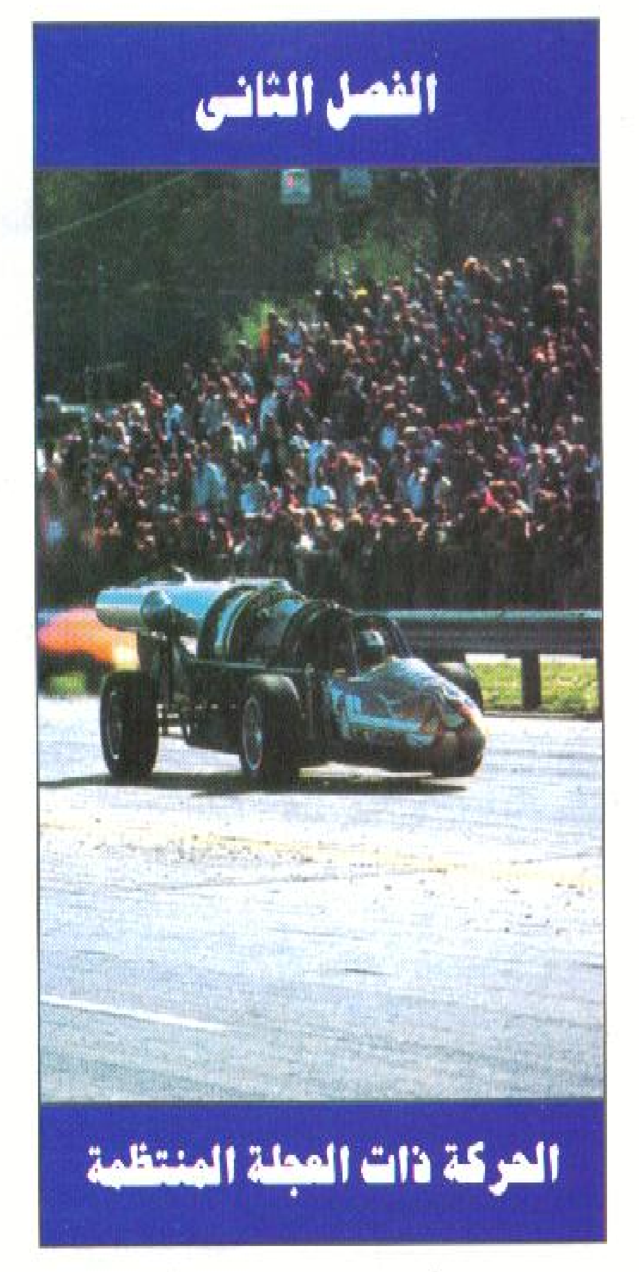
«العلم يشبه الهواء الذى نتنفسه إلى حد ما - فهو موجود فى كل مكان»

دوايت إيزنهاور

تبدأ دراستنا للفيزياء بموضوع الميكانيكا ، إذ أن الميكانيكا هدفها فهم وشرح حركة الأجسام المادية وكذلك شروط سكونها . وقد نتساءل عند الوهلة الأولى عن أهمية هذه الدراسة . ولكن الواقع أن المبادئ الأساسية القليلة للميكانيكا هى التى تمكننا من فهم حركة النجوم والكواكب ، وبناء الجسور (الكبارى) وناطحات السحاب ، وتطيير الطائرات ووضع الأقمار الصناعية فى مداراتها . علاوة على ذلك فإن الكثير من مبادئ الميكانيكا ، كالقوة والطاقة وكمية التحرك ، تلعب دورًا هامًا فى دراسة الفروع الأخرى من الفيزياء .

وبالرغم من أن الكثير من الفلاسفة القدامى قد حاولوا شرح وتفسير أسباب حركة الأجسام وكيفية حركتها إلا أنه لم يتم وضع نظرية منظمة للحركة قبل القرن السابع عشر . ويعود الفضل الأعظم فى هذا الشأن إلى إنجازات عالمين عظيمين هما جاليليو ونيوتن . فقد نشر نيوتن أول قوانين للحركة فى كتابه « المبادئ » عام 1687 حيث أدخل مفهوم الكتلة باعتبارها كمية المادة ومفهوم القوى بين الأجسام كسبب للتغيير فى حركتها . كذلك وضع نيوتن الوصف الرياضى للجاذبية كقوة أساسية تسبب تجاذب الأجسام مع بعضها البعض . وقد أثبت مفهوم الجاذبية العام هذا أن حركة الكواكب فى الفضاء وحركة الأجسام الساقطة تجاه الأرض يحكمهما نفس المبدأ .

وقد ظلت قوانين نيوتن تعطى وصفًا مقبولاً لكل الظواهر الميكانيكية المعروفة لفترة تزيد عن مائتى عام . وقرب نهاية القرن التاسع عشر بدأت الفيزياء فى التنقيب فى عالم الظواهر فائقة الصغر وفائقة السرعة مثل تركيب الذرات وسلوك الأجسام التى تتحرك بسرعة تقترب من سرعة الضوء . ومع بداية القرن العشرين أصبح واضحًا أن من الضرورى تعديل نظرية نيوتن لكى تستطيع شرح هذه الظواهر الجديدة ، والتى تبعد كثيرًا عن نطاق خبرتنا اليومية . وقد أثبتت نتائج هذه التعديلات ؛ وبالتحديد النسبية وميكانيكا الكم ، نجاحها الباهر فى شرح وتفسير الحركة والتركيب الميكانيكى فى تلك الحالات .



الفصل الثانى

الحركة ذات العجلة المنتظمة

الحركة إحدى أكثر الظواهر الفيزيائية وضوحًا علـى الإطـلاق ، ولذلـك فإنـها تمثـل بداية ممتازة لدراسة الفيزياء . ولكن قبل أن نستطيع دراسة الحركة علينا أن نفهم كيفية وصفها كميًا . هذا الوصف الكمى للحركة لن يكون ممكنًا إلا بعد تعريف بعض خواصـها الأساسية مثل الإزاحة والسرعة والعجلة بدلالة أبعاد الطول والزمن . ويسمى علم وصـف الحركة كميًا دون الرجوع إلى أسبابها الفيزيائية **بالكينماتيكا** ، وهو موضوع هـذا الفصـل . وفى فصول تالية ، عندما نبحث فى أمر القوة والطاقة ، سوف ندرس أسباب الحركة . ودراسة العلاقة بين الحركة وأسبابها تسمى **الديناميكا** .

2-1 وحدات الطول والزمن

لتعريف الكميات التى تصف الحركة يجب علينا أولاً تعريف الوحدات الأساسية للطول والزمن .الوحدة الأسـاسية للطول فى النظام SI هى المتر . وقد كان المتر يعرف فيما سـبق

بأنه طول قضيب معدنى معيارى محفوظ فى المكتب الدولى للأوزان والمقاييس فى سيفريه بفرنسا . هذا القضيب يمثل جزءًا واحدًا من عشرة ملايين جزء من المسافة بين القطب الشمالى وخط الاستواء مقاسة على خط الطول المار بباريس . ولك أن تتخيل مدى الصعوبة فى قياس هذه المسافة فعليًا . ومع التطور المذهل فى مجال الليزر والأجهزة البصرية الحديثة أصبح الضوء يمدنا بأكثر الطرق ضباطة لقياس الطول والزمن . وهكذا ، ومنذ عام 1983 ، فإن المتر يعرف الآن بدلالة سرعة الضوء فى الفراغ .

1 متر = المسافة التى يقطعها الضوء فى الفراغ فى زمن قدره 1/299,792,458 ثانية .

ووحدة الزمن فى النظام SI هى الثانية ، وتعرف بدلالة تردد الضوء المنبعث فى عملية ذرية محددة .

1 ثانية = الزمن الذى تستغرقه 9,192,631,770 دورة بالضبط من طول موجى معين للضوء المنبعث من ذرات السيزيوم .

وإن كان يبدو أن هذين التعريفين اختياريان ، فهذا لأنهما كذلك بالفعل . لكنهما ، مع ذلك ، معرفان بتجارب ضبيطة سهلة الإجراء والتحقيق (لاحظ العدد الكبير من الأرقام المعنوية) . فالعلماء فى كل مكان فى العالم (أو الكون) يستطيعون مطابقة قياس هاتين الوحدتين دون الحاجة إلى نقل أى أشياء أو أجسام معيارية لأغراض المقارنة .

2-2 مقدار السرعة (معدل الحركة)

عندما تقول أن سيارة تتحرك بسرعة مقدارها 80 km/h يستطيع أى إنسان أن يفهم ما تعنيه وهو أن السيارة ستقطع مسافة قدرها 80 km فى 1 h بشرط أن يظل هذا المعدل ثابتًا . معنى ذلك أيضًا أن السيارة ستقطع $0.5 \times 80 = 40$ km فى 0.5 h وتقطع $2 \times 80 = 160$ km فى 2 h . وعمومًا فإن المسافة التى تقطعها السيارة عندما يظل معدل حركتها ثابتًا هى :

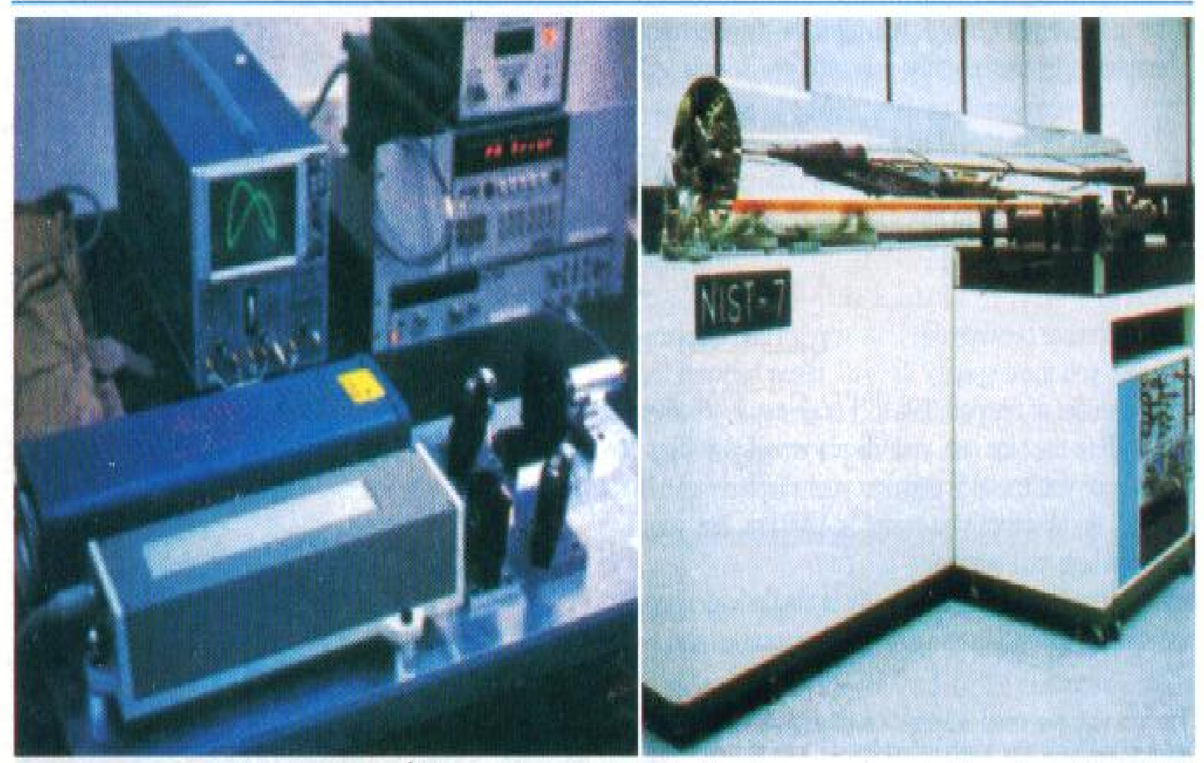
$$\text{الزمن} \times \text{مقدار السرعة} = \text{المسافة المقطوعة}$$

وبحل هذه المعادلة نحصل على معادلة إيجاد مقدار السرعة :

$$\text{مقدار السرعة} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن المار}} \qquad (2-1)$$

وتستخدم نفس هذه المعادلة لتعريف متوسط مقدار سرعة السيارة حتى إذا كان معدل الحركة غير ثابت . فإذا كانت السيارة تقطع 200 km فى 4h فإن متوسط مقدار سرعتها يكون :

$$\text{متوسط مقدار السرعة} = \frac{200\text{ km}}{4.0\text{ h}} = 50\text{ km/h}$$



معيارا الزمن والطول . ساعة السيزيوم (الصورة اليسرى) هى المعيار الأساسى لقياس الزمن فى معهد المعايير والتكنولوجيا (NIST) . هذا الجهاز يمكنه قياس الزمن بدقة قدرها 0.000 003 s فى السنة . ويستخدم NIST لـيزر الهيليوم ـ نيون المنظم باليود (الصورة اليمنى) كمعيار للطول . ودقة الليزر فى قياس المتر المثالى عالية جدًا وتساوى 0.000 000 000 1 m .

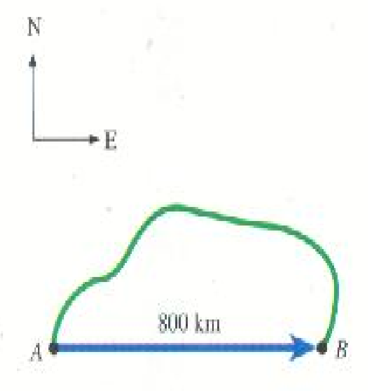
وكما ترى فإن وحدات مقدار السرعة هى وحدة مسافة مقسومة على وحدة زمن . فمثلاً ، متوسط مقدار سرعة القوقع حوالى 1.5 mi/yr . أى أن متوسط مقدار السرعة يساوى المسافة المقطوعة مقسومًا على الزمن المار دائمًا .

لاحظ أن مقدار السرعة كمية قياسية ليس لها اتجاه . فعداد سرعة السيارة يقيس مدى سرعتها أو بطئها فقط ولا يفيدنا بأى شىء عن اتجاه حركتها . فالسيارة قد تكون متحركة على طريق مستقيم فى البرارى أو دائرى فى حلبة السباق ويظل معدل حركتها 100 km/h حتى وإن كانت تقطع 200 km فى 2 h .

2-3 الإزاحة والسرعة المتوسطة

فى أحاديثنا اليومية تستخدم المصطلحان « السرعة ومقدار السرعة » بنفس المعنى ، ولكنهما فى العلم يحملان معنيين مختلفين ، وسوف نرى أن السرعة كمية متجهة (بخلاف مقدار السرعة (معدل الحركة) إذ أنه كمية قياسية) . لنستنتج الآن تعريف السرعة :

لنفرض أن A و B مدينتان وأن B تقع على بعد 800 km شرق A مباشرة ، كما هو مبين فى الشكل 1-2 . هناك طرق عديدة يمكن استخدامها للسفر من A إلى B وعلينا أن نقطع فى كل منها **مسافة** مختلفة . أحد هذه الطرق هو الطريق الأخضر فى الشكل 1-2 وطوله 1200 km . ولكن أقصر مسافة هى الخط المستقيم من A إلى B وطولها 800 km ، وهى المثلة بالمتجه الأزرق **s** فى الشكل 1-2 . وطبقًا لما درس فى الفصل الأول يسمى **s** بالإزاحة من A إلى B* وسنكرر هنا للتوضيح تعريف الإزاحة الذى استخدمناه فى الفصل الأول



شكل 1-2 :

الإزاحة s من A إلى B تساوى 800 km تجاه الشرق .

* قد نستخدم رموز أخرى مثل **x** مثل **r** لتمثيل الإزاحة فى مناسبات أخرى . ذلك أنه يمكننا استخدام أى رموز جبرية لتمثيل الإزاحة أو غيرها من الكميات .

الإزاحة بين أي نقطتين هي متجه يمتد من إحدى النقطتين إلى الأخرى ، ومقدار هذا المتجه هو طول المسافة المستقيمة بين هاتين النقطتين .

يمكنك إذن أن تتبين من الشكل 1-2 الفرق بين المسافة المقطوعة والإزاحة . ولذلك فلكي تحدد المسافة المقطوعة لابد من تحديد المسار المتبع بين النقطتين ، أما الإزاحة فلا تعتمد على المسار . ذلك أن إزاحتك ستظل 800 km سواء اتبعت المسار الأخضر من A إلى B أو المسار الأزرق . فإذا اتبعت المسار الأزرق ستكون المسافة التي تقطعها مساوية للإزاحة ، أما إذا أخذت الطريق الأخضر ستكون المسافة المقطوعة 1200 km ، ولكن الإزاحة تبقى 800 km من نقطة البداية .





الطائرة (الكونكورد) والسفينة (الملكة إليزابيث الثانية) يعبران المحيط الأطلنطي . ولكن (الكونكورد) تستغرق في ذلك أقل من 3 ساعات ، بينما تحتاج (الملكة إليزابيث الثانية) إلى أكثر من 3 أيام .

بنفس الطريقة يمكننا تعريف الفرق بين متوسط مقدار السرعة والسرعة المتوسطة . وقد رأينا في القسم 2-2 أن متوسط مقدار السرعة يعرف بدلالة المسافة المقطوعة ، ومن ثم فإنها تعتمد على المسار المتبع أثناء الحركة . أما السرعة المتوسطة ، من ناحية أخرى ، فهي متجه يعرف بأنه الإزاحة من نقطة البداية إلى نقطة النهاية مقسومة على الزمن المار :

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{متجه الإزاحة}}{\text{الزمن المار}}$$

وبالرموز :

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{s}}{t} \qquad \mathbf{s} = \bar{\mathbf{v}}\, t \qquad (2\text{-}2)$$

حيث تستخدم الشرطة فوق الحرف $\mathbf{v}$ للدلالة على أننا نعني السرعة المتوسطة . لاحظ أن $\bar{\mathbf{v}}$ تتناسب مع $\mathbf{s}$ ؛ لذلك فإن السرعة كمية متجهة واتجاهها هو نفس اتجاه متجه الإزاحة . وحيث أن الإزاحة $\mathbf{s}$ في الشكل 1-2 في اتجاه الشرق فإن $\mathbf{v}$ تكون متجهة شرقًا أيضًا .

ولإيضاح الفرق بين متوسط معدل الحركة والسرعة المتوسطة ، لندرس المثال العددي الآتي . لنفرض أن سيارة تستغرق 20 h للوصول من المدينة A إلى المدينة B إذا اتخذت المسار الأخضر في الشكل 1-2 . وحيث أن $\mathbf{s} = 800$ km في اتجاه الشرق والزمن $t = 20$ h فإن

السرعة المتوسطة للسيارة تكون :

$$\bar{v} = \frac{800 \text{ km east}}{20 \text{ h}} = 40 \text{ km/h}$$

فى اتجاه الشرق أيضًا . (لاحظ أن السرعة المتوسطة متجه له مقدار هو 40 km/h واتجاه هو (الشرق) : أما متوسط مقدار السرعة :

$$\text{متوسط معدل الحركة} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن المار}} = \frac{1200 \text{ km}}{20 \text{ h}} = 60 \text{ km/h}$$

نقطة هامة : ليس من الضرورى أن يكون مقدار سرعة جسم ما مساويًا لسرعته المتوسطة .

ملاحظة أخيرة قبل متابعة الموضوع :عند العودة إلى نقطة البداية تكون الإزاحة ، والسرعة المتوسطة بالتالى صفرًا ، بصرف النظر عن المسافة المقطوعة . ذلك أنك قد تقطع مسافة كبيرة بمعدل حركة معين ، ولكن إذا ابتدأت وانتهيت عند نفس النقطة فإن إزاحتك تكون صفرًا .



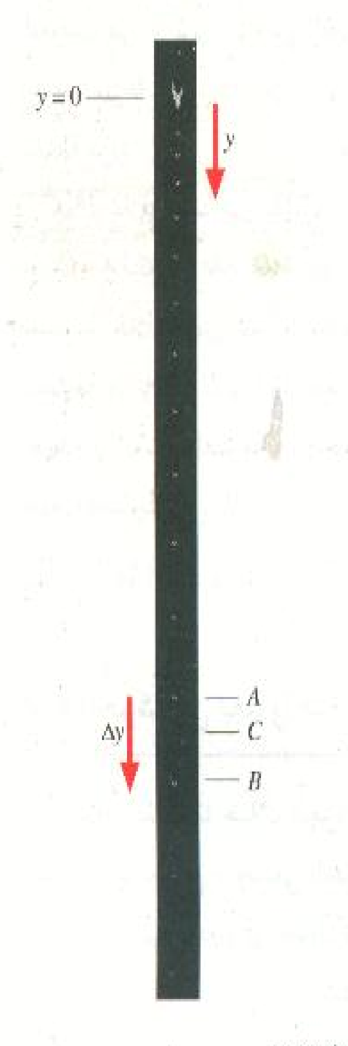
يغير الجسم اتجاه حركته إذا كان المسار منحنيا .

2-4 السرعة اللحظية

لندرس الآن حركة سقوط جسم كالذى توضحه الصورة فى الشكل 2-2 . هذه الصورة تبين موضع الكرة على فترات زمنية منتظمة ، وقد تم التقاطها باستخدام ضوء وميضى تتكرر ومضاته بنفس المعدل ، ولنفرض أن Δt (وتقرأ دلتا تى) هى الفترة الزمنية بين ومضتين متتاليتين . لاحظ أن الكرة تتسارع أثناء السقوط ، وهذا واضح من زيادة المسافة خلال كل فترة زمنية تالية . ولنناقش الآن طريقة تعيين سرعة الكرة عند مرورها بنقطة ما ولتكن C ، وتسمى السرعة عند نقطة معينة **بالسرعة اللحظية** عند تلك النقطة .

من الواضح أن اتجاه السرعة هنا رأسى إلى أسفل لأنه هو نفس اتجاه الحركة . ولإيجاد قيمة تقريبية لمقدار سرعة الكرة عند C يمكننا حساب السرعة المتوسطة بين النقطتين A و B . لنسمى إحداثى قياس موضع الكرة y . إذن ، عندما تنتقل الكرة من A إلى B تكون إزاحتها Δy . وحيث أن Δt هو الزمن بين ومضتين متتاليتين من الضوء فإن الزمن الذى تستغرقه الكرة للانتقال من A إلى B يكون أيضا Δt . وعليه ، فمتوسط سرعة الكرة فى المنطقة من A إلى B هو :

$$\bar{v} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن اللازم}} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

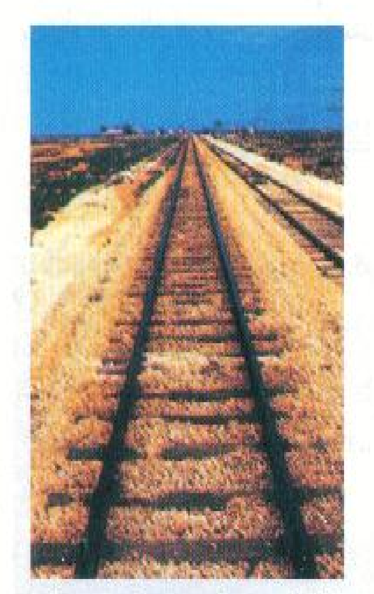


شكل 2-2
يبين الضوء الوميضى مواضع الكرة عند لحظات زمنية متتالية والكرة تسقط من A إلى B فى زمن قدره Δt (مركز تطوير التعليم) .

لكن هذه ليست سرعة الكرة عند C بالضبط لأن السرعة تتزايد باستمرار . وإذا زادت سرعة الومضات الضوئية (أى إذا قلت Δt) ستصبح صور الكرة أكثر قربًا من بعضها البعض وتصبح النقطتان A و B أكثر قربًا إلى C . فإذا ما أجرينا حساباتنا بالنسبة

لهاتين النقطتين الجديدتين A و B فإن السرعة المتوسطة التى نحصل عليها لابد أن تكون أقرب إلى سرعة الكرة عند C من القيمة الأولى السابق حسابها .

وبهذا يمكننا أن نتخيل حالة تكون فيها الومضات الضوئية من السرعة بحيث تقترب الفترة الزمنية بين الومضات من الصفر ، وهو ما نمثله هكذا $\Delta t \to 0$. وعندئذ تصبح النقطتان A و B قريبتين جدًا من C وبدرجة تمكننا من اعتبار أن السرعة المتوسطة التى نحسبها مساوية تماما للسرعة عند C . وعندئذ تسمى السرعة عند C بالسرعة الحظية عند هذه النقطة وتمثل بالحرف $\mathbf{v}$ (بدون الشرطة العلوية) . وبدلالة الطريقة العلمية السابق شرحها ، تعرف السرعة اللحظية إذن كالتالى :



حركة القطار على قضبان السكة الحديد فى سهل نلابور باستراليا الجنوبية كمثال للحركة فى بعد واحد . قضبان السكة الحديد لا تغير اتجاهها لمسافة تزيد عن 200 ميلاً .

$$\text{السرعة اللحظية} = \mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \qquad (2\text{–}3)$$

ويقرأ الرمز $\lim_{\Delta t \to 0}$ هكذا (فى الحالة الحدية عندما تقترب Δt من الصفر) . هذا التعريف هو التمثيل الرياضى للطريقة العلمية التى تكون فيها Δt من الصغر بحيث تصبح السرعة المتوسطة بين A و B مساوية أساسًا للسرعة اللحظية عند C ، وبأى ضباطة نريد .

هناك علاقة هامة بين مقدارى السرعة اللحظية عند نقطة مثل C ومعدل الحركة عند C . إذا كانت Δt صغيرة جدًا لن يتمكن الجسم من تغيير اتجاه حركته بدرجة محسوسة خلال الزمن الذى يستغرقه للانتقال من A إلى B ، ونتيجة لذلك تكون المسافة المستقيمة من A إلى B مساوية للمسافة التى يقطعها الجسم عند انتقاله من A إلى B . وحيث أن المسافة المقطوعة والإزاحة متساوى المقدار فإن السرعة اللحظية ومعدل الحركة عند C متساويان فى المقدار أيضًا .

مقدار السرعة اللحظية عند نقطة ما يساوى معدل الحركة اللحظى عند تلك النقطة .



2-5 الحركة فى بعد واحد



عداء ينطلق متسارعا من نقطة البداية .

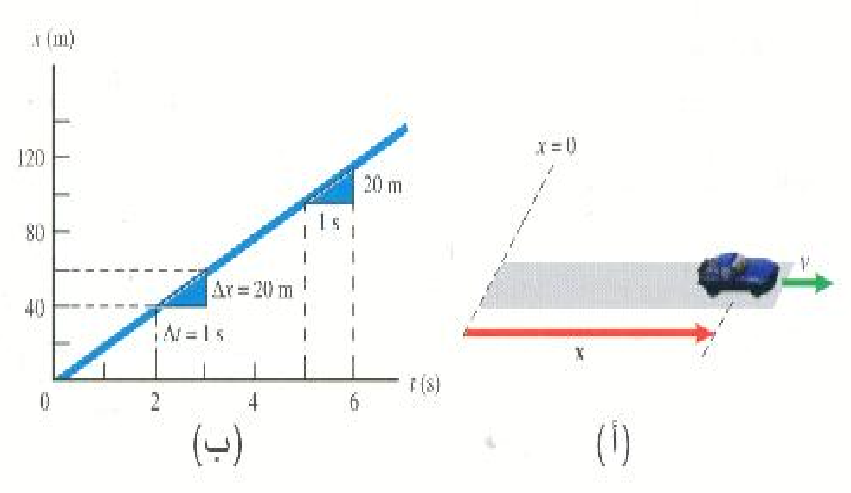
ستقتصر مناقشتنا خلال الجزء الأعظم مما يبقى فى هذا الفصل على الحركة على استقامة خط مستقيم ، وتسمى الحركة فى بعد واحد . وسوف نتعلم كيفية تعميم النتائج على الحركة فى بعدين فى فصول لاحقة .

اعتبر السيارة الموضحة فى الشكل 3–2 أ كمثال للحركة فى بعد واحد . ولنفترض أن حركة السيارة عند اللحظة المبينة تكون فى الاتجاه الموجب للمحور x ، وبالتالى يكون المتجه الممثل لسرعتها فى هذا الاتجاه أيضًا . أما إذا عكست السيارة اتجاهها فستكون سرعتها فى الاتجاه السالب للمحور x . وهكذا يمكن تعريف الاتجاه فى حالة الحركة فى بعد واحد بالإشارتين الموجبة والسالبة .

لنناقش حركة السيارة المبينة فى الشكل 3-2 أ . لنعتبر أن **x** يمثل مقدار إزاحة السيارة عن مركز الإحداثيات عند اللحظة t ، ولنفترض أنها كانت عند $x = 0$ فى اللحظة $t = 0$ وأنها تتحرك بمعدل قدره 20 m/s . وبتسجيل موضع السيارة مرة كل ثانية سنجد أن موضع السيارة كدالة فى الزمن يمكن تمثيله كما فى الجدول الآتى :

t(s) :	0	1	2	3	4	5	6
x (m):	0	20	40	60	80	100	120

هذا الجدول يبين أن مقدار إزاحة السيارة يتزايد بمقدار 20 m كل ثانية . وبتمثيل هذه النتائج فى صورة منحنى يبين x كدالة فى t سوف نحصل على الشكل 3-2 ب .



شكل 3-2 :
يمكن تمثيل الحركة على استقامة خط مستقيم بالرسم البيانى . معدل حركة السيارة فى هذه الحالة ثابت ويساوى 20 m/s .

المثلثان الصغيران فى الجزء ب من الشكل لهما معنى فى غاية الأهمية لاحظ أن الضلع الرأسى يمثل 20 m وأن الضلع الأفقى يمثل 1 s . وهكذا فإن هذين المثلثين يوضحان لنا أن السيارة تسير 20 m فى الاتجاه الموجب للمحور x فى كل ثانية . وحيث أن الضلع الرأسى ، وطوله Δx هو الإزاحة التى تعانيها السيارة خلال الفترة الزمنية Δt ، فإن السرعة المتوسطة للسيارة تكون :

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن اللازم}} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t}$$

حيث $\Delta \mathbf{x}$ الإزاحة وهى متجه فى الاتجاه الموجب للمحور x . فإذا كانت $\Delta \mathbf{x}$ موجبة تكون السرعة فى الاتجاه الموجب للمحور x ، وإذا كانت سالبة تكون فى الاتجاه السالب للمحور x . أى أنه يمكن استخدام أى من المثلثين الموضحين فى الشكل 3-2 ب لإيجاد سرعة السيارة .

لنرجع الآن إلى الكرة الساقطة الموضحة فى الشكل 2-2 كمثال آخر للحركة فى خط مستقيم . السرعة فى هذه الحالة تتزايد باستمرار ولا تظل ثابتة . وبقياس موضع الكرة الساقطة y على الصورة الفوتوغرافية كدالة فى الزمن نحصل على البيانات الموضحة بالجدول الآتى :

t(s) :	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16
x (m):	0	0.20	0.78	1.76	3.14	4.90	7.06	9.60	12.5

لاحظ أن الإزاحة $\Delta\mathbf{y}$ متجه أُخذ اتجاهه الموجب رأسيًا إلى أسفل . هذه النتائج ممثلة بيانيًا فى الشكل 4-2 ، ولإيجاد السرعة المتوسطة بين النقطتين A و B من الرسم يجب حساب $\Delta\mathbf{y} \;/\; \Delta t$. ويمكننا أن نلاحظ من الرسم أن $t_B - t_A = \Delta t = 0.100 - 0.080 = 0.020$ s ، وباستخدام الجدول أو الرسم نجد أن $y_B - y_A = \Delta\mathbf{y} = 4.90 - 3.14 = +1.76$ cm ، ومنه

$$\bar{\mathbf{v}}_{AB} = \frac{\Delta\mathbf{y}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{y}_B - \mathbf{y}_A}{t_B - t_A} = \frac{+1.76 \text{ cm}}{0.020 \text{ s}} = +0.88 \text{ cm/s}$$

شكل 4-2 :
شكل بيانى لنتائج تجربة كالمبينة بالشكل 2-2 .

وهذه هى السرعة المتوسطة بين A و B ، فى حدود خطأ التجربة . وحيث أن $\bar{\mathbf{v}}_{AB}$ موجبة الإشارة فإنها تكون فى الاتجاه الموجب ، أى رأسية إلى أسفل وهكذا فإن طول الضلع الرأسى فى الشكلين 3-2 ب ، و 4-2 ويسمى **الارتفاع** ، مقسومًا على طول الضلع الأفقى ، ويسمى **زمن الارتفاع** ، يعطى السرعة المتوسطة . ولعلك تذكر من دراستك السابقة فى الرياضيات أن هذه النسبة هى **ميل** الخط المثل للضلع الثالث للمثلث .
الكمية $\Delta\mathbf{y} \;/\; \Delta t$ فى الشكل 4-2 هى إذن ميل الخط الواصل بين A و B . وبذلك نصل إلى الاستنتاج الآتى :

السرعة المتوسطة بين أى نقطتين A و B على منحنى الإزاحة مقابل الزمن هى ميل الخط لمستقيم الموصل بين النقطتين .

وفى الحالة الحدية عندما تكون النقطتان A و B متقاربتين جدًا سوف يصبح الخط الواصل بينهما مماسًا* للمنحنى إذن :

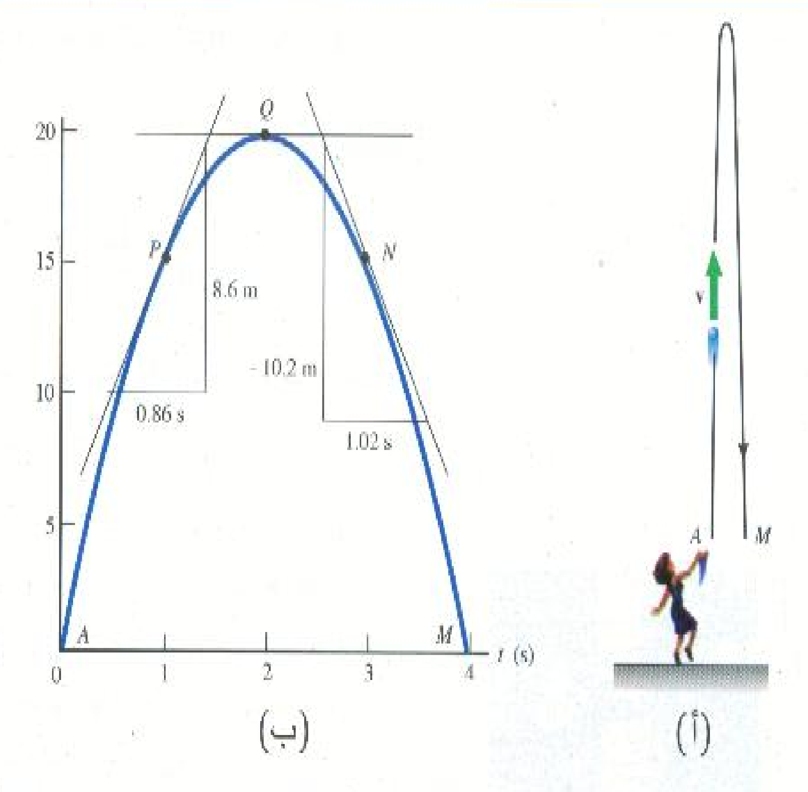
ميل منحنى الإزاحة مقابل الزمن عند أى نقطة يساوى السرعة اللحظية عند تلك النقطة .

وهكذا فإننا نرى الأهمية الكبرى لماس المنحنى المثل للإزاحة مقابل الزمن ، إذ أنه يعطينا السرعة اللحظية للجسم المتحرك .

مثال توضيحى 1-2

يمثل الشكل 5-2 أ كرة قذفت إلى أعلى ، ويوضح الشكل 5-2 ب إحداثى الكرة كدالة فى الزمن ، والمطلوب إيجاد السرعة اللحظية .

* الخط الماسى لنقطة على منحنى (هناك مماس واحد لكل نقطة) هو ذلك الخط المار بتلك النقطة ، ولكنه لا يمس أو يقطع أى نقط أخرى على المنحنى .



شكل 5-2 :
(أ) حركة خطية (أساسًا) ،
(ب) نفس الحركة ممثلة بيانيًا .

ولنوجد أيضًا السرعة المتوسطة (d) بين النقطتين A و Q والسرعة المتوسطة (e) بين A و M .

استدلال منطقي : يبين الشكل أن الكرة تصل إلى ارتفاع قدره 20 m ثم تبدأ في السقوط .
ونظرًا لأن v عند أى نقطة تعطى بميل الخط الماسى عند تلك النقطة ، إذن :

(أ) ارسم مماسا للمنحنى عند النقطة P :

$$\mathbf{v}_P = P \text{ الميل عند } = \frac{8.6\ \text{m}}{0.86\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$$

(ب) بالمثل :

$$\mathbf{v}_Q = Q \text{ الميل عند } = 0$$

وعند Q تتوقف الكرة ثم تبدأ فى السقوط .

(جـ)

$$\mathbf{v}_N = N \text{ الميل عند } = \frac{-10.2\ \text{m}}{1.02\ \text{s}} = -10\ \text{m/s}$$

والإشارة هنا سالبة لأن الميل سالب عند N . الآن تصبح الكرة متحركة في الاتجاه السالب للمحور y ، أى أنها ساقطة الآن . ويلاحظ أن ميل المنحنى يعطى كلاً من مقدار واتجاه السرعة ، فالميل السالب يعنى أن السرعة فى الاتجاه السالب للمحور y .

(د) ارسم خطًا مستقيمًا (وترًا) بين A و Q (وهو غير مبين بالشكل) . هذا الوتر يرتفع 20 cm في 2.0 s . وحيث أن : $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{زمن الارتفاع}}$ ، إذن :

$$\mathbf{v}_{AQ} = Q \text{ إلى } A \text{ ميل الوتر من } = \frac{20\ \text{m}}{2.0\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$$

(هـ) إذن :

$$\bar{\mathbf{v}}_{AM} = \text{ميل الوتر من } A \text{ إلى } M = \frac{0\ \text{m}}{4.0\ \text{s}} = 0\ \text{m/s}$$

ومن الواضح أن هذه النتيجة صحيحة لأن الكرة عند A و M تكون فى نفس الموضع ، لأن الإزاحة الكلية تساوى صفرًا . وعليه :

$$\bar{\mathbf{v}}_{AM} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن المار}} = \frac{0\ \text{m}}{4.0\ \text{s}} = 0\ \text{m/s}$$

وكما أشرنا سابقاً ، فإن التعريف العلمى للسرعة المتوسطة يختلف عن تعريف معدل الحركة . ■

2-6 العجلة (التسارع)



مثال لحركة السقوط الحر .

لنفرض أن $\mathbf{v}_0$ سرعة جسم فى لحظة معينة (وليس معدل حركته) ، وأن $\mathbf{v}_f$ سرعته فى لحظة تالية . (الدليلان السفليان 0 و f مأخوذان من كلمة « original » بمعنى أصلى أو ابتدائى وكلمة « final » بمعنى نهائى) .

تعرف العجلة المتوسطة $\bar{\mathbf{a}}$ للجسم خلال هذه الفترة الزمنية بالمعادلة :

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\text{التغير فى السرعة}}{\text{الزمن المار}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} \qquad (2\text{-}4)$$

أى أن العجلة هى التغير فى السرعة (وليس معدل الحركة) لوحدة الزمن ، ووحدة العجلة هى وحدة السرعة مقسومة على وحدة الزمن ، أى وحدة طول مقسومة على مربع وحدة الزمن ، وهى m/s^2 فى النظام SI .

ولكى نرى معنى هذا التعريف فى المواقف العملية ، لنعتبر سيارة تبدأ من السكون وتصل إلى معدل حركة قدره 20 m/s خلال زمن قدره 12 s عندما تسير فى الاتجاه الموجب للمحور x . معطياتنا هنا هى السرعة الابتدائية $\mathbf{v}_0 = 0$ والنهائية $\mathbf{v}_f = 20\ \text{m/s}$ وكلتاهما فى الاتجاه الموجب للمحور x ، والزمن المار $t = 12\ \text{s}$. إذن :

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} = \frac{20\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{12\ \text{s}} = 1.7\ \text{m/s}^2$$

حيث تعنى الإشارة الموجبة أن العجلة متجه فى الاتجاه الموجب للمحور x .

لنفرض أن السيارة تستمر فى الحركة فى الاتجاه الموجب للمحور x ، ولكنها تتباطئ من 20 m/s إلى 0 m/s خلال 12 s . ستكون العجلة المتوسطة فى هذه الحالة :

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} = \frac{0\ \text{m/s} - 20\ \text{m/s}}{12\ \text{s}} = -1.7\ \text{m/s}^2$$

لاحظ أن الإشارة سالبة الآن ، وتذكر أن إشارة المتجه تبين اتجاهه . وحيث أننا قد اتفقنا سابقاً على أن المتجهات الموجبة هى تلك التى تشير إلى الاتجاه الموجب للمحور x ، فإن الإشارة السالبة للعجلة $\mathbf{a}$ تبين أنها متجهة فى الاتجاه **السالب** للمحور x ، أى

عكس اتجاه الحركة هذا هو حركة الجسم فى حالة التباطؤ ، والذى يسمى عادة بالتقاصر ، لكننا نفضل استخدام مصطلح **العجلة السالبة** . لنؤكد الفكرة الأساسية هنا :

عند التعامل مع المتجهات أحادية البعد لديك مطلق الحرية فى اختيار أحد الاتجاهين المكنين كاتجاه موجب لمتجهاتك . فإذا ما حسمت هذا الاختيار فى مسألة معينة ، يجب عليك استخدام الإشارة الصحيحة لجميع المتجهات الداخلة فى عملية حساب المتجهات . وعندئذ ستبين إشارة المتجه الناتج من العملية الحسابية اتجاه هذا المتجه .

مثال 1-2 :

يمثل الشكل 5-2 ب التغير الزمنى للموضع الرأسى (y) لكرة مقذوفة رأسيًا إلى أعلى . ارسم رسمًا بيانيًا لسرعة الكرة مقابل الزمن وأوجد عجلتها .

استدلال منطقى :

1

سؤال :كيف تستنتج السرعة من الشكل 5-2 ب ؟

الإجابة : طبقًا لما سبق شرحه فى المثال التوضيحى 1-2 ، السرعة عند أية لحظة هى ميل منحنى y مقابل t عند تلك اللحظة . وقد سبق حساب الميل عند النقط P ، Q و N المناظرة للأزمنة 3.0 s ، 2.0 و 1.0 على الترتيب . اختر عدة نقط أخرى (كل 0.5s مثلا) وارسم مماسًا للمنحنى عند كل منها بأقصى دقة ممكنة ثم احسب الميل عند كل نقطة ، وتحقق من مدى تطابق نتائجك مع النتائج المعطاة فى الجدول الآتى :

Time(s) :	→	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
Velocity (m/s):	→	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20

وكما رأينا سابقًا ، فإن الإشارات السالبة لبعض السرعات تعنى أن الجسم يتحرك فى الاتجاه السالب للمحور y .

سؤال : كيف تمثل هذه النتائج بيانيًا ؟

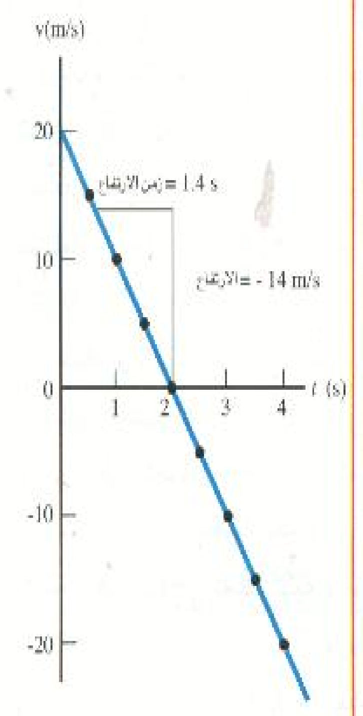
الإجابة : تمثل قيم v على المحور y وقيم t على المحور الأفقى . (هذا ما يقصد برسم v مقابل t أو v كدالة فى t) . اختر مقياسى الرسم اللذين يغطيان مدى بياناتك ، وعندئذ ستحصل على رسم بيانى كالمبين بالشكل 6-2 .

سؤال : ما علاقة العجلة بهذا الرسم البيانى ؟

الإجابة : العجلة هى ميل هذا المنحنى ، تمامًا كما أن السرعة هى ميل المنحنى الذى يمثل الموضع كدالة فى الزمن (شكل 5-2 ب) .

سؤال : من الواضح أن المنحنى الناتج عبارة عن خط مستقيم ذى ميل سالب . ما معنى هذا ؟

الإجابة : ميل الخط المستقيم ثابت عند جميع نقطة . والخط المستقيم يعنى فى هذه الحالة المعنية أن الحركة ذات عجلة منتظمة . ونظرًا لأن الميل سالب فذلك يعنى أن a سالبة .



شكل 6-2 :
تغير السرعة مع الزمن للكرة الممثلة بالشكل 5-2 أ . ما قيمة عجلة الكرة ؟

وحيث أننا اعتبرنا الاتجاه الرأسى إلى أعلى موجبًا ، فهذا ينطبق أيضًا على كـل الكميات المتجهة كالإزاحة والسرعة والعجلة . وعليه فإن العجلة السالبة تتجه رأسيًا إلى أسفل .

سؤال : ما قيمة هذه العجلة ؟

الإجابة : يمثل الشكل 6–2 بعض قيم الميل ، وبالحساب نجد أن :

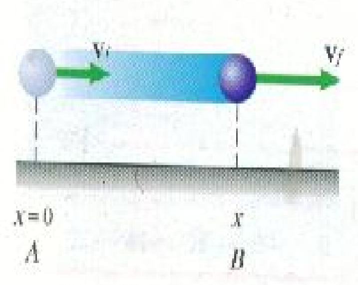
$$a = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{زمن الارتفاع}} = \frac{-14\ m/s}{1.4\ s} = -10\ m/s^2$$

أعد الحسابات مرة أخرى مستخدمًا نقطتين أخريين.

الحل والمناقشة : عجلة الكرة خلال الرحلة بأكملها (صعودًا وهبوطًا) تساوى حوالى $10\ m/s^2$ واتجاهها إلى أسفل . فالكرة تتباطئ بمقدار $10\ m/s$ فى الثانية أثناء الصعود وتتسارع بمقدار $10\ m/s$ فى الثانية أثناء الهبوط . وسوف نرى فى القسم 9–2 أن القياسات الدقيقة تبين أن عجلة الكرة $9.8\ m/s^2$. ■

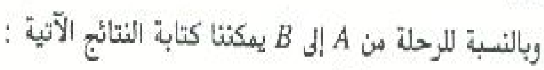
7–2 الحركة الخطية ذات العجلة المنتظمة

عادة ما تكون المواقف التى تتغير فيها العجلة صعبة التناول رياضيًا . لـهذا السبب سنقتصر فى مناقشتنا على الحالات التى تكون فيها العجلة ثابتة كما فـى المثال 1–2 . (ويقال فى مثل هذه الحالات أن الجسم متسـارع بانتظام) . وبـالرغم من أن هـذا قد يكون تبسيطًا مفرطًا فإن كثيرًا من الأنظمة الفيزيائية تقترب من هذه الحالـة . فالأجسام الساقطة سقوطًا حرًا بالقرب من سطح الأرض تحت تأثير الجاذبية مثلاً تتحـرك بعجلة منتظمة . وسوف نرى الآن كيف نصف الحركة الخطية للأجسام عندما تكون عجلتها منتظمة (ثابتة) .



شكل 7–2 :
تستغرق الكرة زمنا قدره t للوصول مـن A إلى B .

حيث أن الحركة فى خط مستقيم ، يمكننا تبسيط المناقشة باستعمال الإشـارتين الموجبة والسالبة لتحديد الاتجاه . علاوة على ذلك فإننـا سنمثل الإزاحـة المتجهـة بـالحرف $\mathbf{x}$ والسرعة فى اتجاه x بالحرف $\mathbf{v}$ والعجلـة فـى اتجـاه x بـالحرف $\mathbf{a}$. فالجسـم الموضح بالشكل 7–2 مثلاً يتحرك بعجلة ثابتة فى الاتجاه x ، وتكون سرعته $\mathbf{v}_0$ عند مروره بالنقطة A و $\mathbf{v}_f$ فى لحظة تالية t عند مروره بالنقطة B . أى أن $\mathbf{x}$ تمثل الإزاحة من A إلى B .



وبالنسبة للرحلة من A إلى B يمكننا كتابة النتائج الآتية :

1 ـ السرعة المتوسطة $\bar{\mathbf{v}}$ أثناء الرحلة :

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن}} = \frac{\mathbf{x}}{t}$$

ومنه

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{v}}\, t \qquad (2\text{–}5)$$

المعادلة (5-2) تحتوى على متجه واحد فقط على كل من جانبى إشارة التساوى ولهذا يمكن كتابة هذه المعادلة بدون الرموز الاتجاهية لأن اتجاه كل من $\mathbf{x}$ و $\overline{\mathbf{v}}$ (وبالتالى إشارتيهما) واحدة دائمًا :

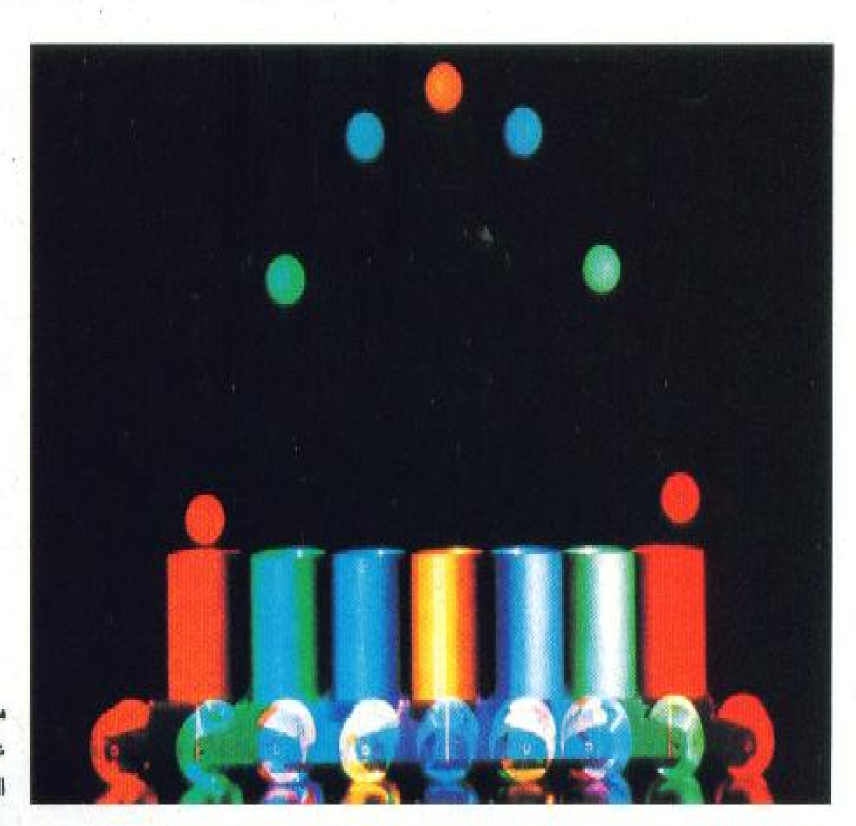
$$\bar{v} = x/t \qquad (2\text{–}5)$$

2 ـ العجلة المتوسطة والعجلة اللحظية متساويتان لأن العجلة منتظمة ، ولذا يتحول تعريف العجلة إلى :

$$\overline{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} \quad \mathbf{v}_f = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t \qquad (2\text{–}6)$$

3 ـ حيث أن الجسم يتسارع بانتظام فإن سرعته تتغير خطيًا مع الزمن من $\mathbf{v}_0$ إلى $\mathbf{v}_f$. ولذلك فإن السرعة المتوسطة بين A و B هى ببساطة متوسط هاتين القيمتين :

$$\overline{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}_f + \mathbf{v}_0}{2} \qquad (2\text{–}7)$$



مسار المقذوف يكون على شكل قطع مكافئ عند ثبوت عجلة الجاذبية وإهمال مقاومة الهواء .

لدينا الآن ثلاث معادلات تنطبق على الحركة ذات العجلة المنتظمة هى المعادلات (5-2) ، (6-2) ، (7-2) وهى كافية لوصف الحركة فى أى موقف عادى تكون العجلة فيه منتظمة .

بدأت الآن ثروتنا من المفاهيم والتعريفات المفيدة فى الزيادة والاتساع ، مفيدة لأنها مفتاح الحل لإزالة شكوى كثير من الطلاب وهى : « تقابلنى دائمًا مشكلة فى تحويل المسألة اللفظية إلى صورة معادلة رياضية . كيف أعلم أى المعادلات استخدم ؟ » إن الجزء

الأكبر من الصعوبة يتمثل فى ترجمة ألفاظ المسألة أولاً إلى مفاهيم فيزيائية مضبوطة ثم إلى الرموز المناظرة المستخدمة فى المعادلات . إليك دليل موجز لمساعدتك فى ترجمة المسائل المتعلقة بالحركة :

السؤال أو العبارة	الترجمة
متى ؟	ما قيمة t ؟
أين ؟	ما قيمة الموضع ؟ (x أو y أو s مثلاً)
تبدأ من السكون	$v_0 = 0$
بأى سرعة ؟	ما قيمة v ؟
ما الزمن المستغرق ؟	ما قيمة Δt ؟
ما المسافة المقطوعة ؟	ما قيمة $x_f - x_0$ ؟ (أو $y_f - y_0$ أو $s_f - s_0$ ، . . . إلخ
يصل إلى السكون .	$v_f = 0$

مثال 2-2 :

افترض أن سيارة تبدأ من السكون وتتسارع بانتظام إلى 0.5 m/s خلال 10 s أثناء حركتها على استقامة المحور x . أوجد العجلة والمسافة المقطوعة خلال هذا الزمن .

1

استدلال منطقى :

سؤال : ما هى البيانات المعطاة فى المسألة عند وضعها فى صورة رموز طبقاً لقائمة المعادلات المستخدمة فى الدليل السابق ؟

الإجابة :

1 ـ « تبدأ من السكون » تعنى $v_0 = 0$.

2 ـ « تتسارع بانتظام » أى أن المعادلات (2-5) ؛ (2-6) ، (2-7) تنطبق على هذا الموقف .

3 ـ « إلى 0.5 m/s خلال 10 s » تعنى أن $v_f = 0.5$ m/s عند $t = 10$ s .

4 ـ « أثناء حركتها على استقامة المحور x » تعنى أن هذه حركة فى بعد واحد ولهذا فإن x تصف موضع السيارة .

سؤال : ما الكميات المطلوب تعيينها ؟

الإجابة : قيمة العجلة a والمسافة التى تقطعها السيارة x .

سؤال : أى المعادلات استخدم ؟

الإجابة : المعادلات التى تحتوى على الكميات المعلومة (v_0 ، v_f ، t) والكميات المجهولة (a ، x) . المعادلة المناسبة هى المعادلة (2-6) :

$$a = (v_f - v_0)/t$$

وحيث أن معادلة x (المعادلة 5-2) تتضمن السرعة المتوسطة ، من الضروري إيجاد هذه الكمية قبل استخدام المعادلة . تعطى السرعة المتوسطة بالمعادلة (7-2) :

$$\overline{\mathbf{v}} = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0)$$

الحل والمناقشة : العجلة هي :

$$\mathbf{a} = \frac{5.0 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 0.50 \text{ m/s}^2$$

والسرعة المتوسطة هي :

$$\overline{\mathbf{v}} = \frac{1}{2}(0 \text{ m/s} + 5.0 \text{ m/s}) = 2.5 \text{ m/s}$$

ومن ثم فإن المسافة التي تقطعها السيارة خلال 10 s تكون :

$$x = (2.5 \text{ m/s})(10 \text{ s}) = 25 \text{ m}$$

وتكون عجلة السيارة أثناء هذه الفترة الزمنية 0.50 m/s^2 . لاحظ مرة ثانية كيف تعامل الوحدات كرموز جبرية أثناء الحسابات .

مثال 3-2 :

افترض أن سيارة تتحرك بمعدل قدره 5.00 m/s قد وصلت إلى السكون خلال مسافة قدرها 20.0 m . أوجد عجلة الحركة وزمن توقف السيارة . اعتبر أن الحركة على استقامة المحور x وأن عجلتها ثابتة .

استدلال منطقي :

سؤال : ما المعلومات المعطاة ؟ وما معنى نص المسألة ؟

الإجابة :

1 ـ « تتحرك بمعدل قدره 5.0 m/s » تعني أن $\mathbf{v}_0 = 5.00 \text{ m/s}$.

2 ـ « وصلت إلى السكون » تعني أن $\mathbf{v}_f = 0 \text{ m/s}$.

3 ـ « خلال مسافة قدرها 20.00 m » تعني أن تغير السرعة (عند ثبوت العجلة) يحدث خلال مسافة قدرها 20.00 m .

سؤال : ما المطلوب إيجاده ؟

الإجابة : العجلة $\mathbf{a}$ والزمن t الذي تتوقف خلاله السيارة .

سؤال : كيف يمكن إيجاد t وليست لدي صيغة رياضية له ؟

الإجابة : ليس لدينا صيغة رياضية لأي شيء ، بل لدينا علاقات بين مختلف الكميات المستخدمة لوصف الحركة ؛ وبعض هذه العلاقات تتضمن t .

سؤال : إذا استخدمنا المعادلة (2-6) لحساب **a** فهل سنحتاج إلى معرفة قيمة t ؟ ما هى المعادلات الأخرى التى تحتوى على t ؟

الإجابة : المعادلة (2-5) ؛ أى $x = \bar{v}t$ ، التى يمكن وضعها على الصورة $t = x/\bar{v}$.

سؤال : كيف يمكن تعيين $\bar{\mathbf{v}}$ من المعطيات ؟

الإجابة : من العلاقة التى تصفها المعادلة (2-7) : $\bar{\mathbf{v}} = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_f + \mathbf{v}_0)$.

الحل والمناقشة :باستخدام المعادلة (2-7) سنجد أن $\bar{\mathbf{v}} = 2.50$ m/s . إذن ، الزمن الذى تستغرقه السيارة لكى تتوقف تمامًا هو :

$$t = \frac{x}{\bar{v}} = \frac{20.0 \text{ m}}{2.50 \text{ m/s}} = 8.00 \text{ s}$$

وبمعلومية t يمكن حساب العجلة من المعادلة (2-6) :

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} = \frac{0 \text{ m/s} - 500 \text{ m/s}}{80.0 \text{ s}}$$
$$= -0.625 \text{ m/s}^2$$

الإشارة السالبة تبين أن اتجاه **a** عكس اتجاه **v** ، ومن ثم فإنها تصف تباطؤ السيارة .

لندرس الآن مثالاً يتطلب بعض المناورات مع المعادلات . هذا المثال يبين لنا مدى أهمية استخدام قواعد الجبر استخدامًا سليمًا .

مثال 2-4 :

تبدأ سيارة حركتها من السكون وتتسارع بمعدل قدره 4.00 m/s خلال مسافة قدرها 20.00 m . (أ) ما هى سرعة السيارة حينئذ ؟ (ب) ما الزمن اللازم لقطع المسافة 20.00 m ؟

١ **استدلال منطقى :**

سؤال : ما معطيات المسألة وما المطلوب إيجاده ؟

الإجابة : المعطيات هى $\mathbf{v}_0 = 0$ ، $\mathbf{a} = 4.00 \text{ m/s}^2$ و $\mathbf{x} = 20.00$ m . والمطلوب إيجاد $\mathbf{v}_f$ عندما تكون السيارة قد قطعت مسافة 20.00 m والزمن اللازم لذلك .

سؤال : ما العلاقات التى يجب استخدامها ؟

الإجابة : مرة ثانية ، المعادلات (2-5) ، (2-6) ، (2-7) تنطبق على هذه الحالة ، وكل من هذه المعادلات يحتوى على مجهولين فى هذه المسألة . وعليه فإن أيًا منها لا يمكن استخدامه مباشرة . علينا إذن حل هذه المعادلات الثلاث آنيًا وعندئذ سنحصل على معادلتين إضافيتين نافعتين للغاية . وهنا سنتوقف عن متابعة هذا المثال حتى نقوم باستنتاج هاتين المعادلتين بطريقة عامة .

2-8 معادلتان مشتقتان للحركة ذات العجلة المنتظمة

يمكن حل المثال 4-2 بسهولة إذا حصلنا على معادلتين أخريين لاستخدامهما بالإضافة إلى المعادلات (5-2) ، (6-2) ، (7-2) . ولاستنتاج المعادلتين الجديدتين تحل المعادلات المعلومة آنيًا . فإذا ما تحقق ذلك لن نضطر إلى تكرار العملية ، وما علينا ببساطة إلا أن نضيفهما إلى قائمة المعادلات السابقة واستخدامها فى حل المسائل المستقبلية .

وبالتعويض عن قيمة $\mathbf{v}$ من المعادلة (7-2) فى (5-2) نحصل على :

$$\mathbf{x} = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0) \qquad (2\text{–}8)$$

وبالتعويض عن قيمة t من المعادلة (6-2) نجد أن :

$$\mathbf{x} = \left(\frac{\mathbf{v}_f + \mathbf{v}_0}{\mathbf{a}}\right)\left(\frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{2}\right) \quad \text{أو} \quad (\mathbf{v}_f)^2 - (\mathbf{v}_0)^2 = 2\mathbf{a}\mathbf{x}$$

تواجهنا هنا حالة ضرب متجهين ، وهو ما لم يناقش سابقًا ، ولكن يمكن حل هذه المشكلة بسهولة فى حالة الحركة فى بُعد واحد . فكل متجه يمكن فقط أن يكون موجب القيمة أو سالب القيمة . كذلك فإن حاصل ضرب متجه فى نفسه يساوى مربع مقداره : $(\mathbf{v}_f)^2 = v_f^2$ و $(\mathbf{v}_0)^2 = v_0^2$. علاوة على ذلك فإن حاصل ضرب $\mathbf{a}$ فى x فى بعد واحد يساوى $+ax$ أو $-ax$ ، ويتوقف ذلك على ما إذا كانت إشارتى $\mathbf{a}$ و $\mathbf{x}$ متماثلتين أو مختلفتين . وعليه يمكن كتابة المعادلة السابقة بدلالة مقادير المتجهات فى الصورة :

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax \qquad \text{أ } (2\text{–}9)$$

عندما يكون المتجهان $\mathbf{a}$ و $\mathbf{x}$ متماثلى الإشارة ، أو

$$v_f^2 = v_0^2 - 2ax \qquad \text{ب } (2\text{–}9)$$

عندما يكون المتجهان $\mathbf{a}$ و $\mathbf{x}$ مختلفى الإشارة .

أما المعادلة الثانية فيمكن اشتقاقها باستخدام المعادلة (8-2) بطريقة أخرى . فبالتعويض عن $\mathbf{v}_f$ من المعادلة (6-2) فى المعادلة (8-2) نحصل على :

$$\mathbf{x} = \frac{1}{2}\mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t)t$$

التى يمكن تبسيطها إلى الصورة :

$$\mathbf{x} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \qquad (2\text{–}10)$$

لدينا الآن خمس معادلات تستخدم فى حل مسائل الحركة ذات العجلة المنتظمة هى :

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{v}} t \quad (2\text{-}11\text{أ})$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}_f + \mathbf{v}_0}{2} \quad (2\text{-}11\text{ب})$$

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_0 - \mathbf{a}t \quad (2\text{-}11\text{جـ})$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax \quad (2\text{-}11\text{د})$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \quad (2\text{-}11\text{هـ})$$

مثال 2-4 (تكملة)

سؤال : ما هى المعادلات التى تنطبق على هذه المسألة ؟

الإجابة : حيث أن a ، v_0 ، x معلومة ، فإن المعادلة (11-2 د) ، أى $v_f^2 = v_0^2 + 2ax$ ، تعطى $\mathbf{v}_f$ مباشرة . وبمعلومية $\mathbf{v}_f$ يمكن إيجاد t من المعادلتين (11-2 أ) ، (11-2ب) .

سؤال : هل توجد طريقة أكثر مباشرة وسهولة لإيجاد t ؟

الإجابة : نعم ، إذ أن ميزة استنتاج المعادلتين الإضافيتين فى الصورة العامة هى أننا نستطيع استخدامهما مباشرة . ذلك أن المعادلتين (11-2 جـ) ، (11-2 د) تحتويان على مجهول واحد هو t ويمكن تطبيقهما فى هذه المسألة . ونظرًا لأن المعادلة (11-2 جـ) معادلة خطية ، بينما المعادلة (11-2 هـ) معادلة تربيعية ، فإن من الأسهل استخدام المعادلة (11-2 جـ) لإيجاد t : $t = (v_f - v_0)/a$.

الحل والمناقشة :

(أ) $v_f^2 = v_0^2 + 2ax = 0 + 2(4.00\ \text{m/s}^2)(20.0\ \text{m}) = 160\ \text{m}^2/\text{s}^2$

إذن $v_f = \pm\sqrt{160\ \text{m}^2/\text{s}^2} = \pm 12.6\ \text{m/s}$ ، وذلك لأن المعادلة التربيعية لها حلان دائمًا . ولكننا افترضنا أن الحركة فى الاتجاه الموجب للمحور x ، إذن الحل الصحيح هو 12.6 m/s+ . (الحل 12.6 m/s- يكون صحيحًا إذا كانت **a** سالبة وكانت السيارة متحركة بمعدل 12.6 m/s فى الاتجاه السالب للمحور x) .

(ب) $$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{12.6\ \text{m/s} - 0}{4.00\ \text{m/s}^2} = 3.15\ \text{s}$$

مثال 2-5 :

تبدأ سيارة متحركة بمعدل قدره 60 km/h فى التباطؤ بتقاطر قدره $1.50\ \text{m/s}^2$. ما الزمن اللازم لكى تقطع السيارة 70.0 m أثناء التباطؤ ؟

1

استدلال منطقى :

سؤال : الكمية الوحيدة المطلوب إيجادها هى الزمن t . ما المعلومات المعطاة ؟

الإجابة : السرعة الابتدائية $v_0 = 60.0$ km/h والتقاصر ويساوى 1.50 m/s^2 والمسافة $x = 70.0$ m .

سؤال : ما معنى المصطلح « تقاصر » ؟

الإجابة : معناه عجلة سالبة ، أى عجلة اتجاهها عكس اتجاه السرعة . فإذا اعتبرنا السرعة 60.0 km/h يجب أن تكون العجلة $a = -1.50$ m/s^2 .

سؤال : وحدات السرعة مختلفة عن وحدات a و x . ماذا يجب عمله لإزالة هذا التناقص ؟

الإجابة : يجب تحويل الكمية 60.0 km/h إلى m/s .

$$60 \text{ km/h} = (60.0 \text{ km/h})(1000 \text{ m}/1 \text{ km})(1 \text{ h}/2600 \text{ s})$$
$$= 16.7 \text{ m/s}$$

يجب عليك أن تتأكد دائمًا أن جميع الكميات لها نفس الوحدات قبل إجراء أى عملية حسابية . (سبق تناول موضوع تحويل الوحدات فى الفصل الأول) .

سؤال : أى معادلة تنطبق على هذه المسالة ؟

الإجابة : إحدى المعادلات التى تحتوى على t . المعادلتان (11-2 أ) ، (11-2 جـ) يتطلب استخدامها معرفة v_f ، ولكن المعادلة (11-2 هـ) هى الوحيدة التى تحتوى على مجهول واحد هو t ، ولكنها معادلة تربيعية وحلها أكثر إرهاقًا من المعادلة الخطية .

سؤال : هل هناك طريقة لإيجاد v_f ؟

الإجابة : نعم يمكن حساب v_f من المعادلة (11-2 د) : $v_f^2 = v_0^2 + 2ax$

الحل والمناقشة :

1 ـ باستخدام المعادلة (11-2 د) نحصل على :

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax = (16.7 \text{ m/s})^2 + 2(-1.50 \text{ m/s}^2)(70.0 \text{ m})$$
$$= 279 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 210 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 69.0 \text{ m}^2/\text{s}^2$$
$$v_f = \pm 8.30 \text{ s}$$

وسوف نختار القيمة $v_f = +8.30$ s بفرض أن الحركة إلى اليمين .

2 ـ المعادلة (11-2 جـ) تعطى :

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{+8.30 \text{ m/s} - +16.7 \text{ m/s}}{-1.50 \text{ m/s}^2}$$
$$= \frac{-8.4 \text{ m/s}}{-1.50 \text{ m/s}^2} = +5.40 \text{ s}$$

لاحظ استخدام العجلة a بالإشارة الجبرية الصحيحة ، وبذلك تنتج كل من t و v_f بالإشارة الصحيحة .

خلافات فى الفيزياء : نظريات السقوط الحر

تمثل دراسة سلوك الأجسام الساقطة مثالاً بينًا للفرق بين العمل الجيد والعلم الهزيل ، ولهذا الموضوع تاريخ طويل مثير نبدأه من عصر الفيلسوف الشهير أرسطو (384 – 322 قبل الميلاد) .

كان المعتقد فى عصر أرسطو أن الجسم الخفيف يسقط فى الهواء بسرعة أقل من الجسم الثقيل . وبناء على ذلك وضع أرسطو نظرية للأجسام الساقطة على أساس أن جميع الأجسام تتكون من أربعة عناصر هى التراب والهواء والنار والماء . فالأجسام المكونة من التراب والماء أساسًا تحاول أن تصل إلى مكان استقرارها الطبيعى وهو الأرض ؛ ولذا فإنها تسقط على الأرض إذا ما وجدت الفرصة لذلك . أما الأجسام المكونة من الهواء فتحاول الارتفاع إلى موضع استقرارها الطبيعى وهو السماء . وفى رأى أرسطو أن الحجر يسقط بسرعة لأنه مكون من التراب أساسًا ويهفو إلى مكان استقراره الطبيعى . أما الريش المكون أساسًا من الهواء فإنه يبحث عن الأرض بشغف أقل ؛ ولذلك فإنه يسقط بسرعة أقل من الحجر . وقد استنتج أرسطو علاوة على ذلك أن سرعة سقوط الجسم ثابتة . وإذا ما أسقطت أنت الريشة (أو قطعة من منديل الوجه الورقى) سترى كيف توصل أرسطو إلى هذا الاستنتاج . ومع ذلك فقد كان تزايد سرعة الحجر تزايدًا مطردًا أثناء السقوط حقيقة محيرة لأرسطو لأنه لم يكن بإمكانه قياس زمن هبوط مثل هذه الأجسام الساقطة بسرعة عالية . ونظرًا لأن أرسطو كان فيلسوفًا يتمتع باحترام معاصريه وتقديرهم العالى لمنزلته لم يجرؤ سوى القليل من الناس أن يشكوا فى نظريته واستنتاجه . ولهذا السبب لم يتحقق سوى القليل من التقدم فى فهم سلوك الأجسام الساقطة حتى عصر جاليليو بعد حوالى 2000 عامًا .

وبحلول عام 1250 بدأ العلم كما نعرفه الآن فى الظهور . وقد كان روجر بيكون (1214 – 1294) من أوائل من اعتنقوا فكرة أن الخبرة (أى التجربة) ضرورية فى تطوير النظريات عن السلوك الطبيعى . ولكن يبدو أنه هو نفسه لم يكن مدركًا لأهمية التحكم فى المتغيرات المؤثرة على نتيجة التجربة . وبعد فترة طويلة حوالى عام 1605 ، أكد فرانسيس بيكون (1561 – 1626) فى رسالته « تقدم التعليم » أن النظريات يجب أن تبنى على أساس حقائق مسجلة عمليًا .

وقد كان جاليليو (1564 – 1642) أخيرًا أول من مهد الطريق لتطوير العلم الحقيقى بإجراء العديد من التجارب العملية فى الفلك والبصريات والميكانيكا ، وكان أهم ملامح عمله إدراكه أن التجارب التى لها معنى هى تلك التجارب المحكمة ، بمعنى ضرورة تغيير متغير واحد فقط فى التجربة . ومن ثم أدرك جاليليو أن مقارنة طريقتى سقوط الريشة والحجر هى طريقة غير قابلة للتفسير تقريبًا لأن هناك فروقًا كثيرة جدًا بين الجسمين . ولهذا قام جاليليو بتصميم بعض التجارب العبقرية لقياس زمن سقوط أجسام متماثلة ذات كتلة مختلفة بدقة كبيرة ، وتوصل إلى أن وزن الجسم لا يؤثر على عجلة حركته بشرط إهمال تأثير احتكاكها مع الهواء . بالإضافة إلى ذلك وجد جاليليو أن الأجسام لا تسقط سقوطًا حرًا بسرعة ثابتة ، كما كان يعتقد أرسطو ، ولكنها تتحرك بعجلة منتظمة .

وبمرور الأعوام اكتسبت طرق العلم تهذيبًا مطردًا ، ولكن ما زالت التجربة بمثابة القلب من العلم الجيد . ذلك أنه بدون التجارب المحكمة التى تمدنا بنتائج غير غامضة لن يكون بإمكاننا إلا أن نلجأ إلى التخمين فيما يتعلق بسلوك العالم المحيط بها . وكى تكون النظريات ذات قيمة لابد أن تكون مبنية على أساس الحقائق العلمية .

وقبل الانتقال إلى موضوع آخر عليك أن تقوم بحل هذه المسألة باستعمال المعادلة (11-2 هـ) لتطمئن على قدرتك على حل المعادلات التربيعية لأننا كثيرًا ما نقابلها فى مختلف فروع الفيزياء . راجع طريقة حل المعادلة التربيعية فى الملحق 3 . ثم استعن بهذه التلميحات :

1 ـ باستخدام معطيات المسألة نجد من المعادلة (11-2 هـ) أن

$$70.0 = 16.7t + \frac{1}{2}(-1.50)t^2 = 16.7t - 0.750t^2$$

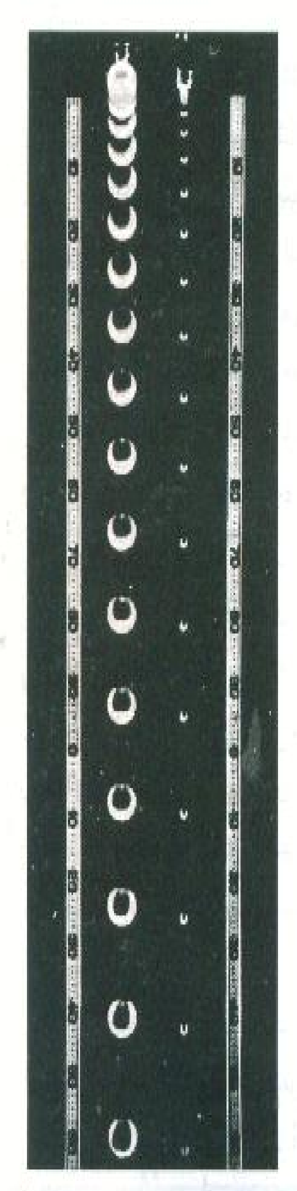
حيث أسقطنا الوحدات مؤقتًا لتستطيع رؤية شكل المعادلة بصورة أكثر سهولة .

2 ـ الصورة العامة للمعادلة التربيعية هى $at^2 + bt + c = 0$ ، وبالتالى تكون معادلتنا على الصورة $-0.750t^2 + 16.7t - 7.00 = 0$ ، ومنه نجد أن المعاملات العامة فى حالتنا هى :

$$a = -0.750 \qquad b = +16.7 \qquad c = -70.0$$

إثبت أن المعادلة التربيعية تعطى $t = 5.6$ s و $t = 16.7$ s . لماذا يجب نبذ الحل الأخير ؟

2-9 السقوط الحر للأجسام



شكل 8-2 :
يمكن تصوير الأجسام الساقطة على فترات زمنية متساوية باستخدام الضوء الوميضى . وبالرغم من أن الجسمين مختلفان فى الحجم والوزن فإنهما يتفقان فى طريقة السقوط (مركز تطوير التعليم) .

لندرس التجربة المبينة بالشكل 8-2 والتى تمثل جسمين ساقطين سقوطًا حرًا تحت تأثير الجاذبية الأرضية . وقد التقطت صور الجسم على فترات زمنية متساوية باستخدام الضوء الوميضى . لاحظ أن الجسمين يتحركان بنفس العجلة بالرغم من اختلاف حجميهما وكتلتيهما ، وهذا ما أكده جاليليو (1564 – 1642) . وتبين القياسات أن الجسم الساقط **سقوطا حرًا** ، بالقرب من سطح الأرض يتسارع رأسيًا إلى أسفل بعجلة قدرها $9.8\ m/s^2$. يعنى هذا أن معدل حركة الجسم الساقط **سقوطا حرًا** بعد مرور فترات زمنية متساوية قدرها 1 s اعتبارًا من لحظة إسقاطه تكون كما يأتى : 9.8 m/s ، 19.6 m/s ، 29.4 m/s . . . وهكذا . أى أن السرعة الرأسية إلى أسفل تتزايد بمقدار 9.8 m/s كل ثانية ؛ وبأسلوب آخر يقال أن العجلة تساوى $9.8\ m/s^2$ واتجاهها رأسى إلى أسفل .

وبالرغم من هذا التأكيد فإننا نعلم أن قطعة الرخام أو الريشة أو قطعة من منديل الوجه الورقى تسقط كلها بطرق مختلفة ، والسبب فى ذلك أن سقوط هذه الأجسام ليس **سقوطا حرًا** . فأثناء سقوط الريشة سوف يسبب احتكاكها مع الهواء إعاقتها عن السقوط ؛ ذلك أن قوة الاحتكاك تتوازن تقريبًا مع شد الجاذبية الأرضية لها ، ومن ثم لن يكون سقوط الريشة حرًا بالتأكيد . وبالمثل فإن قطعة منديل الوجه الورقى تسقط ببطء بسبب تأثيرات الهواء عليها . أما قطعة الرخام فيكون شد الجاذبية الأرضية لها أكبر كثيرًا من احتكاكها بالهواء الذى يعيق حركتها لأن وزنها كبير جدًا بالنسبة لوزن كل من الريشة وقطعة منديل الوجه الورقى . وهكذا يمكننا القول أن قطعة الرخام تسقط سقوطًا حرًا ،

طالما لم يكن معدل حركتها كبيرًا جدًا إلى درجة تؤدى إلى زيادة قوة الاحتكاك مع الهواء إلى قيمة كبيرة جدًا .

من السهولة بمكان تحليل حركة سقوط الأجسام التى لا تقع تحت تأثير أى قوى كبيرة خلاف شد الجاذبية الأرضية . وتبين التجربة أن الأجسام تسقط (تجاه الأرض) بعجلة رأسية إلى أسفل مقدارها $9.80\ m/s^2$ تسمى **عجلة الجاذبية الأرضية** ويرمز لها بالحرف g . هذا وتختلف قيمة g اختلافًا طفيفًا من مكان إلى آخر على الأرض كما هو موضح بالجدول 1-2 .

لنعد مرة ثانية للشكل 5-2 الذى يوضح حركة كرة تحت تأثير الجاذبية فقط ، وقد سبق تحليل هذه الحركة فى المثال 1-2 والشكلين 5-2 ب ، 6-2 ، وقد وجد أن عجلة الكرة تساوى $10\ m/s^2$ تقريبًا واتجاهها إلى أسفل سواء كانت الكرة صاعدة أو ساقطة (هابطة) . هذا مثال آخر للحقيقة الأكيدة بأن عجلة الجسم الساقط سقوطًا حرًا ثابتة وتساوى $9.8\ m/s^2$ وأن اتجاهها رأسى إلى أسفل . وسواء كانت الكرة صاعدة أم ساقطة فإن عجلتها تظل g إلى أسفل . ففى حالة الصعود ، كما فى المثال 1-2 ، **تقل** سرعة الكرة بمعدل قدره $9.8\ m/s$ كل ثانية حتى تصل إلى أعلى نقطة حيث تصبح سرعتها صفرًا . بعدئذ تتزايد سرعة الكرة بمعدل قدره $9.8\ m/s$ كل ثانية أثناء السقوط .

جدول 1-2 :
عجلة الجاذبية الأرضية g

المكان	$g\ (m/s)^2$
بوفورد ، إن . سى	9.7973
نيوأورليانز	9.7932
جلافستون	9.7927
سياتل	9.8073
سان فرانسيسكو	9.7997
سان لويس	9.8000
كليفلاند	9.8024
دنفر	9.7961
بايكس بيك	9.7895

سوف نقوم الآن بتحليل حركة السقوط الحر للأجسام فى عدة أمثلة ، ولكن قبل ذلك عليك ملاحظة الحقائق الآتية . أولاً ، إذا اخترت الاتجاه إلى أعلى موجبًا فإن عجلة الجاذبية تكون $-9.8\ m/s^2$ لأن اتجاهها إلى أسفل ومن المهم دائمًا مراعاة صحة الإشارة الجبرية لكل من الإزاحة والسرعة والعجلة لأنها تدلنا على اتجاه هذه الكميات . ثانيًا ، حيث أن العجلة ثابتة ($9.8\ m/s^2$ رأسيًا إلى أسفل) فإن الحركة تحت تأثير الجاذبية الأرضية تكون حركة ذات عجلة منتظمة تنطبق عليها معادلاتنا الخمس للحركة ، ولكننا سنستعمل y بدلاً من x فى هذه المعادلات لتوضيح الطبيعة الرأسية للحركة .

ويجب عليك توخى الحرص الشديد فى التطبيقات المتعلقة بالحركة إلى أعلى وإلى أسفل ، ومن الضرورى أن تقرر من البداية أى اتجاه سوف تعتبره موجبًا . هذا الاختيار عفوى تمامًا ، ولكن بمجرد أن تختار اتجاهك الموجب فى مسألة معينة يجب عليك أن تلتزم بهذا فى المسألة كلها .

مثال 6-2 :

أسقطت حجرًا من فوق الكوبرى . فإذا استغرق الحجر زمنًا قدره $3.0\ s$ ليصل إلى سطح الماء ، فما ارتفاع يدك بالنسبة لسطح الماء فى لحظة إسقاطك الحجر ، بفرض أن الاحتكاك مهمل ؟ (لاحظ أن المسألة تنتهى فى اللحظة التى تسبق اصطدام الحجر بالماء لأن الحجر يسقط سقوطًا حرًا خلال هذه الفترة فقط) .

استدلال منطقى :

سؤال : ما هى الكميات المعلومة ؟

الإجابة : الزمن اللازم لسقوط الحجر والسرعة الابتدائية وتساوى صفرًا وأن السقوط حر وهذا يعنى أن العجلة تساوى $9.8\ m/s^2$ رأسيًا إلى أسفل .

سؤال : ما المطلوب إيجاده ؟

الإجابة : المسافة التى قطعها الحجر رأسيًا خلال الزمن المعطى وقدره $3.0\ s$ ، ويمكنك أن تسمى هذه المسافة y .

سؤال : الحركة رأسية إلى أسفل . هل نعتبر هذا الاتجاه موجبًا أم سالبًا ؟

الإجابة : كما تريد ، ولكن بمجرد اختيار اصطلاح الإشارات عليك أن تلتزم باستعماله مع كل المتجهات خلال المسألة كلها . فمثلاً :

إذا اخترت **الاتجاه إلى أعلى موجبًا** فعليك وضع $\mathbf{a} = -9.8\ m/s^2$ ، وتوقع عندئذ أن قيمة y التى ستحصل عليها لابد أن تكون سالبة لأن إزاحة الحجر الآن سالبة (إلى أسفل) .

وإذا اعتبرت **الاتجاه إلى أسفل موجبًا** يجب وضع $\mathbf{a} = +9.8\ m/s^2$ وعندئذ ستكون y موجبة .

سؤال : أى معادلة من معادلات الحركة تناسب هذه المسألة ؟

الإجابة : المعادلة (2-11 هـ) هى التى تربط بين الموضع والزمن مباشرة وبالرغم من أن x ترمز لموضع فى هذه المعادلة ، يمكن استخدام أى رمز آخر مثل y ليمثل الموضع إذا رأيت ذلك . وعندئذ يمكن كتابة المعادلة (2-11 هـ) على الصورة :

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}\ at^2$$

الحل والمناقشة : بالتعويض عن الكميات المعلومة من معطيات المسألة وبفرض أن الاتجاه الموجب رأسى إلى أسفل نجد أن :

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}\ at^2 = (0)(3.0\ s) + \frac{1}{2}\ (+9.8\ m/s^2)(3.0\ s)^2 = 44\ m$$

تمرين : ما سرعة الحجر فى اللحظة السابقة لاصطدامه بالماء مباشرة ؟

الإجابة : $29\ m/s$.



شكل 2-9 :
تقذف الكرة من النقطة A رأسيًا إلى أعلى بمعدل حركة قدره $15\ m/s$. وحيث أن الكرة تتوقف لحظيًا عند النقطة B فإن سرعتها فى هذه اللحظة صفرًا .

مثال 2-7 :

قذف شخص كرة رأسيًا إلى أعلى بمعدل حركة ابتدائى قدره $15.0\ m/s$ فارتفعت ثم سقطت ليلتقفها ذلك الشخص مرة أخرى ، ويمثل الشكل 2-9 مسار الكرة . (أ) إلى أى ارتفاع تصل الكرة ؟ (ب) ما سرعتها فى اللحظة السابقة لإمساكها ؟ (جـ) ما الزمن الذى تقضيه الكرة فى الهواء ؟

استدلال منطقى : الجزء (أ)

سؤال : ما نوع هذه الحركة ؟

الإجابة : حركة سقوط حر ، ولكن الشروط الابتدائية مختلفة هنا .

سؤال : أى الكميات معلوم ؟

الإجابة : $\mathbf{v}_0 = +15.0\ m/s$ إذا اختير الاتجاه إلى أعلى موجبًا . وحيث أن السقوط حر فإن $\mathbf{a} = -9.80\ m/s^2$.

سؤال : كيف تفهم السؤال أ ؟ ما هو الشرط الفيزيائى لتعريف أعلى نقطة فى مسار طيران الكرة ؟

الإجابة : عند النقطة B فى الشكل 9-2 تسكن الكرة لحظة قصيرة جدًا (مهملة) . إذن تخضع أعلى نقطة للشرط $\mathbf{v} = 0$. وإذا ما ركزنا الاهتمام على الجزء من A إلى B فى مسار الطيران يمكننا اعتبار أن السرعة عند B هى السرعة النهائية ، أى أن $\mathbf{v}_f = 0$.

سؤال : ماذا يمكن أن نوجده عندما تكون $\mathbf{v}_f = 0$ ؟

الإجابة : قيمة الموضع الرأسى y . ومن المناسب اختيار $y = 0$ عند نقطة البداية A .

سؤال : ما هى المعادلة التى تربط المسافة y بالكميات المعلومة ؟

الإجابة : حيث أن مقادير كل من $\mathbf{v}_0$ ، $\mathbf{v}_f$ ، a معلومة ، يمكننا استخدام المعادلة (11-2 د) : $v_f^2 = v_0^2 + 2ay$ ، حيث y تمثل المسافة بدلاً من x .

الحل والمناقشة : بحل المعادلة (11-2 د) بالنسبة إلى y والتعويض عن الكميات المعلومة بالأعداد المعطاة :

$$y = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0\ m^2/s^2 - (15.0\ m/s)^2}{2(-9.8 m/s^2)} = +11.5\ m$$

يجب أن تكون قادرًا على التحقق من أن جميع الإشارات متفقة مع اختيار الاتجاه الرأسى إلى أعلى كاتجاه موجب .

استدلال منطقى : الجزء (ب)

سؤال : ما معنى عبارة « عند اللحظة السابقة لإمساكها » ؟

الإجابة : معنى ذلك أن الكرة على نفس الارتفاع الذى قذفت منه ، أى أن الكرة تكون قد عادت إلى الارتفاع الابتدائى ($y = 0$) عند اللحظة t قبل إمساك الكرة مباشرة .

سؤال : هل يمكن استخدام نفس الشروط الابتدائية بالجزء (أ) فى هذا الجزء أيضًا ؟

الإجابة : نعم ، لأن الجزء (ب) مجرد استمرار لنفس الحركة . وعليه فإن

$$\mathbf{v}_0 = +15.0\ m/s, \quad \mathbf{a} = -9.8\ m/s^2, \quad و \quad y_0 = 0$$

سؤال : ما العلاقة بين y و $\mathbf{v}_f$ ؟

الإجابة : $v_f^2 = v_0^2 + 2ay$ مرة ثانية .

سؤال : تحت أى شروط يراد حل المسألة ؟

الإجابة : يراد الحل هذه المرة بالنسبة إلى $\mathbf{v}_f$ عندما تكون $y = 0$.

الحل والمناقشة : بوضع $y = 0$ نجد أن $v_f^2 = v_0^2 = (15.0\ m/s)^2$. وقد تبدو هذه المعادلة بسيطة ، ولكن تذكر أن المعادلة التربيعية لها حلان تفسيرهما متروك لك . هذان الحلان هما :

$$v_f = +15\ m/s \quad و \quad v_f = -15\ m/s$$

القيمة $-15\ m/s$ تمثل السرعة إلى أسفل ، ولذا فإنها الحل الصحيح للجزء (ب) .

وهناك طريقة أخرى للوصول إلى هذا الحل وذلك بأن تعتبر النقطة B كنقطة بداية لكرة أسقطت من السكون من ارتفاع قدره 11.5 m ، وتصبح المسألة عندئذ شبيهة بالمثال 2-6 .

استدلال منطقي : الجزء (جـ)

سؤال : ما المعادلة التي تربط t بالمعطيات ؟

الإجابة : $\mathbf{y} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a} t^2$

سؤال : تحت أي شروط يراد حل هذه المسألة ؟

الإجابة : يراد إيجاد t عند $y = 0$.

الحل والمناقشة : هذه المعادلة تصبح :

$$0 = (15.0\ m/s)t - \frac{1}{2}(-9.8\ m/s^2)t^2$$

وعليك إثبات أن حلي المعادلة هما :

$$t = 0 \quad و \quad t = \frac{15.0}{4.90} = 3.06\ s$$

أي أن هناك لحظتين تكون فيهما $y = 0$: عند لحظة قذف الكرة $(t = 0)$ وعند إمساكها $(t = 3.0\ s)$.

مثال 2-8 :

قذفت كرة رأسيا إلى أعلى كما بالشكل 2-9 ثم التقفها قاذفها بعد 5.0 s من لحظة القذف . بأي سرعة تحركت الكرة عندما تركت يد هذا الشخص ؟

استدلال منطقي :

سؤال : من الواضح أن هذه حالة أخرى من حركة السقوط الحر العجلة فيها $a = 9.8\ m/s$. ما هي الشروط المحددة في هذه المسألة ؟

الإجابة : زمن الطيران $t = 5.0\ s$ ، والموضع النهائي هو نفس الموضع الابتدائي (أي $y_0 = 0$ ، $y_f = 0$) .

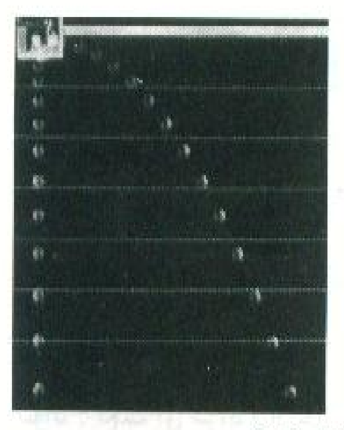
سؤال : المطلوب هو إيجاد السرعة النهائية v_f . أى المعادلات يربط v_0 بالكميات a ، t ، y ؟

الإجابة : المعادلة (2–11 هـ) : $y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

الحل والمناقشة : بحل المعادلة (2–11 هـ) بالنسبة إلى v_0 نجد أن :

$$v_0 t = y - \frac{1}{2} a t^2 \qquad v_0 (5.0\ s) = 0 - \frac{1}{2} (-9.8\ m/s^2)(5.0\ s)^2$$

ومنه $v_0 = +24\ m/s$. تأكد من قدرتك على التعرف على الاتجاه الموجب المختار وأنك تستطيع فهم معنى الإشارة الموجبة فى الإجابة .



شكل 2–10 :
صورة وميضية لحركة كرتى جولف إحداهما ساقطة من السكون والأخرى منطلقة أفقيـا . الفترة الزمنية بين الومضات (1/30 s) والخطوط الأفقية تبعد عن بعضها البعض مسافة قدرها 15 cm . (مركز تطوير التعليم) .

2–10 حركة المقذوفات

من النادر أن تسير كرة البسيبول أو الرصاصة فى مسار خطى . هذه الأجسام تتحرك فى بعدين وتسمى حركتها **بحركة المقذوفات** . ولإيضاح هذا النوع من الحركة سنقوم بفحص الشكل 2–10. نرى فى هذا الشكل أن الكرة 1 تسقط فى خط مستقيم إلى أسفل بعجلة رأسية إلى أسفل قدرها $9.8\ m/s^2$ كما رأينا سابقًا . أما الكرة 2 فقد قذفت أفقيًا فى نفس اللحظة التى أسقطت فيها الكرة 1 . وقد سجلت حركة المقذوف (الكرة 2) والحركة الخطية المستقيمة (الكرة 1) باستخدام الضوء الوميضى . **لاحظ أن موضعى الكرتين عند نفس الومضة الضوئية متماثلان دائمًا ، وهذا يعنى أن الكرة 2 تسقط رأسيًا بنفس العجلة وقدرها $9.8\ m/s^2$ بالرغم من أنها تتحرك أفقيًا فى نفس الوقت** . هذه الملاحظة تعطينا وصفًا لحركة المقذوفات .



عند إهمال مقاومة الهواء يتحرك المقذوف أفقيًا بمعدل حركة ثابت أثناء سقوطه رأسيًا بعجلة قدرها g .

وسوف نقوم فى الفصل الثالث بتفسير هذا السلوك بدلالة قوانين نيوتن . ويكفينا مؤقتا قبول الحقيقة التجريبية بأن متجه سرعة المقذوف ، عند إهمال مقاومة الهواء ، يمكن فصلها إلى مركبتين :

1 ـ المقذوف يتحرك رأسيًا بعجلة ثابتة قدرها g .

2 ـ فى نفس الوقت يتحرك المقذوف **بسرعة أفقية ثابتة** .

المقذوف المنطلق أفقيًا

يمثل الشكل 2–11 أ كرة بيسبول منطلقة أفقيا من النقطة A بسرعة قيمتها v_0 . وإذا كانت مقاومة الهواء مهملة ستتحرك الكرة بنفس هذه السرعة الأفقية إلى أن تصطدم بأى شىء فى طريقها ، بمعنى أنه ليس للكرة مركبة أفقية للعجلة . فى نفس الوقت

تتزايد سرعة الكرة أثناء حركتها رأسيًا إلى أسفل بمعدل 9.8 m/s لكل ثانية أثناء السقوط الحر للكرة . لنحلل الآن هذا النوع من الحركة .

حيث أن الحركتين المتعامدتين مستقلتان إحداهما عن الأخرى ، يمكن تحليل كل منهما على حدة . لندرس أولاً الحركة الأفقية فهى بسيطة للغاية لأنها حركة خطية بسرعة ثابتة $\mathbf{v}_0$. إذن ، نظرًا لأن العجلة الأفقية تساوى صفرًا فإن المعادلتين اللتين تصفان المركبة الأفقية لحركة الكرة تكونان :

$$v_0 = v_f = \bar{v} = v_x \qquad x = \bar{v}\,t = v_x t \qquad (2\text{–}12)$$

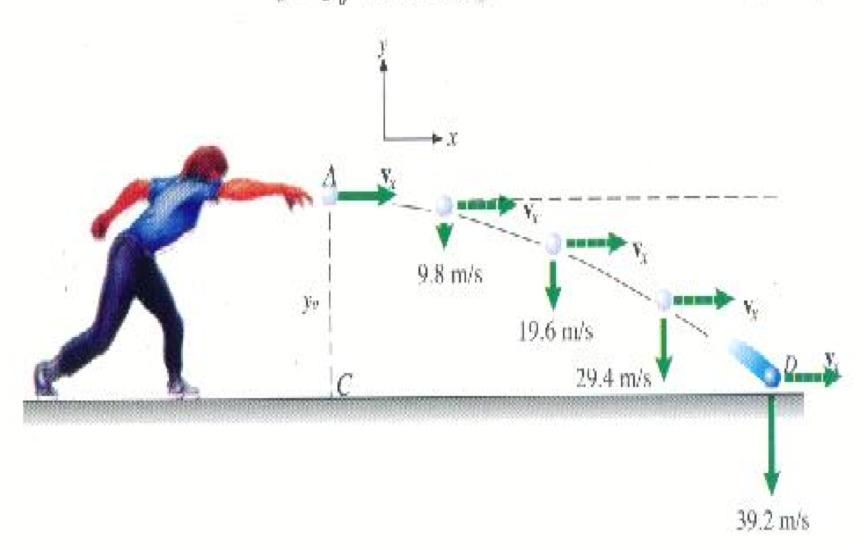
وفى الحركة الرأسية تتحرك الكرة فى الاتجاه y نتيجة لسقوطها تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية ، ولهذا تنطبق معادلاتنا السابقة للحركة ذات العجلة المنتظمة على هذه المركبة لحركة الكرة . ويمكننا أن نرى من الشكل 11–2 أن القيمة الابتدائية لمركبة السرعة الرأسية صفر ، أى $v_{0y} = 0$. فإذا اعتبرنا $y = 0$ عند سطح الأرض يمكننا القول أن الموضع الرأسى الابتدائى للكرة هو y_0 . وعليه فإن الحركة الرأسية للكرة يمكن وصفها بالمعادلتين :

$$v_y = 0 + (-9.8\ \text{m/s}^2)t \qquad (2\text{–}13)$$

$$y - y_0 = 0 + \frac{1}{2}(-9.8\ \text{m/s}^2)t^2$$

إذن :

$$y = y_0 - (4.9\ \text{m/s}^2)t^2 \qquad (2\text{–}14)$$



شكل 11–2 :
الكرة المقذوفة تتحرك حركتين متعامدتين مستقلتين إحداهما عن الأخرى .

هذه هى المرة الأولى التى يستخدم فيها موضع ابتدائى (x_0 أو y_0) مختلف عن الصفر ، وهذا ليس مشكلة على الإطلاق لأن اختيار الموضع الابتدائى اعتباطى دائمًا .

طريقتنا إذن هى أن نعتبر أن حركة أى مقذوف بالقرب من سطح الأرض مكونة من حركتين مستقلتين . وإذا كانت مقاومة الهواء مهملة تكون الحركة الأفقية حركة ثابتة السرعة ؛ وتعالج الحركة الرأسية كحركة جسم ساقط سقوطًا حرًا على استقامة خط رأسى . بعدئذ تحسب كل حركة بشكل مستقل كإحدى مركبتى الحركة ثم يوجد الحلان للحصول على الإجابة الكاملة .

مثال 2-9 :

لندرس الموقف الموضح فى الشكل 11–2 . اعتبر أن الكرة تترك يد القاذف عند النقطة A بسرعة مقدارها 15 m/s فى الاتجاه أفقى . وبفرض أن النقطة A تقع على ارتفاع قدره 2.0 m من سطح الأرض ، أين ترتطم الكرة بسطح الأرض ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ماذا يعنى السؤال بدلالة المصطلحات المستخدمة فى المعادلات ؟

الإجابة : السؤال يعنى على أى بعد عن النقطة C (الواقعة تحت النقطة A مباشرة) تقع نقطة التصادم D فى الشكل 11–2 ؟ وبأسلوب أدق ، إذا اخترنا الاختيار المناسب باعتبار $x = 0$ عند النقطة C فسوف يتحول السؤال إلى « ما قيمة x عند موضع ارتطام الكرة بالأرض ؟ » هذه المسافة تسمى **مدى** المقذوف .

سؤال : ما معنى العبارة « ترتطم بالأرض » بدلالة معادلاتنا ؟

الإجابة : يقع سطح الأرض على بعد 2.0 m أسفل نقطة بداية الحركة . فإذا اعتبرنا أن $x = 0$ و $y = 0$ عند النقطة A فإن الكرة ترتطم بالأرض عند الموضع الرأسى $y = -2.0$ m .

سؤال : هل توجد علاقة تربط المجهول x بالكمية المعلومة y ؟

الإجابة : هذه العلاقة لم تستنتج بعد .

سؤال : إذا لم يكن لدينا أى معادلات تنطبق على هذا الموقف ، كيف يمكن حل المسألة ؟

الإجابة : بإدراك أن هناك علاقة غير مباشرة بين x و y من خلال متغير آخر هو الزمن الذى يظهر فى معادلتى الحركة اللتان تصفان مركبتى السرعة [والمعادلتان (12–2) و (14–2)] . علينا إذن إيجاد « زمن طيران » الكرة .

سؤال : ما مفهوم زمن الطيران بدلالة المصطلحات المستخدمة فى المعادلتين ؟

الإجابة : معناه الزمن اللازم لكى تنتقل الكرة من $y = 0$ إلى $y = -2.0$ m عندما تكون السرعة الابتدائية صفرًا . هذا الجزء من الحركة يسمى بإسقاط الكرة مسافة 2 m من السكون .

سؤال : أى المعادلات يستخدم لتعيين هذا الزمن ؟

الإجابة : من المعلوم عمومًا أن $y = y_0 - (4.9\ \text{m/s}^2)t^2$. وفى هذه الحالة $y_0 = 0$ عند نقطة البداية ، والمطلوب إيجاد الزمن t الناتج عند وضع $y = -2.0$ m .

سؤال : الآن وقد أوجدنا t ، من أى معادلة يمكن تعيين الموضع x الذى ترتطم عنده الكرة بالأرض ؟

الإجابة : طالما لم ترتطم الكرة بالأرض فإنها تظل متحركة أفقيًا بسرعة قدرها 15 m/s . المعادلة التى تصف هذا هى المعادلة (12–2) : $x = v_x\, t$. زمن الطيران t إذن يعطى قيمة x عند موضع الارتطام بالأرض ؛ أى المدى .

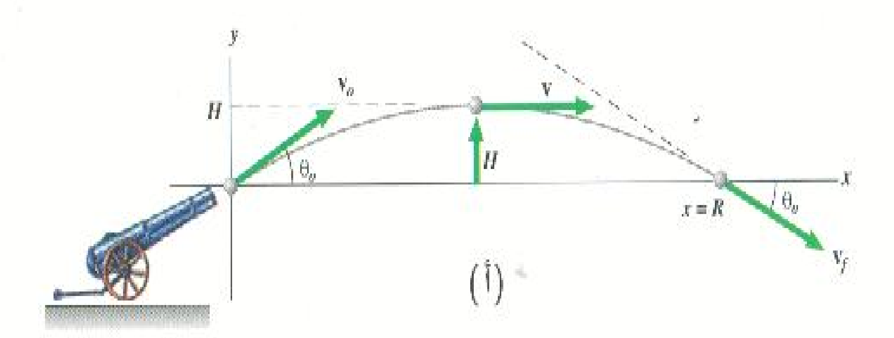
الحل والمناقشة :

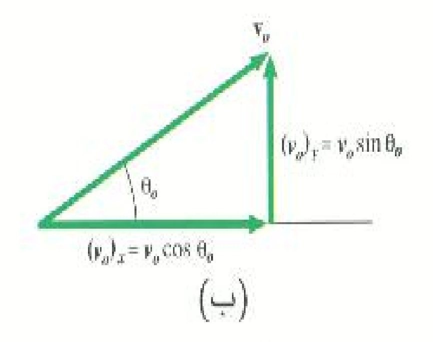
1 ـ يعين زمن الطيران من العلاقة $(2.0\ m) = (4.9\ m/s^2)t^2$ ، ومنه $t = 0.64\ s$.

2 ـ إذن ، المدى هو $x = (15\ m/s)\ (0.64\ s) = 9.6\ m$.

المقذوف المنطلق بزاوية

النوع العام الآخر من حركة المقذوفات هو حالة جسم مقذوف أو منطلق من مستوى الأرض بسرعة ابتدائية v_0 فى اتجاه يصنع زاوية θ_0 فوق الأفقي . لنفرض مثلاً أن المدفع فى الشكل 12-2 أ يطلق قذيفة . أثناء الحركة إلى اليمين ترتفع القذيفة تدريجيًا إلى أن تصل إلى أقصى ارتفاع H فوق الأرض ثم تبدأ فى الهبوط ، وفى النهاية ترتطم القذيفة بالأرض على مسافة ما من نقطة الانطلاق (تسمى أيضًا **مدى المقذوف**) . وتخضع حركة القذيفة أيضًا لنفس المبادئ السابق مناقشتها فى حالة المقذوفات الأفقية ، ولكن الشروط الابتدائية هنا مختلفة . لنفحص هذا الموقف بالتفصيل .





شكل 12-2 :
(أ) مسار مقذوف منطلق بزاوية .
(ب) مركبتا السرعة الابتدائية .

المركبة الأفقية للسرعة $\mathbf{v}_0$ هى $\mathbf{v}_0 \cos\theta_0$ (شكل 12-2 ب) . وفى هذا الجزء من الحركة ، كما فى المثال السابق ، تظل الحركة ثابتة لعدم وجود مركبة أفقية للعجلة .

إذن ، المعادلة التى تحكم الحركة الأفقية هى :

$$x = (v_0 \cos\theta_0)t$$

حيث افترضنا أن $x = 0$ عند نقطة الانطلاق .

أما المركبة الرأسية للسرعة فقد سبق مناقشتها فى المثال 7-2 ، باستثناء أن السرعة الابتدائية هنا $v_0 \sin\theta_0$ واتجاهها رأسى إلى أعلى . ومن ثم يمكن كتابة المعادلتين اللتين تصفان الحركة الرأسية مباشرة :

$$y = (v_0 \sin\theta_0)t + \frac{1}{2}(-9.8\ \text{m/s}^2)t^2$$

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 + (-9.8\ \text{m/s}^2)t$$

لاحظ أن **مسار القذيفة** متماثل حول نقطة منتصف الطيران . وأحد نتائج هذا التماثل هو أن الزمن اللازم لكى تصل القذيفة إلى أقصى ارتفاع يساوى نصف الزمن الكلى للطيران . والتماثل يعنى أيضا أن قيمتى مقدار السرعة التى ترتطم بها القذيفة بالأرض وزاوية الارتطام يظلان مساويين لقيمتيهما الابتدائيتين ، باستثناء أن اتجاه السرعة يكون إلى الداخل بدلاً من الخارج .

لاحظنا فى المثال 9-2 أنه ليس لدينا بعد معادلة تربط x و y مباشرة . ولكن يمكننا باستخدام المعادلتين السابقتين حذف الزمن t واشتقاق مثل هذه العلاقة وتسمى **معادلة مسار القذيفة** . وعليه فمن معادلة x نجد أن $t = x/(v_0 \cos\theta_0)$ ، وبالتعويض عن هذه الكمية فى معادلة y نحصل على :

$$y = (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2 \qquad (2\text{-}15)$$

(وحيث استخدمنا حقيقة أن $\sin\theta/\cos\theta = \tan\theta$) . هذه معادلة تربيعية على الصورة $y = ax^2 + bx$ حيث $a = \tan\theta_0$ ، $b = g/2v_0^2\cos^2\theta_0$.

مثال 2-10 :

لنفرض أن لديك بندقية تطلق القذيفة بسرعة ابتدائية (« السرعة الفوهية ») قدرها 0.800 km/h . فإذا وجهت البندقية بزاوية قدرها 30.0° فوق الأفقى ، فعلى أى بعد ترتطم القذيفة بالأرض ، بفرض أنها على نفس مستوى إطلاق القذيفة ؟ ما الزمن الذى تقضيه القذيفة فى الهواء وإلى أى ارتفاع تصل ؟ إهمل مقاومة الهواء .

استدلال منطقى :

سؤال : ما المعطيات التى لديك ؟

الإجابة : $\theta_0 = 30.0°$ $\quad g = -9.8\ \text{m/s}^2$ $\quad v_0 = 0.800\ \text{km/h}$

سؤال : هل الوحدات متسقة مع بعضها البعض ؟

الإجابة : لا . قبل استخدام الأعداد يجب تحويل الكمية 0.800 km/h إلى m/s .

سؤال : هل يمكن إيجاد مدى القذيفة مباشرة من المعطيات ؟

الإجابة : نعم ، لأنه يمكن حسابه باستخدام معادلة مسار القذيفة .

سؤال : ما علاقة العبارة « ترتطم بالأرض » بالكميات الموجودة فى معادلة مسار القذيفة ؟

الإجابة : معناها أن المطلوب هو إيجاد قيمة x للموضع الذى ترتطم فيه القذيفة بالأرض ، أى عندما $y = 0$.

الحل والمناقشة : عند وضع $y = 0$ في معادلة مسار القذيفة نحصل على :

$$0 = (\tan 30.0°)x - \left[\frac{4.9\ m/s^2}{(800\ m/s^2)(\cos^2 30.0\ \ )}\right]x^2$$

لاحظ وجود حلين (أي ان x لها قيمتان عند $y = 0$) أحدهما $x = 0$ وهو يمثل موضع بداية القذيفة . وبقسمة المعادلة السابقة على x سنجد أن الحل الآخر هو :

$$x = \frac{(\tan 30.0°)(\cos^2 30.0°)(800\ m/s)^2}{4.90\ m/s^2} = 56{,}600\ m = 56.6\ km$$

وهذا يساوي 34 mi تقريبًا !

سؤال : من أي معادلة يمكن تعيين زمن الطيران ؟

الإجابة : إما معادلة x بدلالة t (تحل المعادلة بالنسبة إلى t عندما $x = 56.6$ km) ، أو معادلة y بدلالة t (تحل المعادلة بالنسبة إلى t عندما $y = 0$) .

الحل والمناقشة : من معادلة y بدلالة t :

$$0 = v_0 (\sin 30.0°)t - \frac{1}{2}gt^2$$

نحصل على $t = 0$ وكذلك :

$$t = \frac{2v_0(\sin 30.0°)}{g} = \frac{(1600\ m/s)(0.500)}{9.80\ m/s^2}$$

$$= 81.5\ s = 1.36\ min$$

ومن معادلة x بدلالة t نجد أن $56.6 \times 10^3\ m = v_0 (\cos 30.0°)\ t$ ، التي تعطى $t = (56.6 \times 10^3\ m)/(800\ m/s)\ (0.866) = 81.7\ s$. والفرق بين الإجابتين ناشئ عن خطأ التقريب الحسابي .

سؤال : ما الشرط الذي يعطي أقصى ارتفاع ؟

الإجابة : أقصى ارتفاع يكون في اللحظة التي تكون فيها $v_y = 0$ ؛ وقبل هذه اللحظة مباشرة تكون v_y موجبة وبعدها مباشرة تكون سالبة .

سؤال : هل توجد أي علاقة تربط بين y و v_y مباشرة ؟

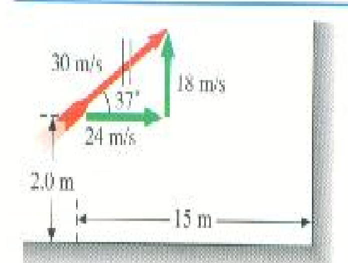
الإجابة : نعم ، وهي المعادلة (11-2 د) عند تطبيقها على الاتجاه y :

$$(v_y)_f^2 = (v_y)_0^2 - 2gy \ .$$

الحل والمناقشة : يمكن الحصول على أقصى ارتفاع $(y = H)$ من :

$$0 = (800\ m/s)^2 (\sin^2 30.0°) - 2(9.80\ m/s^2)H$$

$$H = 8160\ m = 8.16\ km$$



شكل 13-2 :
أين يصطدم السهم بالحائط ؟ هل سيكون السهم مازال صاعدًا قبل اصطدامه بالأرض مباشرة أم سيكون فى طريقه إلى أسفل .

مثال 11-2 :

أطلق سهم بسرعة قدرها 30.0 m/s بزاوية 37.0° فوق الأفقى ، وفى البداية كان السهم على ارتفاع 2.00 m فوق سطح الأرض وعلى بعد 15.0 m من حائط كما هو مبين بالشكل 13-2 . (أ) على أى ارتفاع فوق سطح الأرض يصطدم السهم بالحائط ؟ (ب) هل سيكون السهم مازال صاعدًا قبل اصطدامه بالحائط مباشرة أم سيكون فى طريقه إلى أسفل ؟ إهمل الاحتكاك .

استدلال منطقى :

سؤال : ما ترجمة السؤال (أ) بالمصطلحات المستخدمة فى معادلات الحركة ؟

الإجابة : إنه يسأل « ما قيمة y عندما $x = 15.0$ m (حيث يوجد الحائط) ؟

سؤال : هل تنطبق معادلة مسار المقذوف ؟

الإجابة : نعم . فبالرغم من أن معادلة مسار المقذوف قد اشتقت بالنسبة لحالة يكون فيها ارتفاعى نقطتى الإطلاق والتصادم متساويين فإن أى زوج من قيم x و y الواقعة على مسار المقذوف يتبع المعادلة (2-15) ، وهكذا يمكن وضع $x = 15.0$ m فى المعادلة ثم حلها بالنسبة إلى الارتفاع المناظر لتلك النقطة على مسار المقذوف .

سؤال : ما الكميات المعلومة فى معادلة مسار المقذوف ؟

الإجابة : $y_0 = 0$ ، $v_0 = 30.0$ m/s ، $g = 9.80$ m/s^2 ، $\theta_0 = 37.0°$ وذلك نفرض أن الارتفاع يقاس بالنسبة إلى نقطة الإطلاق .

سؤال : أى ارتفاع يمكن أن نعتبره الارتفاع y_0 .

الإجابة : هذا الاختيار اعتباطى . وفى هذه الحالة من المناسب اختيار مستوى سطح الأرض أو ارتفاع نقطة الإطلاق على أنه y_0 . ومهما كان اختيارك عليك أن تلتزم به فى المسألة كلها .

سؤال : كيف نعلم ما إذا كان السهم صاعدًا أو هابطًا عند لحظة الاصطدام ؟

الإجابة : إشارة v_y عند تلك اللحظة ؛ فإذا كانت موجبة فإنه يكون صاعدا ؛ وإذا كانت سالبة كان السهم هابطًا .

سؤال : معادلة مسار المقذوف لا تحتوى على v_y . ما المعادلة التى يمكننى استخدامها ؟

الإجابة : إحدى معادلات الحركة على استقامة المحور y ولتكن : $v_y = v_{0y} - gt$.

فإذا أمكن إيجاد زمن الاصطدام يمكن حساب قيمة v_y بإشارتيها .

سؤال : ما الشرط الذى يمكن به تعيين الزمن اللازم لكى يصطدم السهم بالحائط ؟

الإجابة : الشرط هو أن $x = 15.0$ m عند لحظة التصادم t ؛ والعلاقة بين هاتين الكميتين هى معادلة الحركة الأفقية : $x = v_{0x}t$.

الحل والمناقشة :

1 ـ قيمة y عندما $x = 15.0$ m هى :

$$y = (\tan 37.0°)(15.0 \text{ m}) - \frac{9.8 \text{ m/s}^2}{2(30.0 \text{ m/s})^2 \cos^2 37.0}$$

$$= 11.3 \text{ m} - 1.9 \text{ m} = 9.4 \text{ m}$$

2 - زمن الاصطدام مع الحائط هو :

$$t = \frac{x}{v_0 \cos 37.0^0} = \frac{15.0 \text{ m}}{(30.0 \text{ m/s})(0.800)}$$

3 - الحركية الرأسية للسرعة عند هذا الزمن هى :

$$v_y = v_0 \sin 37.0° - gt$$

$$= (30.0 \text{ m/s})(0.600) - (9.80 \text{ m/s}^2)(0.625 \text{ s}) = +11.9 \text{ m/s}^2$$

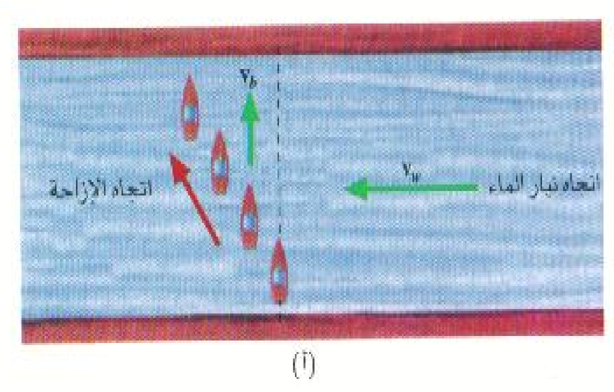
وعليه فإن السهم يصطدم بالحائط وهو مازال صاعدًا وقبل أن يصل إلى قمة مسار الطيران مباشرة .

تمرين : أوجد مقدار واتجاه متجه السرعة فى لحظة اصطدام السهم بالحائط بمعلومية مركبتى سرعة السهم فى المثال 11-2 .

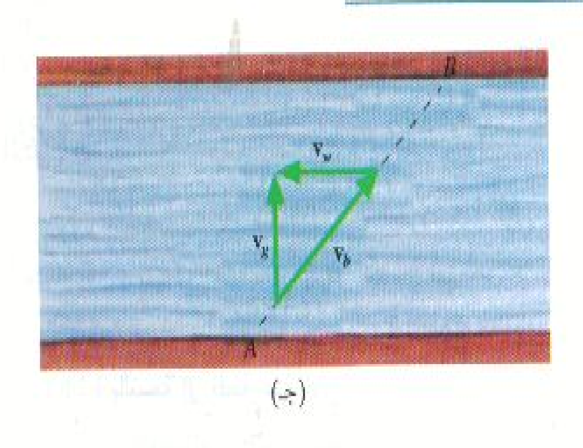
الإجابة : $v = 26.8$ m/s بزاوية قدرها 26.4° فوق الأفقى .

تمرين : على أى مسافة يجب أن يبعد الحائط حتى يصطدم به السهم على نفس ارتفاع نقطة الانطلاق (9.3 m) ، ولكن فى رحلة الهبوط ؟

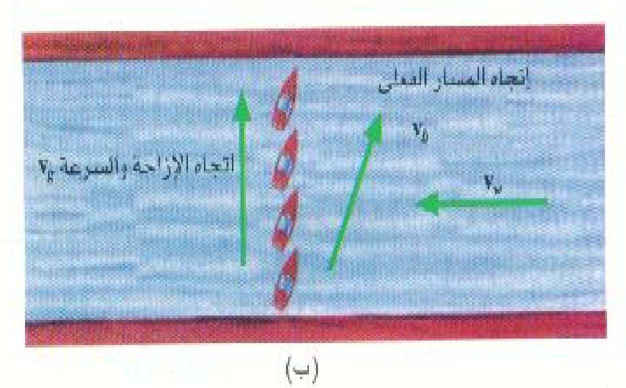
الإجابة : 73.2 m .



(أ)



(جـ)



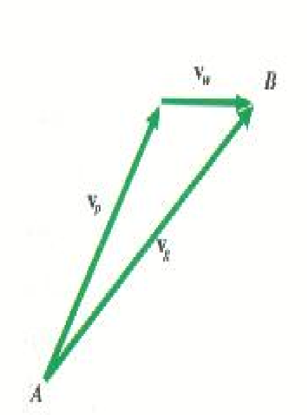
(ب)

شكل 14-2 :
(أ) سرعة الماء تجعل القارب يتحرك فى اتجـاه مـائل بزاوية معينة بالنسبة إلى وجهته إلى النقطة المقابلة مباشرة . (ب) بتوجيه القارب بزاوية صغيرة ضد التيار يتمكن القـارب من الوصول إلى النقطة المقابلـة مبـاشرة . (جـ) الجمع الاتجاهى لسرعتى قارب متحرك عبر النهر مبـاشرة . تجمع سـرعة الماء على السرعة v_b لتصبح إزاحة القارب فى اتجاه AB ويكون متحركا بسرعة قدرها v_R .

2-11 جمع السرعات فى بعدين : السرعة النسبية

من المواقف التى تستلزم جمع المتجهات حالة قارب يعبر نهرًا منسابًا أو حالة طائرة تطير فى هواء متحرك . فالقارب المبين بالشكل 14-2 أ ، والموجهة مقدمته تجاه الشاطئ مباشرة ، سوف ينجرف مع التيار أثناء عبور النهر . فإذا أراد شخص بالقارب أن يعبر النهر إلى النقطة المقابلة له مباشرة فعليه أن يأخذ سرعة التيار المائى فى الاعتبار بتوجيه القارب بزاوية معينة بالنسبة لاتجاه التيار (شكل 14-2 ب) . وبالمثل يجب أن تؤخذ سرعة الريح فى الاعتبار عند اختيار اتجاه الطائرة أثناء الطيران من مدينة إلى أخرى . لنتعرف الآن على كيفية وصف هذا النوع من الحركة بطريقة جمع المتجهات .

لنأخذ كمثال حالة طائرة تريد أن تطير فى خط مستقيم من مدينة ما A إلى أخرى B فى وجود رياح ثابتة السرعة . لدينا هنا ثلاث سرعات : الأولى سرعة الرياح بالنسبة إلى الأرض $\mathbf{v}_w$ ، والثانية هى سرعة الطائرة فى اتجاه توجيهها $\mathbf{v}_p$ وهى سرعة الطائرة فى هذا الاتجاه إذا كان الهواء ساكنًا ، وأخيرًا سرعة الطائرة بالنسبة إلى الأرض $\mathbf{v}_g$ وهى فى اتجاه إزاحة الطائرة . وواضح من الشكل 15-2 ب أن هذه السرعة هى محصلة السرعتين الأخريين .



شكل 15-2 : جمع السرعات فى حالة طائرة تطير من A إلى B . $\mathbf{v}_p$ هى السرعة فى اتجاه توجيه الطائرة . $\mathbf{v}_g$ هى سرعة الطائرة بالنسبة إلى الأرض وتكون فى اتجاه الإزاحة .

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_w - \mathbf{v}_p \qquad (2\text{-}16 \text{ أ})$$

وتنطبق نفس هذه الطريقة لجمع المتجهات أيضًا على القارب الذى يعبر النهر ، وهذا مبين بالشكل 14-2 ب . ويلاحظ فى هذه الحالة أن $\mathbf{v}_b$ تمثل سرعة القارب بالنسبة إلى الماء وأن $\mathbf{v}_w$ هى سرعة تيار الماء :

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_w + \mathbf{v}_b \qquad (2\text{-}16 \text{ ب})$$

ويمكن تلخيص تحليل هذا النوع من الحركة كما يأتى :

1 ـ السرعة $\mathbf{v}_g$ وإزاحة القارب أو الطائرة تكونان فى نفس الاتجاه بالنسبة إلى الأرض . ومن ثم يمكن التعرف على اتجاه $\mathbf{v}_g$ بمعلومية الاتجاه الذى يجب أن يسير فيه القارب أو الطائرة بالنسبة إلى نقطة على الأرض . وبعد تحديد هذا الاتجاه تذكر أن رسم بيانى المتجهات للمعادلتين (16-2) يتضمن متجهات **سرعة** وليس متجهات إزاحة .

2 ـ السرعة $\mathbf{v}_b$ أو $\mathbf{v}_p$ تكون فى اتجاه **توجيه القارب أو الطائرة** . وعمومًا يكون اتجاه $\mathbf{v}_b$ أو $\mathbf{v}_p$ مختلفا عن اتجاه الحركة بالنسبة إلى الأرض . ذلك أن مقدار السرعة فى اتجاه نقطة الوصول هو سرعة القارب أو الطائرة عندما يكون الهواء أو الماء ساكنا .

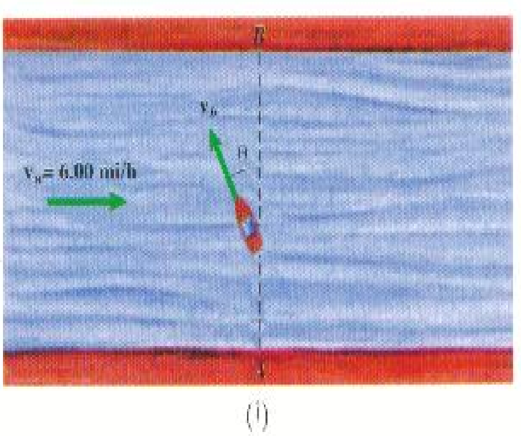
مثال توضيحى 2-2 :

سرعة التيار فى الشكل 16-2 أ تساوى 6.00 mi/s فى الاتجاه الموضح . والمطلوب قيادة القارب عبر النهار ابتداء من النقطة A على أحد الشاطئين ليصل إلى النقطة المقابلة

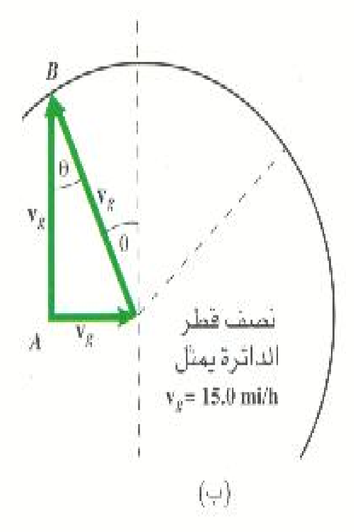
مباشرة على الشاطئ الآخر B . فإذا كان قاربك يتحرك بمعدل قدره 15 mi/h فى الماء الساكن ، فبأى زاوية ضد التيار يجب توجيه القارب ؟

استدلال منطقى :

الطريقة البيانية : مسار الرحلة من A إلى B هو الذى يحدد اتجاه السرعة v_g وتساوى المجموع الاتجاهى للسرعتين v_w و . v_b . ولكن v_g معلومة مقدارًا واتجاهًا ، كما أن v_b معلومة مقدارًا وليس اتجاهًا . ويمكنك الحصول على رسم بيانى السرعات باتباع الخطوات الآتية :



(أ)



(ب)

شكل 16-2 :
(أ) ما قيمة الزاوية θ التى يوجه القارب عليها حتى يصل من A إلى B ؟ مقدار سرعة القارب $v_b = 15.0$ mi/h .
(ب) يمكن تعيين زاوية توجيه القارب θ بيانيًا . لاحظ أيضًا أن $v_b \sin\theta = v$ و $v_b \cos\theta = v_g$.

1 - ارسم خطًا مستقيمًا فى اتجاه AB ، وهذا سيكون اتجاه v_g .

2 - اختر مقياس رسم مناسب لتمثيل مقدار السرعة ، وليكن 10.0 cm = 10.0 mi/h . ارسم المتجه v_w ابتداء من بداية الخط الذى قمت برسمه ، وباستخدام مقياس الرسم المقترح سيكون هذا المتجه خطًا مستقيمًا عموديًا على AB فى اتجاه التيار وطوله 6.00 cm .

3 - ارسم من رأس المتجه v_w دائرة نصف قطرها يمثل مقدار v_b ، أى 15.0 mi/h . وباستخدام مقياس الرسم المختار سيكون نصف قطر هذه الدائرة 15.0 cm . وعندئذ يتعين المتجه v_b بنقطة تقاطع هذه الدائرة مع الخط AB ، ويكون حاصل جمع v_b على v_w هو السرعة v_g . ومن الرسم يمكن إيجاد توجيه القارب (أى اتجاه v_b) ومقدار v_g .

الطريقة التحليلية : لكى نحصل على متجه السرعة المحصلة فى اتجاه AB يجب أن تكون مركبة $\mathbf{v}_b$ الموازية للتيار مساوية لسرعة التيار $\mathbf{v}_w$ ومضادة لها فى الاتجاه . فإذا كانت θ هى الزاوية بين $\mathbf{v}_b$ و $\mathbf{v}_g$ فإن :

$$v_b \sin\theta = v_w$$

ومن ثم :

$$\theta = \sin^{-1}\frac{v_w}{v_b} = \sin^{-1}\frac{6.00}{15.0} = \sin^{-1}0.400$$

وهكذا يمكن إيجاد مقدار $\mathbf{v}_g$:

$$v_g = v_b \cos\theta = (15.0\ \text{mi/h})\cos 23.6° = 13.7\ \text{mi/h}$$

تمرين : إذا كان عرض النهر 1.8 mi ، فما الزمن اللازم للقارب لكى يصل إلى الجانب الآخر ؟ **الإجابة** : 32.8 s .


مثال 2-12 :

تستطيع طائرتك أن تطير بمعدل 220 mi/h فى الهواء الساكن ، وتريد أن تطير من بلدتك إلى مدينة تقع على بعد 325 mi إلى الشمال مباشرة . فإذا كانت الرياح تهب تجاه الشرق مباشرة وسرعتها 25 mi/h ، فما هو الاتجاه الواجب توجيه الطائرة إليه وما الزمن الذى تستغرقه الرحلة ؟

استدلال منطقى :

سؤال : كيف نرسم رسمًا بيانى المتجهات ؟

الإجابة : بطريقة مماثلة تقريبا لما فى المثال التوضيحى السابق ، ولكن لن نحصل هنا على مثلث قائم الزاوية . ويمثل الشكل 17–2 رسمًا تخطيطيًا للموقف .

سؤال : بأى زاوية توجه الطائرة ؟

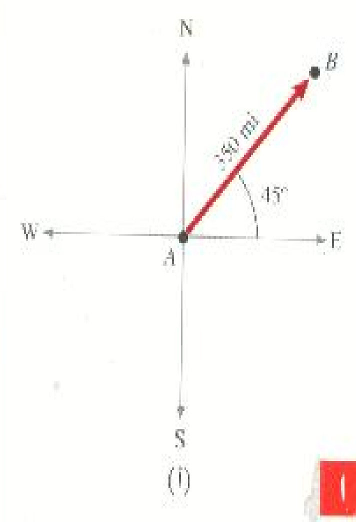
الإجابة : الزاوية θ تحدد لنا بأى زاوية شمال الشرق يجب قيادة الطائرة . وإذا أردت التعبير عن ذلك فى صورة قراءة للبوصلة ، حيث تكون قراءة الاتجاه الشمال 0° ، يجب طرح θ من 90° .

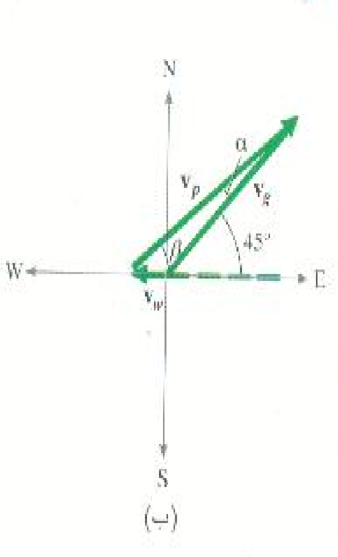
سؤال : كيف نعين زمن الرحلة ؟

الإجابة : يراد الطيران مسافة 350 mi فى اتجاه v_g . وبذلك يكون الزمن المطلوب t هو $t = 350\ \text{mi}/v_g$.

سؤال : إذا لم يكن مثلث المتجهات قائم الزاوية ، فكيف يمكن الحل تحليليًا ؟

الإجابة : **قانون الجيوب** (انظر الغلاف الخلفى من الداخل) هو علاقة بسيطة ذات فائدة كبيرة بين أطوال أضلاع أى مثلث وزواياه . وإذا كانت أى زاويتين وأحد أضلاع المثلث ملعومة يمكن حساب الضلعين الآخرين .





شكل 17–2 :
(أ) متجه إزاحة الطائرة فى المثال 12–2 . اتجاه AB هو نفس اتجاه السرعة $\mathbf{v}_g$.
(ب) جمع متجهى السرعة ، ومنه يمكن إيجاد السرعة بالنسبة إلى الأرض $\mathbf{v}_g$ والزاوية θ .

سؤال : ما هى البيانات المعلومة فى مثلث المتجهات ؟

الإجابة : نحن نعلم الضلعين $\mathbf{v}_w$ و $\mathbf{v}_p$ والزاوية التى تقابل $\mathbf{v}_p$ ،وبذلك يمكن استخدام قانون الجيوب مرتين . أولاً : لإيجاد الزاوية التى تقابل $\mathbf{v}_w$ ثم الزاوية θ التى تقابل $\mathbf{v}_g$ إذ أن مجموع زوايا أى مثلث يساوى $180°$. ثانيًا لإيجاد قيمة $\mathbf{v}_g$ بتطبيق قانون الجيوب مرة أخرى .

الحل والمناقشة : الزاوية التى تقابل $\mathbf{v}_p$ تساوى $135°$. إذن من قانون الجيوب نحصل على :

$$\frac{v_w}{\sin\alpha} = \frac{v_p}{\sin 135^o}$$

$$\sin\alpha = \left(\frac{25}{220}\right)\sin 135° = 0.80 \qquad \alpha = 4.61°$$

وعليه فإن β تكون :

$$\beta = 180.0° - 135.0° - 4.6° = 40.4°$$

وبتطبيق قانون الجيوب مرة ثانية :

$$\frac{v_g}{\sin 40.4^o} = \frac{v_p}{\sin 135^o}$$

هذا يعطى $v_g = 0.917\, v_p = 202$ mi/h . وهكذا فإن الزمن الذى تستغرقه رحلة طولها 350 mi يكون :

$$t = \frac{350 \text{ mi}}{202 \text{ mi/h}} = 1.73 \text{ h} = 1 \text{ h},\ \ 44 \text{ min}$$

لاحظ أن الرحلة فى الهواء الساكن تستغرق :

$$\frac{350 \text{ mi}}{220 \text{ mi/h}} = 1.59 \text{ h} = 1 \text{ h},\ \ 35 \text{ min}$$

أهداف التعلم

الآن وقد أنهيت هذا الفصل ينبغى أن تكون قادرًا على :

1 ـ تعريف (أ) معدل الحركة ، (ب) السرعة ، (جـ) العجلة ، (د) عجلة الجاذبية . (هـ) السقوط الحر .

2 ـ وصف طريقة قياس (أ) السرعة المتوسطة لجسم أثناء حركته من A إلى B ، (ب) السرعة اللحظية عند أى نقطة فى المسار .

3 ـ حساب سرعة جسم عند أى لحظة إذا أعطيت رسمًا بيانيًا للحركة يمثل الموضع كدالة فى الزمن .

4 ـ حساب عجلة جسم عند أى لحظة إذا أعطيت رسمًا بيانيًا لسرعته كدالة فى الزمن .

5 ـ كتابة معادلات الحركة المنتظمة الخمس وشرح الرموز فيها ، وكتابة شروط تطبيق هذه المعادلات .

6 ـ حل المسائل البسيطة المتعلقة بالحركة ذات العجلة المنتظمة بما فيها السقوط الحر .

7 ـ إيجاد المسافة المقطوعة وزمن الطيران لكل من : (أ) مقذوف منطلق أفقيًا من ارتفاع معين فوق مستوى الأرض ، (ب) مقذوف منطلق فوق مستوى الأرض بزاوية معينة فوق الأفقى .

8 ـ إيجاد زاوية توجيه وسرعة قارب أو طائرة تتحرك في وجود تيار أو رياح عندما تكون الإزاحة المطلوبة معطاة .

ملخص

الوحدات المشتقة والثوابت الفيزيائية

عجلة الجاذبية (g) : عجلة السقوط الحر للأجسام بالقرب من سطح الأرض هي : $g = 9.8\ m/s^2$.

تعريفات ومبادئ أساسية :

متوسط معدل الحركة ($\bar{v}$) :

$$\text{متوسط معدل الحركة} = \bar{v} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن المار}} = \frac{x}{t} \qquad (2\text{–}1)$$

السرعة المتوسطة ($\bar{v}$) :

$$\text{السرعة المتوسطة} = \bar{\mathbf{v}} = \frac{\text{متجه الإزاحة}}{\text{الزمن المار}} = \frac{s}{t} \qquad (2\text{–}2)$$

السرعة اللحظية :

عندما تكون الفترة الزمنية التي تقاس خلالها السرعة المتوسطة قريبة من الصفر تصبح السرعة المتوسطة مساوية للسرعة اللحظية في تلك اللحظة .

$$\text{السرعة اللحظية} = \mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2\text{–}3)$$

خلاصة :

1 ـ **القدار** : مقدار السرعة اللحظية هو معدل الحركة في تلك اللحظة .

2 ـ **الاتجاه** : اتجاه السرعة هو اتجاه الإزاحة .

3 ـ **التفسير البياني (الحركة في بعد واحد)** : ميل منحنى x مقابل t عند أي لحظة يساوي السرعة عند تلك اللحظة .

العجلة المتوسطة ($\bar{\mathrm{a}}$)

العجلة المتوسطة هي التغير في السرعة مقسومًا على زمن حدوث هذا التغير :

$$\bar{\mathrm{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} \qquad (2\text{–}4)$$

خلاصة

1 ـ اتجاه العجلة هو اتجاه تغير السرعة .

2 ـ حيث أن السرعة متجه فإنها يمكن أن تتغير في المقدار أو الاتجاه ، وعليه فإن الجسم يكون متحركا بعجلة إذا كان أي من مقدار سرعته أو اتجاهها متغيرًا .

3 ـ **التفسير البياني (الحركة في بعد واحد)** : ميل منحنى السرعة مقابل الزمن عند أي لحظة يمثل العجلة اللحظية عند تلك اللحظة .

معادلات الحركة ذات العجلة المنتظمة فى بعد واحد

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{v}}\, t \qquad (2\text{–}11 \text{ أ})$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{1}{2}(\mathbf{v}_f + \mathbf{v}_0) \qquad (2\text{–}11 \text{ ب})$$

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t \qquad (2\text{–}11 \text{ جـ})$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax \qquad (2\text{–}11 \text{ د})$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \qquad (2\text{–}11 \text{ هـ})$$

خلاصة :

1 ـ السقوط الحر تحت تأثير الجاذبية الأرضية مثال للحركة ذات العجلة المنتظمة حيث $\mathbf{a} = g = 9.8\ \text{m/s}^2$ عند سطح الأرض .

2 ـ العجلة فى الاتجاه المعاكس للسرعة تمثل تباطؤًا ؛ والعجلة فى نفس اتجاه السرعة تمثل تسارعًا .

معادلات حركة المقذوفات :

القذوف المنطلق أفقيًا :

المركبة x : $v_x = v_0 = v_f$ (ولا توجد عجلة أفقية)

$x = v_x t$

المركبة y : $v_y = gt$ $(v_{oy} = 0)$

$y - y_0 = \frac{1}{2}gt^2$ $(v_{oy} = 0)$

القذوف المنطلق بزاوية θ بسرعة قدرها $\mathbf{v}_0$

المركبة x $v_x = v_0 \cos\theta_0 = \text{constant}$

$x = (v_0 \sin\theta_0)\, t$ $(x_0 = 0)$

المركبة y : $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$

$y = (v_0 \sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$ $(y_0 = 0)$

معادلة مسار القذوف :

$$y = (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}\right)x^2 \qquad (2\text{–}15)$$

خلاصة

1 ـ مدى القذوف هو قيمة x عند ارتطام القذوف بالأرض (أى عند $y = 0$ عادة) .

2 ـ زمن الطيران هو الزمن المار بين لحظة الإطلاق ولحظة الاصطدام ، أى أنه قيمة t المناظرة لقيمة x عند الاصطدام (المدى) .

3 ـ فى حالة مقذوف منطلق ذى مركبة سرعة فى الاتجاه الرأسى إلى أعلى يصل القذوف إلى أقصى ارتفاع عند $v_y = 0$.

جمع السرعات فى بعدين

القارب أو الطائرة المتحرك بسرعة قيادة قدرها $\mathbf{v}_b$ (أو $\mathbf{v}_p$) فى وجود تيار أو ريح سرعتها $\mathbf{v}_w$ تكون سرعته بالنسبة إلى الأرض

$\mathbf{v}_g$ ؛ حيث :

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_w + \mathbf{v}_p \qquad \text{أو} \qquad \mathbf{v}_g = \mathbf{v}_w + \mathbf{v}_b$$

خلاصة :

1 ـ إزاحة القارب أو الطائرة بالنسبة إلى الأرض تكون فى اتجاه $\mathbf{v}_g$.

2 ـ إذا علمت السرعة $\mathbf{v}_w$ ومقدار $\mathbf{v}_b$ (أو $\mathbf{v}_p$) واتجاه $\mathbf{v}_g$ معلومة يمكن إيجاد اتجاه $\mathbf{v}_p$ ومقدار $\mathbf{v}_g$.

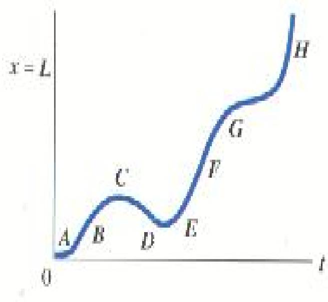
أسئلة وتخمينات

1 ـ اضرب مثلاً لحالة تكون سرعة الجسم فيها صفرًا ولكن عجلته ليست صفرًا .

2 ـ هل يمكن أن يكون اتجاه سرعة جسم مختلفًا عن اتجاه عجلته ؟ اشرح ذلك .

3 ـ ارسم رسمًا تخطيطيًا للسرعة والعجلة كدالة فى الزمن فى حالة سيارة تصطدم بعمود أسلاك التليفونات . كرر ذلك فى حالة التصادم المستقيم لكرة البلياردو مع حافة منضدة البلياردو .

4 ـ اذكر ما إذا كان أى من العبارات الآتيـة صحيحًا . (أ) يمكن أن تكون سرعة جسم ثابتة حتى إذا كان مقدار السرعة متغيرًا . (ب) يمكن أن يكون مقدار سرعة جسم ثابتة حتى إذا كانت سرعته متغيرة . (جـ) يمكن أن تكون سرعة جسم صفرًا حتى إذا كانت عجلته ليست صفرًا . (د) يمكن أن يحتفظ جسم بسرعته وهو تحت تأثير عجلة ثابتة .



شكل م 1-2

5 ـ دخل أرنب ماسورة تصريف طولها L من أحد طرفيها وكانت حركته كما هو يبين الشكل م 1-2 . صف هذه الحركة بالألفاظ .

6 ـ قطعت طالبة بالمدرسة الثانوية مسافة 100 m عدوًا بالدوران مرتين فى مضمار مدرستها الدائرى وهو مضمار طول محيطه 50 m . فإذا كانت هذه الطالبة عداءة من المستوى المتوسط ، قدر متوسط معدل حركتها وسرعتها المتوسطة .

7 ـ قذف حجر رأسيًا إلى أعلى فى الهواء فوصل إلى ارتفاع قدره h ثم عاد إلى قاذفه . ارسم المنحنيات البيانية الآتية بحيث تغطى فترة وجود الحجر فى الهواء : y مقابل t ، v مقابل t ، a مقابل t .

8 ـ تحت أى شرط يكون القول أن عجلة جسم ما سالبة عندما يكون هذا الجسم مقذوفًا رأسيًا إلى أعلى ؟ هل تتوقف إشارة العجلة على اتجاه الحركة ؟ هل يمكن أن تكون عجلة الجسم موجبة عندما يكون متباطئًا ؟

9 ـ عجلة الجاذبية على سطح القمر حوالى سدس قيمتها على سطح الأرض . أعط القيمة تقريبية للنسبة بين الارتفاع الذى يمكن أن تصل إليه كرة بيسبول قمت بقذفها إلى أعلى وأنت على سطح القمر بالارتفاع المناظر وأنت على سطح الأرض .

10 ـ كيف تحلل الشكل 2-8 أفضل تحليل للحصول على قيمة g ؟ افترض أن الزمن بين الومضات الضوئية المتتالية معلوم .

11 ـ أقام بعض محبى الطائرات مسابقة لإظهار مهاراتهم . وكنت المسابقة تتلخص فى إسقاط كيس ملئ بالرمل فى مركز دائرة مرسومة على سطح الأرض أثناء الطيران على ارتفاع معين وبمقدار سرعة معين . ما الصعوبة فى ذلك ؟ هل يمكن إسقاط كيس الرمل والطائرة فوق مركز الدائرة مباشرة ؟

مسائل

الأقسام من 2-2 إلى 2-5

1 ـ تستغرق طائرة ساعتين وثلاثين دقيقة لقطع المسافة من مينابوليس ـ سان بول إلى مدينة نيويورك وقدرها 1200 ميلاً جويًا . ما متوسط مقدار سرعة الطائرات بالوحدات mi/h ؟ وبالوحدات m/s ؟

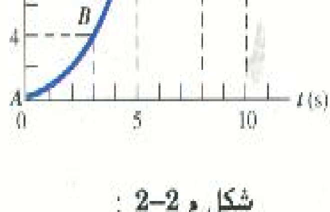
2 ـ معجل جسيمات يطلق إلكترونات متحركة بمعدل 2.99×10^8 m/s . ما الزمن اللازم لمثل هذه الجسيمات لكى تقطع مسافة قدرها 5.0 mm ؟

3 ـ تنبعث الإلكترونات فى أنبوبة التليفزيون من قطب فى أحد طرفيها وتصطدم بالطبقة الباعثة للضوء الموجودة على الشاشة الواقعة فى الطرف الآخر للأنبوبة . فإذا كانت الإلكترونات تنبعث بسرعة قدرها 1.25×10^8 m/s ، فما الزمن اللازم لكى تصطدم بالشاشة الواقعة على بعد 16.7 cm ؟

4 ـ يتحرك الصوت فى الهواء الساكن بسرعة مقدارها 340 m/s تقريبًا . فإذا أطلقت صيحة عبر واد ضيق وسمعت الصدى المنعكس من الجانب الآخر بعد 3.5 s ، فما بعد الجانب الآخر عنك ؟

5 ـ فى أحد ألعاب الفيديو تتحرك نقطة على الشاشة مسافة 9.6 cm فى الاتجاه الموجب للمحور y ثم 3.6 cm فى الاتجاه السالب للمحور x ويتم ذلك فى زمن كلى قدره 3.9 s . ما السرعة المتوسطة خلال هذا الزمن ؟ وما مقدار معدل الحركة ؟

6 ـ للوصول إلى محل عملك يتحتم عليك قيادة سيارتك 2.2 mi شرقًا ثم 1.5 mi جنوبًا ثم 3.7 mi بزاوية قدرها 45° جنوب الشرق ، وتستغرق هذه الرحلة 21 min .
(أ) ما قيمة سرعتك المتوسطة ؟ وما قيمة معدل حركتك ؟



شكل م 2-2 :

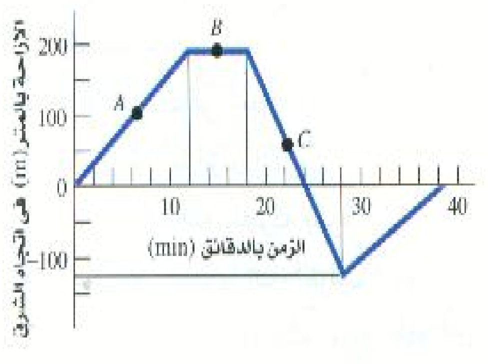
7 ـ يمثل الشكل م 2-2 حركة نملة فى خط مستقيم . أوجد السرعة المتوسطة للنملة أثناء الحركة (أ) من A إلى E ، (ب) من B إلى E ، (جـ) من C إلى E ، (د) من D إلى E ، (هـ) من C إلى D .

8 ـ يمثل الشكل م 2-2 حركة حشرة على سلك ممتد على استقامة المحور x . أوجد السرعة المتوسطة للحشرة أثناء الحركة (أ) من B إلى D ، (ب) من D إلى E ، (جـ) من A إلى D ، (د) من A إلى B .

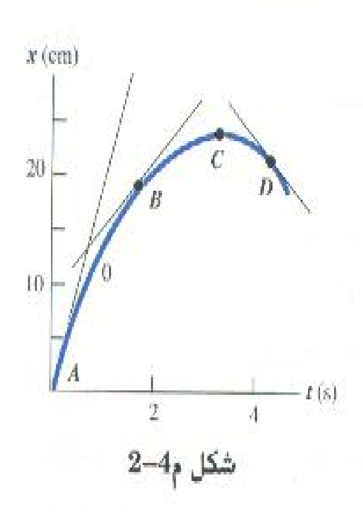
▪ 9 ـ مارى تستطيع الجرى بمعدل حركة أقصاه 4.2 m/s بينما يجرى كيم بمعدل قدره 3.4 m/s ، وعليهما أن يتسابقا مسافة قدرها 200 m ابتداء من نفس النقطة . فإذا طلب منهما أن يصلا إلى نقطة النهاية فى نفس اللحظة ، فبأى زمن ينطلق كيم قبل مارى ؟

▪ 10 ـ هناك خطة بديلة للموقف السابق وصفه فى المسألة 9 وهى أن ينطلق كيم فى نفس اللحظة مع مارى ، ولكن من نقطة تبعد عن مارى مسافة s . (لاحظ أن مارى تقطع المسافة 200 m كاملة) . ما قيمة s التى تجعل المتسابقين يصلان إلى النهاية معًا ؟

▪ 11 ـ تمشى فتاة فى شارع فى اتجاه الشرق ، ويمثل المنحنى بالشكل م 3-2 إزاحتها ابتداء من منزلها . أوجد سرعتها المتوسطة خلال الفترة الزمنية المبينة بأكملها وسرعتها اللحظية عند النقط C ، B ، A .



شكل م3-2



شكل م4-2

12 - أوجد ما يلي بالنسبة للفتاة المشار إليها في المسألة 11 . (أ) السرعة المتوسطة خلال الفترة من $t = 7$ min إلى $t = 14$ min ، (ب) السرعة اللحظية عند $t = 13.5$ min ، (جـ) السرعة اللحظية عند $t = 23$ min .

13 - الشكل م 4-2 يمثل حركة جسيم على استقامة المحور x . أوجد السرعة المتوسطة خلال الفترة من A إلى C . أوجد أيضًا السرعة اللحظية عند D وعند A .

14 - أوجد السرعة المتوسطة أثناء الحركة من C إلى D والسرعة الحظية عند B وعند C وذلك لحركة الممثلة بيانيًا في الشكل م 4-2 .

15 - يبدأ كلبان الجرى أحدهما تجاه الآخر من نقطتين المسافة بينهما 135 m ، وكان مقدار سرعة أحدهما 6.75 m/s ومقدار سرعة الآخر 5.25 m/s . ما بعد كل من الكلبين عن نقطة بدايته عندما يتقابلان ؟

16 - تسير شاحنة تجاه الشرق بسرعة قدرها 18.8 m/s . وفي لحظة معينة كانت الشاحنة متقدمة بمسافة قدرها 1.56 km عن سيارة تسير نحو الشرق بسرعة قدرها 25.5 m/s . ما الزمن اللازم لكي تلحق السيارة بالشاحنة بفرض أن مقدارى السرعتين ثابتان ؟

الأقسام من 2-6 إلى 2-8

17 - تتسارع سيارة متحركة على طريق مستقيم من 2.18 m/s إلى 7.75 m/s خلال زمن قدره 5.77 s . ما قيمة العجلة المتوسطة للسيارة ؟

18 - تطير طائرة في خط مستقيم فتتغير سرعتها من 460 km/h إلى 325 km/h خلال 52.5 s . أوجد العجلة المتوسطة للطائرة بالوحدات m/s^2 .

19 - سيارة متحركة بسرعة قدرها 23.7 m/s . ضغط السائق على الفرامل حتى تتوقف السيارة بعد 10.8 s . أوجد العجلة المتوسطة للسيارة والمسافة المقطوعة قبل أن تسكن تمامًا .

20 - يدعي متسابق أنه يستطيع أن يعجل سيارته من السكون إلى 200 mi/h خلال 5.0 s . ما قيمة العجلة المتوسطة لهذه السيارة بالوحدات m/s^2 ؟ ما هى المسافة التى تقطعها السيارة خلال هذا الزمن ؟

21 - يدعى أحد المتسابقين أنه يستطيع قطع ربع الميل في زمن قدره 4.87 s بادئًا من السكون . ما قيمة العجلة المتوسطة لهذا المتسابق ؟ وما مقدار سرعة السيارة عند علامة ربع الميل ؟

22 - اصطدمت طلقة رصاص متحركة بسرعة قدرها 220 m/s بشجرة فاخترقتها مسافة 4.33 cm قبل توقفها . أوجد العجلة المتوسطة للرصاصة ، والزمن اللازم للتوقف .

23 - الإلكترونات في أنبوبة تليفزيون كالسابق ذكرها في المسألة 3 تتسارع من السكون إلى 1.25×10^{6} m/s خلال مسافة قدرها 1.12 cm . ما الزمن اللازم لذلك ؟ وما قيمة العجلة المتوسطة للإلكترونات ؟

24 - تتباطئ شاحنة متحركة بسرعة قدرها 22.5 m/s بمعدل 2.27 m/s^2 . (أ) ما هو الزمن اللازم لتوقف السيارة ؟ ما المسافة التى تقطعها أثناء التوقف ؟ (جـ) ما المسافة المقطوعة خلال ثلث الثانية بعد الضغط على الفرامل ؟

25 - اخترقت رصاصة متحركة بمعدل 190 m/s قطعة خشب سمكها 2.54 cm وخرجت منها بمعدل حركة قدره 80 m/s . أوجد العجلة المتوسطة للرصاصة والزمن المار أثناء مرورها داخل الخشب .

▪ 26 ـ تتحرك كرة من المطاط بمعدل حركة قدره 31.5 s فتصطدم بحائط خرسانى وتنعكس إلى الخلف مباشرة بمعدل حركة قدره 28.5 m/s . بفرض أن التصادم مع الحائط يستغرق 0.15 s ، أوجد العجلة المتوسطة المؤثرة على الكرة أثناء التصادم .

▪ 27 ـ قاطرة تجر قطارًا طوله 580 m بما فيه القاطرة . تتسارع القاطرة بانتظام من السكون وتصل إلى تقاطع طرق يبعد 1.35 km عن نقطة البداية خلال 9.66 min . (أ) ما هو الزمن اللازم لوصول العربة الأخيرة إلى تقاطع الطرق بعد وصول القاطرة إليه ، بفرض أن القاطرة تحتفظ بعجلتها ثابتة ؟ (ب) ما سرعة القطار عندما تصل العربة الأخيرة إلى تقاطع الطرق ؟

▪ 28 ـ تغلق العربة الأولى لقطار ساكن تقاطع طرق . وعندما بدأ القطار فى الحركة لاحظ سائق سيارة منتظرة أن العربة الوحدة من القطار تستغرق 18.8 s لقطع مسافة تساوى طولها L . أوجد عجلة القطار بدلالة L . وبفرض أن العجلة ثابتة ، ما هو الزمن اللازم لكى تعبر أول 50 عربة من القطار سائق السيارة المنتظرة وذلك اعتبارًا من لحظة بداية القطار للحركة ؟

▪ 29 ـ تسير سيارة بمعدل 27 m/s فى طريق مواز لخط سكة حديدية . ما الزمن اللازم للسيارة لكى تعبر قطارا طوله 920 m وسرعته 18.3 m/s إذا كان القطار متحركا (أ) فى نفس اتجاه السيارة ؟ (ب) فى عكس اتجاهها ؟

▪ 30 ـ بدأت سيارة حركتها من السكون بعجلة قدرها 2.44 m/s . وفى نفس اللحظة عبر أتوبيس متحرك بمعدل ثابت قدره 19.6 m/s تلك السيارة فى حارة مرورية أخرى من الطريق . ما الزمن اللازم للسيارة لكى تلحق بالأتوبيس ؟ بأى سرعة تتحرك السيارة فى هذه اللحظة ؟ وما المسافة التى قطعتها السيارة حتى تلك اللحظة ؟

▪▪ 31 ـ سيارتان تتحرك كل منهما بمعدل 30.5 m/s إحداهما تجاه الأخرى فى نفس الحارة المرورية . وعندما أصبحت المسافة بينهما 250 m رأى كل من السائقين الآخر فبدءا فى التقاصر بنفس المعدل . ماذا يجب أن يكون مقدار هذا التقاصر حتى يتحاشى السائقان تصادم سيارتيهما بالكاد ؟

القسم 2-9

32 ـ وقع قالب طوب مخلخل من حافة نافذة ترتفع عن سطح الشارع بمقدار 21.3 m . ما سرعة القالب قبل ارتطامه بالشارع مباشرة ؟ ما الزمن اللازم مروره قبل وصول القالب إلى سطح الشارع ؟

33 وقعت فتاة من على لوح خشبى سميك فوق مجرى مائى فوصلت إلى الماء بعد 1.32 s . على أى ارتفاع يوجد اللوح الخشبى فوق سطح الماء ؟ ما سرعة الفتاة عند وصولها إلى سطح الماء ؟

▪ 34 ـ قذفت كرة بيسبول رأسيا إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها 23.9 m/s . إلى أى ارتفاع تصل الكرة قبل أن تبدأ فى السقوط ؟ ما الزمن اللازم للكرة لكى تصل إلى أقصى ارتفاع ؟

▪ 35 ـ قذف حجر رأسيًا إلى أعلى من قمة مبنى ارتفاعه 26.0 m بسرعة ابتدائية مقدارها 18.6 m/s . ما هو الزمن اللازم لوصول الحجر إلى الأرض ؟ بأى سرعة يتحرك الحجر قبل ارتطامه بالأرض مباشرة ؟

▪ 36 ـ ضرب الضارب كرة البيسبول بالمضرب فتحركت رأسيًا إلى أعلى . وبعد 9.3 s من ضرب الكرة التقف لاعب آخر الكرة على نفس المستوى الذى تركت فيه الكرة المضرب . إلى أى ارتفاع وصلت الكرة ؟ بأى سرعة كانت الكرة تتحرك عند إمساكها ؟

▪ 37 ـ قذفت فتاة واقفة على سطح مبنى ارتفاعه 22 m قطعة عملة معدنية رأسيًا إلى أعلى بسرعة مقدارها 8.8 m/s . ما الزمن الذى تستغرقه قطعة العملة للوصول إلى الأرض ؟ ما سرعة قطعة العملة قبل اصطدامها بالأرض مباشرة ؟

▪ 38 ـ يجرى لص طوله 1.9 m بسرعة ثابتة قدرها 3.77 m/s فى ممر جانبى ، وتقع نافذة شقتك على ارتفاع 17.8 m من

هذا الممر . إذا أسقطت إناء زهور من السكون فأصاب راس اللص تحتك مباشرة ؛ فعلى أى مسافة بالنسبة إلى موضع نقطة الإصابة كان اللص فى لحظة إسقاطك لإناء الزهور ؟

■ 39 ـ أسقطت كرتان من ارتفاعين مختلفين . فإذا أسقطت إحدى الكرتين قبل الأخرى بزمن قدره 0.85 s ، ولكن الكرتين ارتطمتا بالأرض فى نفس اللحظة وذلك بعد إسقاط الكرة الأولى . من أى ارتفاع أسقطت كل من الكرتين ؟

■■ 40 ـ امرأة تستقل مصعدًا يتحرك إلى أعلى بمعدل حركة ثابت قدره 3.35 m/s . أسقطت المرأة قطعة عملة معدنية من ارتفاع قدره 1.25 m فوق مستوى أرضية المصعد . ما الزمن اللازم لاصطدام قطعة العملة بأرضية المصعد ؟

■■ 41 ـ كرر المسألة 40 إذا كان المصعد ساكنًا فى لحظة إسقاط قطعة العملة ، ولكنه متسارع رأسيًا إلى أعلى بمعدل قدره $3.5\ m/s^2$.

القسم 10–2

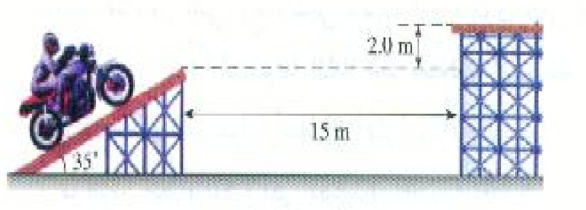
42 ـ تدحرجت بلية أفقيًا على سطح منضدة فوصلت إلى الحافة ثم وقعت على أرضية الحجرة . وعندما كانت هذه البلية عند الحافة تمامًا أسقطت من المنضدة كرة أخرى فإذا كان ارتفاع المنضدة 1.20 m ، فما المسافة الفاصلة بين نقطتى اصطدام الكرتين على الأرضية ؟ ما الفارق الزمنى بين اصطدامى الكرتين بالأرضية ؟

43 ـ خرطوم مطافئ يطلق الماء أفقيًا من قمة مبنى تجاه حائط يبعد عنه 31 m ، ويترك الماء فوهة الخرطوم بسرعة مقدارها 6.4 m/s . على أى مسافة تحت مستوى فوهة الخرطوم يصطدم الماء بالحائط ؟ **(تلميح : اعتبر الماء تيارًا من الجسيمات التى تترك الفوهة) .**

■ 44 ـ أطلقت « دانة مدفع آلى » فى سيرك بمعدل حركة قدره 24.4 m/s وكانت مسار ماسورة المدفع موجهة بزاوية 50° فوق الأفقى . (أ) على أى مسافة (أفقية) بالنسبة لفوهة المدفع يجب وضع الشبكة المخصصة لالتقاط الشخص ؟ (ب) ما زمن طيران الشخص ؟ افترض أن فوهة المدفع والشبكة على نفس المستوى .

■■ 45 ـ افترض أنك أطلقت مقذوفًا بزاوية قدرها 35° فوق الأفقى بسرعة ابتدائية قدرها 200 m/s ، وأن المقذوف قد هبط فى واد يقع على بعد 300 m تحت مستوى نقطة الإطلاق . ما مدى المقذوف وما زمن طيرانه ؟

■■ 46 ـ يريد سائق بهلوان كالبين بالشكل م 5–2 أن يثب بدراجته النارية من المنحدر والهبوط على المنصة . بأى سرعة يجب أن تكون الدراجة البخارية متحركة فى لحظة تركها لمنصة حتى تنجح اللعبة ؟



شكل م 5–2

القسم 11–2

■ 47 ـ طائرة هليوكوبتر موجهة تجاه الشمال . تستطيع هذه الطائرة أن تطير فى الهواء الساكن بمعدل قدره 75 mi/h ، وكانت الرياح تهب من الاتجاه الشمالى الشرقى بسرعة قدرها 20 mi/h . ما قيمة سرعة الطائرة بالنسبة إلى الأرض ؟ ما المسافة التى تقطعها الهليوكوبتر فى 20 min ؟

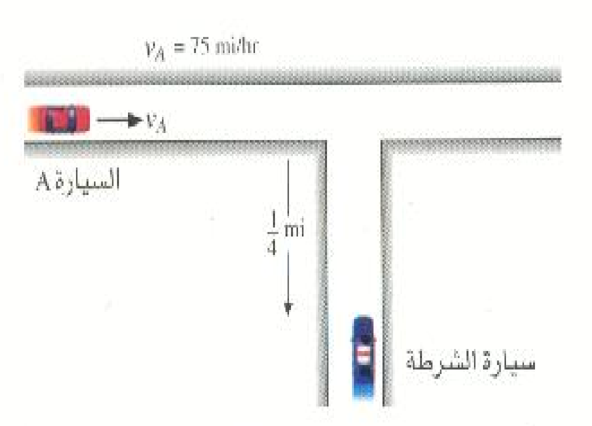
■ 48 ـ لنفرض أنك تريد أن تعبر نهرًا فى قارب إلى النقطة التى تقع أمامك مباشرة على الضفة الأخرى ، وأن مقدار سرعة التيار فى النهر 0.85 m/s . فإذا علمت أن تجديفك يعطى القارب سرعة مقدارها 2.1 m/s ؛ (أ) فى أى اتجاه يجب توجيه القارب حتى تصل إلى النقطة المقابلة تمامًا على الضفة الأخرى ؟ (ب) إذا كان عرض النهر 45 m ، فما الزمن الذى تستغرقه فى العبور ؟

■ 49 ـ طائرة يمكنها الطيران فى الهواء الساكن بسرعة مقدارها 650 km/h . وجهت الطائرة بزاوية قدرها °25 غرب الشمال ، ولكن لاحظ الطيار أنها تطير بالفعل بزاوية قدرها °18 غرب الشمال . ما سرعة الرياح المتجه شرقًا والتى تسبب هذا الانحراف ؟

مسائل عامة

■ 50 ـ افترض أنك تقود سيارتك فى طريق سريع بمعدل 95 ft/s متتبعًا سيارة تسير بنفس معدل الحركة ، وكان أقصى تقاصر ممكن للسيارتين $22.7\ ft/s^2$. وفجأة ضغط سائق السيارة التى أمامك على الفرامل بقوة لإيقافها بأسرع ما يمكن ، واستغرقت استجابتك زمنا قدره 0.40 s قبل قيامك بالضغط القوى على فراملك لتقف بأسرع ما يمكن أيضًا . ما أصغر مسافة بين السيارتين كى لا يحدث التصادم ؟

■ 51 ـ تقف سيارة شرطة على بعد قدره ربع الميل من طريق سريع رئيسى . تلقى رجل الشرطة تقريرًا عن سيارة متحركة فى الطريق السريع بمعدل قدره 75.0 m/h ، و هذا موضح بالشكل م 6–2 . فإذا كانت أقصى عجلة لسيارة الشرطة 28.0 ft/s ، فعلى أى بعد من التقاطع يجب أن تكون السيارة إذا أراد رجل الشرطة الوصول إلى التقاطع قبل السيارة بزمن قدره 30 s ؟



شكل م 6–2

■■ 52 ـ اقترح طالب فيزياء طريقة لقياس ارتفاع مبنى باستخدام ساعة إيقاف لقياس الزمن اللازم لقطعة من الرصاص تم إسقاطها من قمة المبنى كى تقطع آخر 1.5 m قبل الارتطام بالأرض . وقد وجد أن قطعة الرصاص تستغرق 0.109 s فى قطع آخر 1.5 m من مبنى معين . ما ارتفاع هذا المبنى ؟

■■ 53 ـ قذفت كرة رأسيًا إلى أعلى بسرعة مقدارها v_0 من نقطة ترتفع مسافة h m فوق سطح الأرض . أثبت أن الزمن اللازم لوصول الكرة إلى الأرض يعطى بالمقدار :

$$\frac{v_0}{g}\left(1+\sqrt{1+\frac{2hg}{v_0^2}}\right)$$

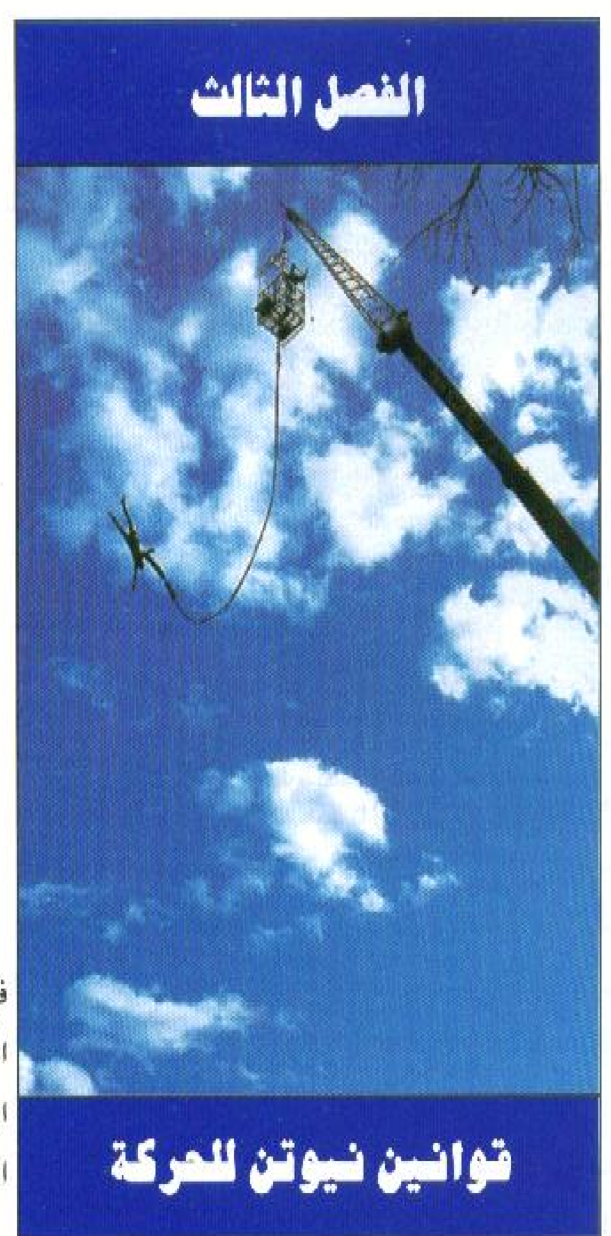
■■ 54 ـ تتحرك عربة قطار أفقيًا بسرعة مقدارها 24 m/s وتقاصر قدره $3.65\ m/s^2$ وفى هذه اللحظة سقط مصباح كهربائى من ارتفاع قدره 2.55 m ووصل إلى أرضية العربة . فى أى نقطة يرتطم المصباح بالأرضية بالنسبة إلى النقطة الواقعة تحت الموضع الأصلى مباشرة ؟

■ 55 ـ أسقطت قطعة من الرصاص من السكون فى بركة ماء من منصة ترتفع عن سطح الماء بمقدار 10 m . وعندما وصلت إلى سطح الماء قلت سرعتها إلى عُشر قيمتها التى اكتسبتها قبل الارتطام بالماء مباشرة ، ثم غاصت بهذه السرعة الجديدة الصغيرة فوصلت إلى قاع البحيرة بعد 6.5 s من لحظة وصولها إلى سطح الماء . ما عمق البحيرة ؟

■■ 56 ـ عندما كنت واقفًا على منصة مشاهدة ارتفاعها 100 m فوق سطح شارع فى مدينة قمت بإسقاط حجر من السكون . وفى نفس لحظة إسقاط الحجر قام صديق واقف فى الشارع تحتك مباشرة بقذف حجر رأسيًا إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها 50 m/s . بفرض أن الحجرين يتحركان على استقامة نفس الخط المستقيم الرأسى وأن مقاومة الهواء مهملة ،

احسب : (أ) على أي ارتفاع يتصادم الحجران ؟ (ب) متى يتصادم الحجران ؟ (جـ) هل يحدث التصادم عندما يكون حجر صديقك صاعدًا أم هابطًا ؟

57 ـ افترض أن لديك سيارة سباق أقصى عجلة (تسارع) لها $a = 24\ ft/s^2$ وأقصى تقاصر لها عند الفرملة $a = -32\ ft/s^2$. فإذا طلب منك أن تبدأ من السكون ثم تقطع مسافة قدرها $\frac{1}{4}$ mi ثم تقف عند علامة ربع الميل بالضبط بحيث تتسارع بأكبر قدر ممكن خلال جزء من ربع الميل ثم تلي ذلك بأقصى تقاصر إلى أن تتوقف نهائيًا . ما الزمن الذي يتم فيه ذلك ؟



في الفصل الثاني قمنا بتعريف ومناقشة السرعة والعجلة دون التعرض لأسباب حركة الأجسام . وسنتعرض الآن لكيفية تولد العجلة نتيجة للقوة ، وخلال ذلك سنذكر ونناقش قوانين نيوتن الثلاثة للحركة ، وهي قوانين ذات أهمية أساسية في الفيزياء .

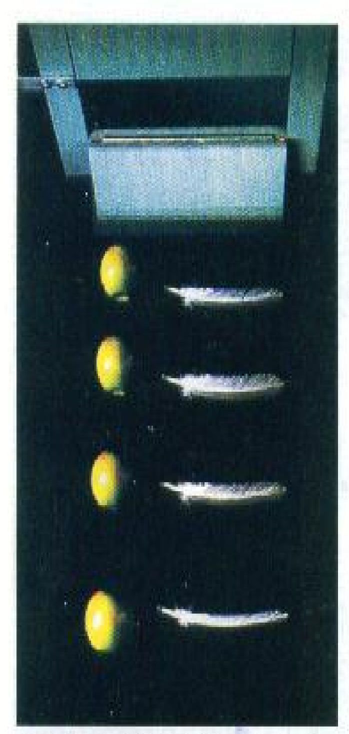
3-1 اكتشاف القوانين الفيزيائية

يرتبط منشأ الطريقة العلمية أساسًا بشخصين اثنين هما جاليليو جاليلي واسحق نيوتن . وبالرغم من اضطرار جاليليو إلى استخدام أجهزة ذات ضباطة محدودة جدا فإنه من أوائل من أصروا على أن الطبيعة يمكن فهمها من خلال التجارب المحكمة الدقيقة . وفي بدايات القرن السابع عشر طور جاليليو مفهوم **القصور الذاتي** وأعطى أول وصف صحيح لتسارع الأجسام الساقطة بالقرب من سطح الأرض . وقد تناقضت نتائجه في كلا هذين الاكتشافين مع أفكار الفيلسوف الإغريقي أرسطو (عام 350 قبل الميلاد تقريبًا) ، والتي كان معاصرو جاليليو يؤمنون بصحتها إيمانًا مطلقًا . ونحن نرى من الأهمية بمكان في هذا الصدد أن نقارن بين الفكرتين المتنافستين في كل حالة لنوضح طبيعة التفكير العلمي والقانون الفيزيائي بالأمثلة .

القصور الذاتي

يرى أرسطو أن السكون هو الحالة « الطبيعية » لأي جسم : فإذا وضع أي جسم في

حالة حركة فإنه يصل إلى السكون « طبيعيًا » . وقد ظلت هذه الظاهرة بمثابة قاعدة أساسية للطبيعة حتى زمن جاليليو . ولكن جاليليو أكد أنه إذا وصل جسم متحرك إلى السكون فإن ذلك يحدث دائمًا بسبب « قوة » ما كالاحتكاك الذى يعيق الحركة ويوقف الجسم فى نهاية الأمر . كذلك أشار جاليليو إلى أنه كلما كانت القوة المعوقة صغيرة كلما استغرق الجسم وقتًا أطول حتى يصل إلى السكون . ومع أن طبيعة القوة المعوقة يمكن أن تختلف من حالة إلى أخرى إلا أن جاليليو لم يتوصل إلى تعميم مفيد بشأنها . ومع ذلك فإن جاليليو بعبقريته الفذة استنتج منطقيًا أنه إذا لم تؤثر على الجسم **أى** قوة معوقة فإنه **يستمر فى الحركة إلى الأبد** . وقد أطلق جاليليو على ميل الأجسام المتحركة للاستمرار فى الحركة **مبدأ القصور الذاتى** . وسنرى فى القسم 3-2 أن نيوتن قد وصف القصور الذاتى بعد ذلك وصفًا أكثر منهجية يحتوى الأجسام الساكنة بالإضافة إلى المتحركة .



سقوط تفاحة وريشة فى غرفة مفرغة . عند إهمال مقاومة الهواء تسقط جميع الأجسام بنفس العجلة

الأجسام الساقطة

من بين آراء أرسطو المشهورة أن الأجسام الثقيلة تسقط إلى الأرض أسرع من الأجسام الخفيفة . وقد رأينا فى القسم 2-9 أن جاليليو كان يؤمن إيمانًا راسخًا بأن كل الأجسام تتسارع بنفس المعدل ، وأنها تصل إلى الأرض فى نفس الزمن إذا أسقطت من نفس الارتفاع .

ليس من السهل علينا أن نحدد هنا صحة أى هذين الرأيين لأننا نرى (عادة) أن الأجسام الثقيلة تسقط أسرع من الخفيفة ، وتعتبر قنبلة المدفع وريشة الطائر مثالاً جيدًا لذلك . علاوة على هذا فإن جسمًا معينًا غير منتظم الشكل ـ الطائر الغواص مثلاً ـ يمكن أن يسقط بسرعات مختلفة ، ويتوقف ذلك على ما إذا كان فاردًا جناحيه أو طاويًا لهما . وقد لخص جاليليو هذه النقطة فى أن العامل الحاسم فى الطريقة التى تسقط بها الأجسام هو مدى تأثرها بالاحتكاك بالهواء . ذلك أن هذا الاحتكاك يغطى ويحجب الحقيقة . « تخلص من الهواء » ، هكذا فكر جاليليو ، عندئذ تكتشف **المبدأ الأساسى** الذى يحكم سلوك الأجسام الساقطة وهو أن العجلة واحدة وثابتة لجميع الأجسام . هذا ما درسناه فى القسم 2-9 .

بهذه الطريقة استطاع جاليليو فى هذين الخلافين الكبيرين ، بأخذ التأثيرات الثانوية التى تحجب السلوك السهل للطبيعة ، أن يستخلص أكثر القوانين أساسية وعمومية . وهذا النوع من توحيد النظرة المتبصرة صفة مميزة أساسية للطريقة العلمية .

ويعود الفضل الأول فى وضع الأساس الرياضى الحقيقى للقانون الفيزيائى إلى اسحق نيوتن (1642 – 1727) . فقوانين نيوتن للحركة ، التى ندرسها فى هذا الفصل ، هى صيغ رياضية فى غاية البساطة ، ومع ذلك فهى تمثل قدرًا عظيمًا من العمومية وتنطبق على جميع الحالات الخاصة بالأجسام المتحركة (ما عدا حالة الحركة بسرعات كبيرة جدًا التى تخضع لمعادلات قام أينشتين باستنتاجها من معادلات نيوتن) . كذلك يعود الفضل لنيوتن فى وضع النظرية العامة للجاذبية ، وهو ما سنتعرض له فى الفصل السابع . وفى إطار هذه النظرية يمكن فهم كثير من الظواهر ، كالمقذوفات المتحركة بالقرب من سطح الأرض ومدارات الكواكب حول الشمس ، باعتبارها أمثلة لمبدأ واحد .

3-2 مفهوم القوة وقانون نيوتن الأول للحركة

نبدأ دراستنا لأعمال اسحق نيوتن بمناقشة **قوانين الحركة** الثلاثة ، والتي نشرت لأول مرة في خلاصة كلاسيكية بعنوان « المبادئ الأساسية للفلسفة الطبيعية[*] » . وقد قام نيوتن في هذا العمل بتقديم مفهومي **الكتلة والقوة** وربط هذين المفهومين بعجلة الأجسام . لنبدأ بمناقشة القوى أولاً ، أما مفهوم الكتلة فسوف نعالجه عند مناقشة قانون نيوتن الثاني .

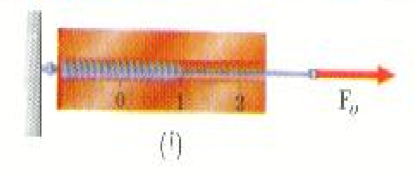
لدينا جميعًا فكرة عامة ، وإن كانت غامضة ، عن القوى إذ نتعرض للكثير من الدفع والشد في حياتنا اليومية . كما إننا ندرك أن الأرض تؤثر على الأجسام بقوة نسميها **الجاذبية** ، وأننا يجب أن نؤثر بقوة معينة على جسم نريد رفعه ضد الجاذبية . ونعلم من خبرتنا أيضًا أن القوى لها اتجاهات ، فهي إذن كميات **متجهة** . وقد تؤثر قوى كثيرة على جسم في اتجاهات مختلفة في نفس الوقت . وإحدى طرق التأثير بقوة معينة على جسم ما هي أن يربط هذا الجسم في طرف زنبرك ثم يشد الطرف الآخر ، وسوف نستخدم هذا المثال البسيط لتوضيح كيف يمكن تعريف مقدار عياري للقوة . إذا كان الزنبرك يحمل مؤشرًا (شكل 3-1 أ) فإن المؤشر سيبين مقدارًا معينًا من استطالة الزنبرك ، وبالتالي مقدارًا معينًا من القوة التي يؤثر به الزنبرك على الجسم . معنى ذلك أن هذا القدر من الاستطالة يناظر دائمًا نفس القدر من القوة . ومن ثم يمكن استخدام هذا المقدار الاعتباطي من الاستطالة كدلالة لكمية عيارية من القوة التي يؤثر بها الزنبرك .

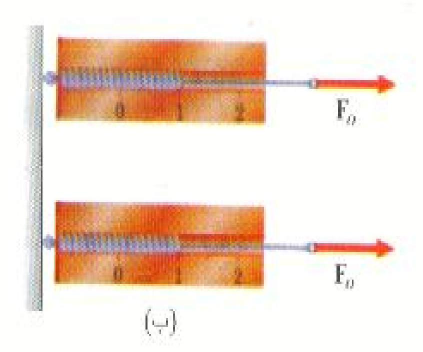
ولمضاعفة هذه القوة العيارية مرتين أو ثلاث علينا فقط ربط الجسم في زنبركين متماثلين أو ثلاثة وشدها حتى تصل إلى نفس الاستطالة العيارية ، وهذا مبين بالشكل 3-1 ب . ويمكننا أيضًا ملاحظة أنه إذا ربط الجسم في اثنين من هذه الزنبركات متصلين بزنبرك مماثل ثالث ثم قمنا بشد الزنبركين الأولين إلى نفس الاستطالة العيارية سنجد أن استطالة الثالث تساوي ضعف الاستطالة العيارية (شكل 3-1 جـ) . وبتكرار هذه التجربة باستخدام ثلاثة زنبركات متصلة بزنبرك واحد سنجد أن استطالة الزنبرك الفردي تساوي ثلاثة أضعاف الاستطالة العيارية . وبناء على ذلك يمكننا استنتاج أن مقدار القوة التي يؤثر بها زنبرك واحد تتناسب طرديًا مع مقدار الاستطالة ، وبالتالي يمكن **معايرة** تدريج للزنبرك يبين مضاعفات القوة العيارية . من هذا نرى أنه حتى بدون تعريف وحدة معينة للقوة فقد تمكنا من التعرف على طريقة للتأثير على الجسم بقوى يمكن قياسها وذلك باستخدام مثل هذه الزنبركات .

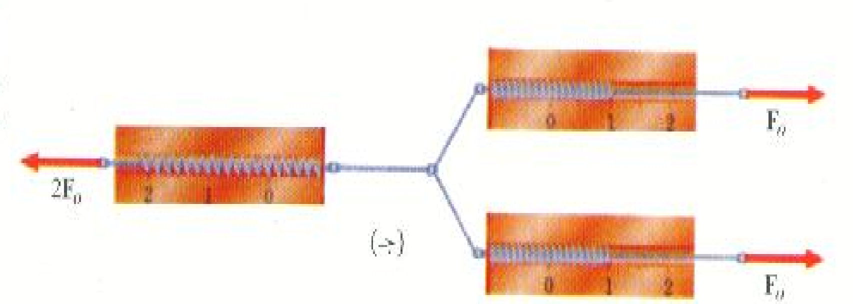
ويبين الجدول 3-1 بعض أنواع القوى التي نقابلها في حياتنا اليومية ، وسوف نتناول بالمناقشة بعض تطبيقات هذه القوة بشيء من التفصيل في أقسام لاحقة .

---

[*] Principia Mathematica Philosophiae Naturalis.







شكل 1-3 :
(أ) F_0 مقدار القوة اللازمة لإطالة زنبرك بمقدار معين ، وليكن 1 cm .
(ب) زنبركان مماثلان للزنبرك السابق . استطالة كل منهما بمقدار 1 cm تنتج قوة مؤثرة على الحائط قدرها $2\ F_0$.
(جـ) القوة $2\ F_0$ تسبب استطالة للزنبرك الفردى قدرها ضعف استطالة كل من الزنبركين . وهكذا فإن الزنبرك الواحد يولد قوة قدرها F_0 و $2\ F_0$ و $3\ F_0$ عندما يستطيل بمقدار 1 cm ، 2 cm ، 3 cm على الترتيب .

جدول 1-3 : بعض أنواع القوى المعروفة

النوع	أمثلة
قوى الشد	القوى التى تشد أجسامًا مربوطة فى أسلاك أو كابلات أو جبال وما إلى ذلك .
قوى الانضغاط	قوى تتضمن أجسامًا جاسئة* تحمل أوزانًا (الرفوف والأرضيات والمنصات .. إلخ)
	قوى ناتجة عن ضغط السوائل .
	قوى ناتجة عند تصادم الأجسام الصلبة .
	قوى عمودية على مساحات أسطح التلامس عند دفع جسمين صلبين معًا .
قوى الاحتكاك أو اللزوجة	قوى تقاوم الحركة الانزلاقية بين سطحين متلامسين وهى موازية للسطح .
القوة الأساسية المؤثرة بين أجسام متباعدة فى الفراغ	قوى التجاذب بين كل الأجسام المادية .
	القوة الكهربائية بين أجسام تحمل شحنة كهربائية .
	القوى المغناطيسية بين التيارات الكهربائية .

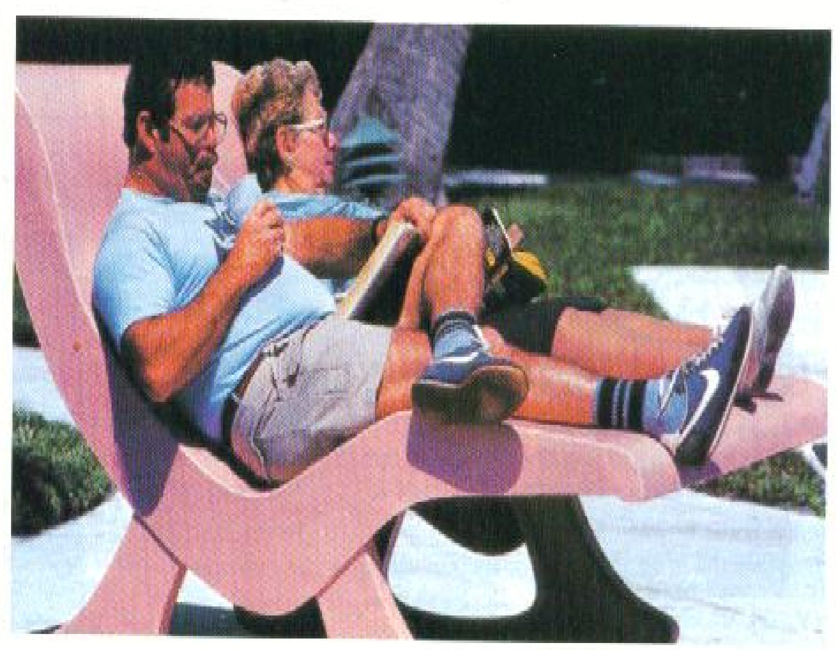
تستخدم الأسلاك لرفع الأجسام بواسطة قوى الشد .

* تكون الأجسام جاسئة أو صلبة بسبب القوى المتبادلة بين الذرات أو الجزيئات المكونة للجسم . هذه القوى ذات طبيعة كهربائية أساس . وعندما نتكلم عن قوى الشد أو الضغط فإننا نعنى مواقف تكون فيها القوى بين ذرات أو جزيئات مادة الجسم ، كالحبل أو سطح المنضدة ، كبيرة بحيث تستطيع الأجسام التأثير بهذه القوى دون أن تنكسر .

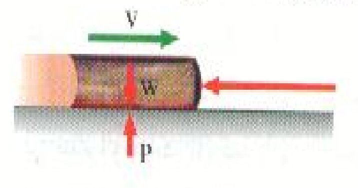
يختص قانون نيوتن الأول للحركة بالمواقف التى تكون فيها القوة المحصلة المؤثرة على جسم ما صفرًا . هذا يعنى أنه قد يكون الجسم واقعًا تحت تأثير عدد من القوى ، ولكن **المجموع الاتجاهى** لهذه القوى يساوى صفرًا ؛ يقال عندئذ أن **صافي القوة** يساوى الصفر فى هذه الحالة . فإذا كان الجسم فى حالة السكون ، يمكن كتابة نص قانون نيوتن على الصورة :

يظل الجسم فى حالة السكون إذا كانت القوة المحصلة المؤثرة عليه صفرًا .

والكثير من أمثال هذه المواقف مألوف لنا فى الحياة . فالكتاب الموضوع على المنضدة ساكن لأن قوة شد الجاذبية المؤثرة عليه إلى أسفل متزنة مع قوة مساوية تؤثر بها المنضدة على الكتاب إلى أعلى . وفى لعبة شد الحبال يظل العلم ثابتًا فى المنتصف إذا كان الحبل مشدودًا فى كلا الجانبين بقوتين متساويتين ومتضادتين . وقد نتساءل لماذا نضع نيوتن فى مثل هذه المنزلة العالية لتوصله لهذا الاستنتاج الواضح . الواقع أننا نفعل ذلك جزئيًا لأن القانون الأول ينطبق أيضًا على الأجسام المتحركة ، ولكن بطريقة أقل وضوحًا بدرجة كبيرة .



أجسام فى حالة السكون



شكل 2-3 :
بسبب الاحتكاك تباطؤ الجسم إلى أن يتوقف تمامًا .

وفى تحليل نيوتن لمشاهدات جاليليو عن الأجسام المتحركة (القسم 1-3) كان أسلوب تفكيره كما يأتى . بالنسبة للكتاب الموضوع على المنضدة ؛ صافى القوة المؤثرة عليه يساوى الصفر . وكما ذكرنا سابقًا فإن مجموع القوى المؤثرة عليه فى الاتجاه الرأسى يساوى صفرًا . فإذا ما أعطى الكتاب دفعة أفقية ليتحرك فى هذا الاتجاه لن يتغير شىء فى الاتجاه الرأسى ، فسوف تظل القوى الرأسية متزنة . ولكننا نلاحظ أن الكتاب يصل إلى السكون بعد أن يقطع مسافة معينة على المنضدة . وتأييدًا لما لخصه جاليليو سابقًا قرر نيوتن أن هناك قوة أفقية غير متزنة تؤثر على الكتاب فتعوق حركته وتسبب توقفه (انظر الشكل 2-3) . فإذا جعلنا السطح أكثر نعومة ، وقللنا قوة الاحتكاك بالتالى ، فإن الكتاب سوف ينزلق مسافة أكبر قبل التوقف . لهذا استنتج نيوتن أنه فى **غياب** صافى هذا لن يتباطأ الكتاب إطلاقًا .

وبالرغم من استحالة التخلص من الاحتكاك كليًا فى الممارسات اليومية فقد استطاع نيوتن وجاليليو كلاهما وضع تصور **مثالى** للمواقف الفعلية . فبالسؤال « **ماذا يحدث إذا لم يكن الاحتكاك موجودا ؟** » استطاع هذان العالمان التوصل إلى المبدأ الأساسى للحركة ، والمختفى وراء التعقيدات الناشئة عن الاحتكاك . وقد استنتج نيوتن كذلك أنه لكى ينحرف جسم متحرك عن اتجاه حركته يجب أن تؤثر عليه قوة غير متزنة فى اتجاه الانحراف . ويمكن تلخيص هذين الاستنتاجين فى شكل أكثر عمومية على صورة قانون نيوتن الأول :

يستمر الجسم المتحرك فى الحركة بسرعة ثابتة إذا كان المجموع الاتجاهى للقوى الخارجية المؤثرة على الجسم صفرًا .

لاحظ أننا استخدمنا كلمة **سرعة** وليس **معدل الحركة** . هذا القانون ينص على أن مقدار سرعة الجسم واتجاهه لن يتغيرا ، بمعنى أن الجسم سوف يستمر فى الحركة فى خط مستقيم . ومن الطبيعى أن هذا العبارة صحيحة عند $v = 0$ وعندما تكون v مساوية لأى قيمة أخرى .

3-3 القصور الذاتى والكتلة

يرتبط مفهوم القصور الذاتى الذى قابلناه فى القسم 3-1 ارتباطًا وثيقًا بالقانون الأول . والتعريف الشائع لهذا المصطلح كما يلى :

القصور الذاتى هو ميل الجسم الساكن إلى الاستمرار فى السكون وميل الجسم المتحرك للاستمرار فى الحركة بسرعته الأصلية .



شكل 3-3 :
أسطوانة البلاتين – إيريديوم الموضحة هنا هى نسخة كتلة الجرام المعيارى ، وهى محفوظة فى المكتب القومى للمقاييس المعيارية بالولايات المتحدة الأمريكية المسئول عن حفظ هذا المقياس المعيارى الثانوى للكتلة . (المعهد القومى للمقاييس المعيارية) .

لدينا خبرة كبيرة فيما يختص بالقصور الذاتى . فنحن نعلم مثلاً أن القصور الذاتى لشاحنة محملة بالأسمنت أكبر كثيرًا من عربة الأطفال ، إذ أن تحريك عربة الأطفال أسهل كثيرًا من الشاحنة ، كما أن إيقاف عربة الأطفال أسهل كثيرًا من إيقاف الشاحنة إذا كانتا متحركتين بنفس السرعة . هذا يعنى أن تغيير حالة حركة جسم تكون صعبة عندما يكون قصوره الذاتى كبيرًا .

ولكى نجعل القصور الذاتى مفهومًا كميًا سنعرف كمية جديدة تسمى الكتلة ، وتعريفها فى نظام الوحدات SI كما يأتى . تسمى وحدة الكتلة فى هذا النظام بالكيلو جرام (kg) ، وهى كتلة أسطوانة معدنية محفوظة بعناية بالقرب من باريس بفرنسا . (يمثل شكل 3-3 نسخة من الكيلو جرام المعيارى وهى محفوظة فى المكتب القومى للمقاييس المعيارية بواشنطون ، دى سى) . وبالتعريف ، فإن جسمًا ذى قصور ذاتى مساو للقصور الذاتى للكيلو جرام المعيارى تكون كتلته 1 kg . وبالمثل ، إذا كان القصور الذاتى لجسم ما ثلاثة أضعاف هذه القيمة تعرف كتلته بأنها 3 kg ، وهكذا . هذا وسنرى عند دراسة قانون نيوتن الثانى كيف تدخل كتلة الجسم فى تحديد رد فعل الجسم تحت تأثير قوة محصلة **لا تساوى الصفر** .

الفيزيائيون يعملون ألان لايتمان معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا



حوالى عام 1980 مررت بتجربة وجدانية عظيمة في غرفة صغيرة بمنزلى فى ولاية ماسا تشوستس حيث كنت أعانى خلال حوالى ستة أشهر لحل مسألة فى الفيزياء النظرية . هذه المسألة كالتالى : ضع بعض البروتونات والإلكترونات فى إناء كروى ذى حجم معين وعند درجة حرارة معينة . فى هذه الظروف ستتحرك تلك الجسيمات فى جميع الاتجاهات محدثة أزيزًا متصلاً ، وإذا كانت درجة الحرارة عالية جدًا قد تتخلق جسيمات جديدة من طاقة الحركة . والسؤال هو : ما عدد هذه الجسيمات الجديدة ؟ إن الإجابة عن هذا السؤال قد يكون لها علاقة بسلوك الثقوب السوداء . كانت أدواتى الوحيدة فى هذا الصراع كومًا عاليًا من الورق الأبيض وسلة مهملات استعملتها كثيرًا .

وأخيرًا أدركت أن مسألتى ليست جوهرية وأنها لن توصلنى إلى اكتشاف قانون جديد من قوانين الطبيعة . ولكنى كنت أواجه مسألة لم يسبق حلها ووجدت أن اعتمادى على نفسى فى اكتشاف حقيقة ما ، مهما كانت صغيرة ، شيئًا مثيرًا . إن حياتى مليئة بمسلمات كثيرة ، فقد أخبرت أننى كنت ذات يوم فى حجم حبة الخردل ، وأخبرت أن الأرض ليست منبسطة كما يبدو ولكنها منحنية على نفسها فى شكل كرة كبيرة . وأنا أفهم تمامًا أننى يجب أن أثق فى معظم ما أعرفه من الآخرين ، فأى إنسان مهما كان لا يمكنه التحقق من صحة جميع الحقائق التى يؤمن بها هذا أو ذاك ، لكن كل حقيقة غير مؤكدة لا تتطلب ثمنًا كبيرًا . وشيئًا فشيئًا أخذت تلك العقيدة تتزعزع فى نفسى ، وعلى العكس فإنى رأيت أنه لا شيء يبنى الحقيقة إلا أن تكتشفها بنفسك من البداية ودون اقتفاء أثر الآخرين . وهكذا انتعشت فى نفسى مسألة الجسيمات فى الوعاء الكروى وكنت أحمل حساباتى معى دائمًا كما لو كانت خطابات من محبوبتى .

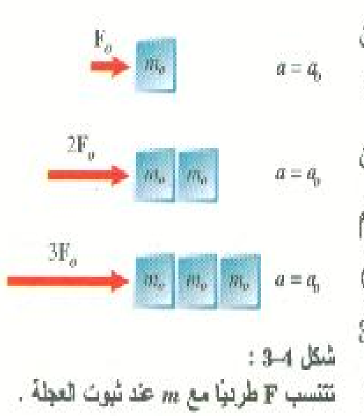
وفى فجر أحد الأيام استيقظت بشعور غريب وذهبت إلى مكتبى ، لقد وجدت فجأة أنه يمكننى مواصلة حل المسألة إلى النهاية . لا أعلم كيف وجدت طريقى ، ولكنه لم يكن أبدًا بالانتقال من معادلة إلى أخرى . كان عقلى الباطن يدرس المسألة بطريقة أخرى ، طريقة متسقة فى بنائها ونظيفة كالدولار الجديد .

من الصعب على أن أصف إحساس الفرح فى عمل إبداعى عندما يحتل كل شيء مكانه الصحيح فجأة . هذا يشبه فى الكثير قيادة قارب ذى قاع دائرى فى ريح شديدة . ذلك أن جسم القارب يكون عادة منغمرًا فى الماء بحيث يسبب الاحتكاك تقليل سرعة القارب بدرجة كبيرة . ولكن فى الريح الشديد يرتفع جسم القارب من آن إلى آخر خارج الماء ويقل الاحتكاك لحظيًا إلى ما يقرب الصفر ، كما لو أن يدًا عملاقة تشد القارب إلى أعلى بحيث تنزلق على الماء ، وهذا ما يسمى « الاستواء » .

لقد « استويت » فى ذلك الصباح الباكر وفى بضعة مرات أخرى فى حياتى المهنية . هذه اللحظة السامية السريعة للاكتشاف تساوى كل شهور الإحباط والفشل . ولفترة ما ستكون أنت المكتشف الشخصى الوحيد فى العالم الذى يعرف هذا الشيء الجديد ، ثم تسارع إلى مكتبك لتخبر زملاءك أنك ستقوم بنشر نتائجك . لكنك خلال تلك اللحظات القصيرة التى تعلم فيها حقيقة لا يعلمها أحد غيرك ستكون ذا قوة هائلة ، ويتحول شعورك بالتميز الذى كنت تحسه وأنت فتى يافع إلى حقيقة مجسدة ككوب القهوة الذى تحمله فى يدك .

3-4 قانون نيوتن الثاني

إننا نعلم من خبرتنا أن تغيير مقدار أو اتجاه حركة جسم ثقيل أكثر صعوبة من الجسم الخفيف . وللتعبير عن هذه الخبرة فى صورة كمية يمكننا إجراء التجربة الموضحة تخطيطيًا فى الشكل 4-3 . وقد رأينا فى القسم 2-3 كيف يقاس مقدار معيارى معين للقوة باستخدام الزنبرك المدرج ، لنفرض أن هذه القوة المعيارية F_0 . لنعتبر أن الأجسام المستعملة فى التجربة متماثلة الشكل ومتساوية الكتلة (كتلة كل منها 1 kg مثلاً) وأنها تطفو بدون احتكاك على منضدة هوائية على سبيل المثال . واضح من الشكل 4-3 أنه للحصول على نفس العجلة a_0 يجب أن يزداد صافى القوى المؤثرة F_{net} فى تناسب طردى مع تزايد الكتلة . يمكننا إذن استنتاج أن :



شكل 4-3 :
تتنسب F طرديًا مع m عند ثبوت العجلة .

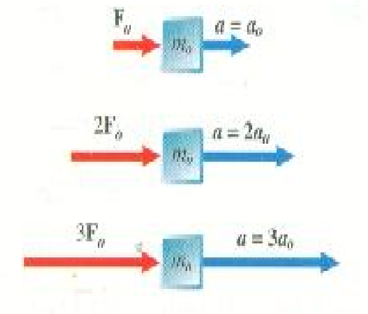
$$F_{net} \sim \text{mass}$$

عند ثبوت العجلة (يقرأ الرمز ~ هكذا « تتناسب مع » .



تتسارع الزلاجة تحت تأثير القوى التى يؤثر بها الفريق عليها .

يمثل الشكل 5-3 صورة محورة من هذه التجربة حيث تؤدى زيادة صافى القوة F_{net} المؤثرة على نفس الكتلة m_0 إلى زيادة العجلة . وواضح من الشكل أن العجلة تتناسب طرديًا مع صافى القوة عند ثبوت الكتلة ، أى أن :



شكل 5-3 :
تتناسب F طرديًا مع a عند ثبوت العجلة .

$$F_{net} \sim a$$

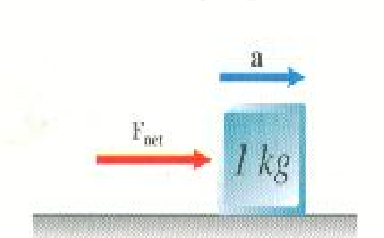
ويلاحظ كذلك أن العجلة فى نفس اتجاه صافى القوة .

بناء على ذلك يمكن توحيد هاتين النتيجتين فى معادلة واحدة على الصورة :

$$\mathbf{F}_{net} = km\mathbf{a} \qquad (3\text{–}1\text{ أ})$$

حيث k ثابت التناسب .

هذه النتيجة البسيطة تعرف **بقانون نيوتن الثانى للحركة** ، وبالرغم من بساطتها فإنها صيغة عامة تنطبق على جميع أنواع القوى وجميع أنواع الأجسام . ذلك أنها تختزل تعقيدات القوى المختلفة والأجسام المتنوعة إلى الخواص الأساسية التى تتحدد بها الحركة فى جميع الحالات الممكنة مقادير القوة والكتلة التى يمكن قياسها . وبهذه الطريقة يوحد قانون نيوتن الثانى مدى واسعًا للغاية من المواقف فى إطار عمل عام ، ومن ثم فإنه يعتبر قانونًا فيزيائيًا أساسيًا .



شكل 6-3 :
صافى قوة قدره 1 N يعطى كتلة قدرها 1 kg عجلة مقدارها $1\ m/s^2$.

ننتقل الآن إلى إيجاد قيمة ثابت التناسب بوضع التعريف المناسب لوحدة القوة . وسوف نعرف الوحدة الأساسية للقوة فى نظام الوحدات SI بأنه ذلك المقدار من صافى القوة الذى إذا أثر على كتلة قدرها 1 kg أكسبها عجلة قدرها $1\ m/s^2$ (شكل 6-3) . وإذا كان التعريف يبدو لنا تعريفًا اختياريًا فإنه كذلك بالفعل . فنحن لنا مطلق الحرية فى تعريف وحدة القوة بأى طريقة نريد ، ولكننا لسنا أحرارًا فى اختراع الطريقة التى تربط القوة بالعجلة . بهذا التعريف لوحدة القوة ، نجد أن ثابت التناسب فى المعادلة (3–1 أ) يساوى الوحدة ببساطة (أى قيمته 1) . وقد أطلق على هذا المقدار من القوة **1 نيوتن** (N) . الآن يمكننا إعادة تعريف القوة بشكل كمى أكثر كما يلى :


صافى القوة الذى مقداره نيوتن واحد هو تلك القوة التى تعطى كتلة قدرها كيلو جرام واحد عجلة قدرها متر واحد فى الثانية لكل ثانية .

ويعتبر النيوتن مثالاً لإحدى وحدات القياس **المشتقة** . ومن العلاقة $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ نجد أن :

$$1\ N = (1\ kg)\ (1\ m/s^2) = 1\ kg.m/s^2\ ^{*}$$

وبالرغم من أن النيوتن هو وحدة القوة فى النظام SI فكثيرًا ما تستخدم وحدتان أخريان هما **الداين** والرطل أو **الباوند** (lb) ، حيث .

$$1\ dyne = 10^{-5}\ N \quad \text{بالضبط}$$

و :

$$1\ pound\ (lb) = 4.4482\ N$$

من الممكن تحليل المتجهات فى المعادلة (3–1 أ) إلى مركباتها المتعامدة لنحصل على معادلة لكل من محاور الإحداثيات الثلاثة :

* هذه هى المرة الأولى التى نقابل فيها وحدة مشتقة أعطى لها اسمًا خاصًا . ومن المهم تذكر الوحدات (الأبعاد) الأساسية التى تعرف الوحدة المشتقة لأن هذه هى الطريقة الوحيدة لمعرفة أى الوحدات تختصر مع بعضها عندما تستخدم هذه الوحدة المشتقة فى عملية حسابية معينة .

$$(\mathbf{F}_{net})_x = \Sigma\mathbf{F}_x = m\mathbf{a}_x$$
$$(\mathbf{F}_{net})_y = \Sigma\mathbf{F}_y = m\mathbf{a}_y \qquad (\text{3-1 ب})$$
$$(\mathbf{F}_{net})_z = \Sigma\mathbf{F}_z = m\mathbf{a}_z$$

الرمز Σ هو علامة الجمع ، وهو يعنى فى المعادلة الأولى جمع المركبات x لكل من القوى المؤثرة ، وبالمثل بالنسبة للمركبات y و z فى المعادلتين الأخيرتين . ومن الضرورى أثناء إجراء عملية الجمع أن تؤخذ إشارات مركبات كل قوة فى الاعتبار بالطبع .

مثال 3-1 :

يراد لسيارة كتلتها 900 kg أن تتسارع من السكون إلى 12.0 m/s خلال 8.00 s فى طريق مستقيم . ما قيمة القوة اللازمة لذلك ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما هو المبدأ الواجب تطبيقه لتعيين القوة المطلوبة ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى : $\mathbf{F}_{net} = m\mathbf{a}$.

سؤال : الكتلة معطاة . كيف يمكن إيجاد العجلة ؟

الإجابة : نفرض أن العجلة ثابتة ، وعندئذ يمكننا استخدام معادلة الحركة المستنتجة فى الفصل الثانى . ونحن نعلم أن $\mathbf{v}_f = 12.0$ m/s ، $\mathbf{v}_0 = 0$ وأن الزمن لحدوث هذا التغير هو $t = 8.00$ s . إذن يمكننا استخدام المعادلة (11-2) فى العلاقة $\mathbf{a} = (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0)/t$.

الحل والمناقشة :

1 ـ العجلة هى :

$$\mathbf{a} = \frac{12.0\ \text{m/s} - 0}{8.00\ \text{s}} = +\,15.0\ \text{m/s}^2$$

2 ـ القوة هى :

$$\mathbf{F} = (900\ \text{kg})\,(1.50\ \text{m/s}^2) = +1350\ \text{N}$$

لاحظ إن الإشارتين موجبتان . أى أن السيارة « تتسارع » ، بمعنى أن $\mathbf{a}$ فى اتجاه $\mathbf{v}$ ، ولذلك يجب أن تكون $\mathbf{F}$ فى اتجاه $\mathbf{a}$.

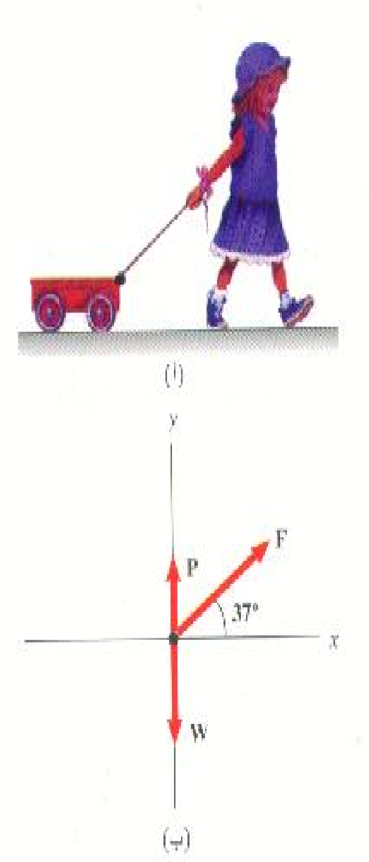
تأكد من فهمك أن kg . m/s^2 هى النيوتن .

تمرين : ما المسافة التى تقطعها السيارة خلال الزمن 8.00 s ؟ **الإجابة** : 48 m .

المخططات البيانية للأجسام الحرة

عند تطبيق قانون نيوتن فى مواقف محددة قد تكون القوى المؤثرة فى نفس الوقت

كثيرة : بعض هذه القوى قد يؤثر على الجسم المطلوب إيجاد عجلته ، بينما يؤثر البعض الآخر على الأجسام المحيطة بالجسم . فالشكل 7-3 أ مثلاً يمثل طفلة تجر عربة ، هناك قوى كثيرة مؤثرة على العربة : الحبل ، الجاذبية ، قوة ضغط من أسفل إلى أعلى التى تؤثر بها الأرض الصلبة على عجلات العربة . كذلك توجد قوة مؤثرة على الأرض وعلى الطفلة . ولكن إذا كان اهتمامنا موجهًا إلى حركة العربة فقط فإن هذه القوة لا علاقة لها بالموضوع . **وعمومًا فإن جميع القوة المؤثرة على الأجسام المحيطة بالجسم لا تحدد ما يحدث للجسم ؛ إنها تساعد فقط فى تعيين القوة التى تؤثر عليه مباشرة .**



شكل 7-3:

القوة المؤثرة على العربة فى (أ) موضحة فى المخطط البيانى للجسم الحر للعربة (ب) .

ولتوضيح هذا الموقف من المفيد أن ترسم صورة تعزل وتحدد فقط تلك القوى المؤثرة على الجسم المعنى . مثل هذه الصورة تسمى **المخطط البيانى للجسم الحر** . وحتى إذا كان بعض القوى المؤثرة على الجسم مجهولاً يمكننا توضيحها فى المخطط البيانى للجسم الحر بالرموز مع تحديد اتجاهاتها . ويمثل الشكل 7-3 ب المخطط البيانى للجسم الحر فى حالة العربة . مثل هذه المخططات البيانية تسهل كتابة كل مجموع فى المعادلات (1-3 ب) ينطبق على العربة .

يعتبر عدم تحديد الاتجاه تحديدًا صحيحًا واحدًا من أشهر مصادر الخطأ فى حسابات المتجهات . ذلك أن اتجاهات القوة المجهولة يمكن عادة معرفتها من المخطط البيانى للجسم الحر ، ومن ثم يمكن استخدام الإشارات الصحيحة فى معادلات المركبات . ويعنى استخدام هذه الإشارات فى المعادلات أننا قد أخذنا الاتجاه فى الاعتبار ؛ وبحل هذه المعادلات سوف نحصل على قيم موجبة تمثل مقادير المتجهات .

مثال 3-2 :

لنفرض أن الفتاة تجر العربة كما هو مبين بالشكل 7-3 أ بقوة قدرها 25.0 N ، ونتيجة لذلك تتسارع العربة أفقيًا . ولنعتبر أن كتلة العربة 10.4 kg وأن قوة الجاذبية المؤثرة عل العربة رأسية إلى أسفل ، أى وزنها 102 N . بفرض عدم وجود أى احتكاك يعوق حركة العربة . أوجد عجلة العربة وقوة الضغط **P** التى تؤثر بها الأرض رأسيًا إلى أعلى على العربة تحت هذه الشروط .

استدلال منطقى :

1

سؤال : القوى المؤثرة على العربة مبينة فى المخطط البيانى للجسم الحر ؛ شكل 7-3 ب . كيف نعلم ما إذا كانت قوة الضغط **P** موجودة بالفعل ؟

الإجابة : تفحص المركبة الرأسية فى قانون نيوتن الثانى (المعادلة 1-3 ب) . إذا كانت حركة العربة أفقية كلية فإن a_y يجب أن تكون صفرًا وبالتالى يكون مجموع القوة الرأسية صفرًا . ومن الممكن أن نرى بسهولة أن مركبة قوة الفتاة إلى أعلى ليست كافية

للتعادل مع وزن العربة وقدره 102 N . لذلك يجب أن تعوض الأرض القوة الإضافية اللازمة وإلا تسارعت العربة فى الاتجاه الرأسى .

سؤال : ما هى المعادلة التى تربط بين مركبات القوة الرأسية ؟

الإجابة : $P + (25.0\ N)(\sin 37.0°) - 102\ N = 0$

سؤال : ما الذى تتعين به العجلة الأفقية ؟

الإجابة : صافى القوة وهو : $(25.0\ N)(\cos 367.0°) = 20.0\ N$

الحل والمناقشة : العجلة هى :

$$\mathbf{a}_x = \frac{(\mathbf{F}_{net})_x}{m} = \frac{20.0\ N}{10.4\ kg} = 1.92\ m/s^2$$

وقوة الضغط الرأسية إلى أعلى هى :

$$P = 102\ N - (25.0\ N)(\sin 37.0°) = 87.0\ N$$

وقبل التطرق إلى المزيد من تطبيقات قانون نيوتن الثانى سنناقش القانون الثالث ونتفحص الوزن والاحتكاك بشىء من التوسع .

3-5 الفعل ورد الفعل : القانون الثالث



يؤثر كل من المصارعين على الآخر بقوة مساوية ومضادة .

لعلنا نعلم أن الأرض تدور حول الشمس بسبب قوة الجاذبية التى تؤثر بها الشمس على الأرض . وقد تمكن نيوتن من معالجة هذا النوع من الحركة بنجاح بعد اكتشافه لقانون الجاذبية ، وهو الموضوع الذى سنناقشه فى الفصل السابع . ولكن هل تساءلت يومًا ما عن قوة الجاذبية التى تؤثر بها الأرض على الشمس ؟ الواقع أنه لقياس هذه القوة مباشرة يجب أن تجرى القياسات على سطح الشمس نفسها ، وهذا مستحيل طبعًا ولكن لحسن الحظ يمكن تقدير قيمة مثل هذه القوة بعيدة المنال باستخدام قانون آخر لنيوتن هو قانون الفعل ورد الفعل .

ادفع الحائط بإصبعك وستجد أن الحائط يدفع إصبعك إلى الخلف . وكمثال آخر ، لندرس ما يحدث عندما تركل كرة القدم . فى هذه الحالة يؤثر قدمك بقوة معينة على الكرة ، ولكنك تشعر أيضًا بأن الكرة تؤثر على قدمك بقوة فى الاتجاه المضاد . كذلك فإن جسمًا موضوعًا على منضدة يدفعها إلى أسفل بينما المنضدة تدفعه إلى أعلى .

وقد قام نيوتن بدراسة العديد من مثل هذه المواقف وتوصل بعدها إلى استنتاج كمى هو قانون نيوتن الثالث :

إذا أثر جسم A بقوة قدرها $\mathbf{F}$ على جسم آخر B فإن B يؤثر بقوة $-\mathbf{F}$ على الجسم A ، وهذه القوى تساوى $\mathbf{F}$ فى المقدار وتضادها فى الاتجاه .

وتسمى إحدى هاتين القوتين (أى واحدة منهما) **بقوة الفعل** وتسمى الأخرى **قوة رد**

الفعل ، وينص القانون الثالث على أن قوة رد الفعل مساوية تمامًا لقوة الفعل في المقدار ومضادة لها في الاتجاه . بل إن هذا القانون يعني أكثر من ذلك إذ أنه يفيدنا أن هاتين القوتين تؤثران على جسمين مختلفين ، فقوة الفعل يؤثر بها جسم على آخر ، بينما الجسم الثاني يؤثر على الأول بقوة رد الفعل المعاكسة .

بناء على القانون الثالث يمكننا القول أن قوة الفعل وقوة رد الفعل متساويتان في المقدار ومتضادتان في الاتجاه في كل من الأمثلة المذكورة بالجدول 3-2 . تذكر أن **قوى الفعل ورد الفعل تؤثر على أجسام مختلفة** . هذا وسوف نستخدم هذا القانون من آن إلى آخر لاستنتاج القوة المؤثرة على جسم ما عندما تكون القوة المؤثرة على جسم آخر معلومة .

لإيضاح القانون الثالث افترض أن سيارة ركوب قد اصطدمت بشاحنة نصف مقطورة ، على أي السيارتين تكون الصدمة « أشد » ، أي ذات قوة أكبر ؟ عندما يشاهد غالبية الناس نتائج هذا التصادم فإنهم يستنتجون أن صدمة سيارة الركوب أشد بالتأكيد . لكن قانون نيوتن الثالث يقرر أن القوة التي أثرت بها سيارة الركوب على الشاحنة مساوية في المقدار (ومضادة في الاتجاه) للقوة التي أثرت بها الشاحنة على السيارة . كيف يمكننا إزالة التضارب بين هذين الاستنتاجين ؟

أولاً ، إن لغتنا اليومية كثيرًا ما تقصر عن التعبير عن المعاني بالضبط . فبالرغم من أننا نظن أننا نفهم عبارة « تصطدم بقوة أشد » بالضبط ، إلا أنها تخلط بين قوة الصدمة ونتيجتها ، بمعنى أننا نفترض أن الضرر الأشد تسببه قوة أكبر . ولكي نفهم ما الذي يحدد الضرر حقيقة لننظر إلى قانون نيوتن في صورة أخرى : فالعلاقة $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ يمكن كتابتها على الصورة :

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$$

إن من مميزات هذه الصورة أنها تبين كيف تتعين **النتيجة** (العجلة) **بالسبب** (القوة) **فعند تطبيق قوتين متساويتين على جسمين تتعين النتيجة بكتلتي الجسمين** . هذا يعني أن عجلة الجسم الأكبر كتلة تكون أقل من عجلة الجسم الأصغر كتلة . وعليه فإن سرعة الشاحنة تعاني تغيرًا صغيرًا نسبيًا أثناء التصادم حيث تقل هذه السرعة قليلاً ولكن السيارة تستمر في الحركة في نفس الاتجاه . أما سيارة الركوب الخفيفة ، بالرغم من أنها قد صدمت بنفس القوة ، فسوف تتغير سرعتها تغيرًا كبيرًا ، حيث لن تسبب الصدمة توقف السيارة فقط ، بل إنها ستدفعها بشدة في عكس اتجاه الحركة . هذه العجلة الهائلة تسبب إجهادًا عاليًا جدًا على هيكل السيارة وتؤدي بالتالي إلى أضرار أشد كثيرًا للسيارة مقارنة بالشاحنة ، ولذلك يبدو أنها قد عانت صدمة أشد من الشاحنة .

جدول 3-2 : مواقف مرتبطة بقانون نيوتن الثالث .

الفعل	رد الفعل	تعليقات
وزنك ضاغطا على كرسى إلى أسفل .	الكرسى الصلب دافعًا لك إلى أعلى وبذلك يحمل جسمك .	إذا تفسخ الكرسى أو انكسر فإنك تهوى إلى أسفل .
قوة احتكاك إطارات السيارة المؤثرة على الطريق إلى الخلف عند تسارع السيارة .	قوة احتكاك الطريق المؤثرة على إطارات السيارة (وبالتالى على السيارة) إلى الأمام ، وهو ما يسبب تسارع السيارة .	إذا كان الطريق مغطى بالجليد (أى لم يكن الاحتكاك موجودًا) تدور العجلات ولكن لن يحدث تسارع للسيارة .
القوة التى يؤثر بها مقعد السيارة عليك إلى الأمام وهو ما يسبب تسارعك مع السيارة .	القوة التى تؤثر بها أنت على مقعد السيارة ، وهو ما يجعلك « تغوص » فى المقعد .	إذا كان المقعد من النوع المنحنى إلى الوراء وكان غير مثبت فإنك ستنتهى إلى وضع أفقى عندما تتسارع السيارة .
القوة التى يؤثر بها مضرب البيسبول على الكرة فيجعلها تطير عابرة سور المنزل .	القوة التى تؤثر بها الكرة على المضرب وهى مساوية فى المقدار .	أحيانا تكون قوة رد الفعل من الشدة بحيث تكسر المضرب .
القوة المؤثرة إلى الخلف على هلب تقذفه أفقيًا فوق مؤخرة قارب .	القوة التى يؤثر بها الهلب عليك إلى الأمام (وعلى القارب بالتالى) ، وهو ما يسبب اندفاعك واندفاع القارب بشدة إلى الأمام .	هذا هو مبدأ عمل المحركات النفاثة والصواريخ وهى تسمى « محركات رد الفعل » .

3-6 الكتلة وعلاقتها بالوزن

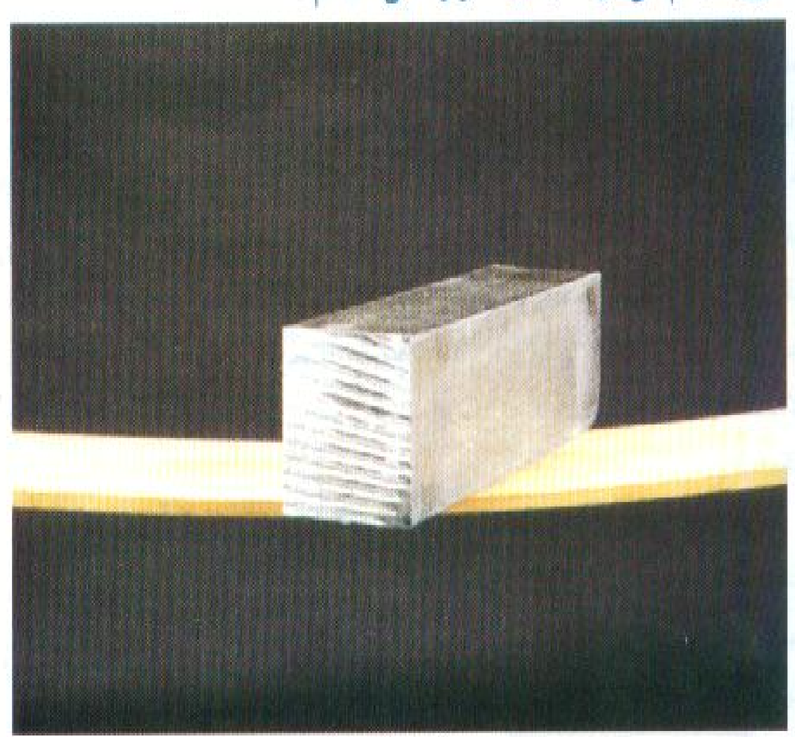
سبق أن عرفنا الكتلة بدلالة الكيلو جرام المعيارى ، ولكن الكتل الأخرى تعرف بمقارنتها بهذا المقياس المعيارى . لنفرض أن قوة معينة قد سلطت أولاً على جسم كتلته كيلو جرامًا معيارًا واحدًا (1 kg) ثم على جسم مجهول الكتلة . فإذا أعطت هذه القوة نفس العجلة للجسمين ، وبفرض عدم وجود أى قوى أخرى غير متزنة على الجسمين ، كان الجسمان متساويين فى الكتلة . هذا ينتج مباشرة من قانون نيوتن الثانى $\mathbf{F}_{net} = m\mathbf{a}$ وذلك لأنه إذا تساوت القوتان وتساوت العجلتان لابد أن تكون الكتلتان متساويتين . وبالمثل ، عندما تكون كتلة الجسم n كيلو جرامًا تكون

عجلته 1/n فقد قدر عجلة تساوى كيلو جرامًا معياريًا واحدًا تحت تأثير نفس القوة . من هذا يتضح أنه يمكن تعيين الكتلة المجهولة لأى جسم بمقارنة عجلته بعجلة جسم كتلته تساوى كيلو جرامًا معياريًا واحدًا عندما يقع كلاهما تحت تأثير نفس القوة .

ولكننا مع ذلك نقوم بتعيين كتل الأجسام « بوزنها » باستخدام النوع المناسب من الموازيين . فعندما نستخدم الميزان القبانى مثلاً فإننا نقوم فى الواقع بمقارنة قوة الجاذبية المؤثرة على الكتلة المجهولة على أحد طرفى الميزان بقوة الجاذبية المؤثرة على كتلة معيارية معلومة على الطرف الآخر . وعند استخدام الميزان الزنبركى فإننا نقيس مقدار الاستطالة اللازمة للزنبرك حتى يؤثر على الكتلة بقوة رأسية إلى أعلى تساوى قوة الجاذبية المؤثرة عليها إلى أسفل .

وهكذا يمكن تعريف الوزن كالتالى :

وزن الجسم هى قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم .

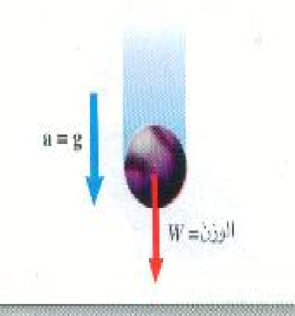


ينحلى اللوح الخشبى الذى يحمل جسمًا ثقيلاً تحت تأثير وزن الجسم .

من الضرورى جدًا أن نعى أن كتلة الجسم ووزنه ، بالرغم من ارتباطهما أحدهما بالآخر ، هما خاصيتان فيزيائيتان مختلفتان تمامًا . فالوزن قوة بينما الكتلة أحد الأبعاد الأساسية .

هناك تجربة بسيطة للتعرف على العلاقة بين الكتلة والوزن . عندما تكون القوة الوحيدة المؤثرة على جسم ما هى وزنه (أى قوة الجاذبية المؤثرة عليه) يتحرك الجسم بعجلة السقوط الحر g (شكل 8-3) . فإذا رمزنا للوزن بالرمز W يمكن كتابة قانون نيوتن الثانى فى حالة السقوط الحر لجسم على الصورة :

$$F_{net} = W = mg \qquad (3-2)$$



شكل 8-3:
القوة غير المتزنة المؤثرة على الجسم وهى W تعطيه عجلة تساوى عجلة السقوط الحر g .

وحتى إذا كان الجسم مستقرًا على منضدة أو على الأرضية لن تتغير قوة الجاذبية . وعليه فإن المعادلة (2-3) تنص على أن الوزن **يتناسب** مع الكتلة .

وهذا وتعتمد قوة الجاذبية المؤثرة على جسم معين على مكانه . ذلك أن عجلة g على سطح الأرض تختلف اختلافًا طفيفًا من خط الاستواء إلى القطبين ومن مستوى سطح البحر إلى قمم الجبال العالية . وسوف نرى فى الفصل السابع أن الجاذبية تختلف كثيرًا من كوكب إلى آخر ، فالجاذبية على سطح القمر مثلاً سدس جاذبية الأرض . وعليه فإن **وزن الجسم قد يتغير ، ويتوقف هذا على شدة قوة الجاذبية عند موقع الجسم** . ولكن كتلة الجسم ، من ناحية أخرى ، واحدة بغض النظر عن ظروف الجاذبية .

مثال توضيحى 3-1

ما وزن جسم كتلته 5.25 kg ؟ وما كتلة جسم يزن 14.6 N . افترض أن قيمة g فى كلتى الحالتين $9.80\ m/s^2$ ؟

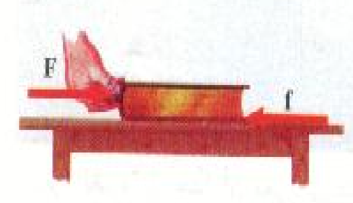
استدلال منطقى : حيث أن $W = mg$ ، فإن وزن جسم كتلته 5.25 kg هو :

$$W = (5.25\ kg)(9.80\ m/s^2) = 51.5\ N$$

وبوضع المعادلة (2-3) على الصورة $m = W/g$ ، نجد أن الكتلة المناظرة لوزن قدره 14.6 N هى :

$$m = \frac{14.6\ N}{9.8\ m/s^2} = 1.49\ kg$$ ■

3-7 قوى الاحتكاك



شكل 9-3:
قوة الاحتكاك f تعاكس انزلاق الكتاب .

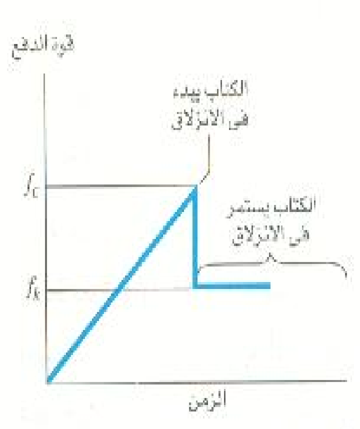
قبل التطرق إلى استخدام قانون نيوتن الثانى سنقوم بمناقشة الاحتكاك لأن قوى الاحتكاك تلعب دورًا هامًا فى كثير من تطبيقات قوانين نيوتن .

حاول إجراء التجربة الموضحة بالشكل 9-3 . ادفع كتابك المدرسى دفعًا خفيفًا بقوة أفقية ؛ لن يتحرك الكتاب . ونظراً لأن الكتاب يظل ساكنًا نستنتج أن $\mathbf{F}_{net} = 0$. وعليه فلابد أن توجد على الأقل قوة واحدة مؤثرة فى عكس اتجاه القوة التى تؤثر أنت بها على الكتاب . هذه القوة المضادة توفرها المنضدة حيث تتلامس مع الكتاب ، وهى القوة **f** فى الشكل ، وسنسميها قوة الاحتكاك الاستاتيكى . ومن الواضح أن قوة الاحتكاك الاستاتيكى تتميز بالخواص الآتية : **إنها تعاكس محاولة انزلاق الجسم واتجاهها موازٍ لسطحى التلامس** .



نعلم من خبرتنا اليومية أن قوة الاحتكاك بين سطحين تسبب تسخين هذين السطحين ـ وهذه الحقيقة تستخدم كثيرًا لبدء النيران .

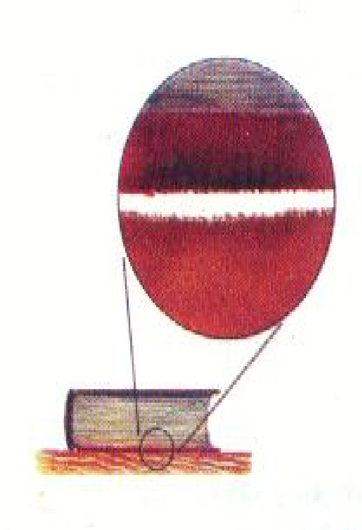
والآن قم بزيادة قوة دفعك للكتاب تدريجيًا وببطء كما هو مبين بالشكل 10-3 . عندما يصل مقدار الدفع إلى قيمة حرجة معينة f_c سوف يبدأ الكتاب في الحركة فجأة . ولكي تحتفظ بالكتاب متحركًا لن تحتاج إلا إلى قوة أصغر مقدارها f_k . (الدليل السفلى k أول حرف في الكلمة الإنجليزية kinetic بمعنى « متحرك ») . هذه التجربة توضح أن هناك قوتي احتكاك هامتين ، أولاهما هي قوة الاحتكاك العظمى (الحرجة) f_c وهي القوة اللازمة لكي يبدأ الجسم الحركة ، والثانية هي قوة احتكاك أصغر f_k تعاكس حركة الجسم المنزلق . تذكر أن f_c هي القيمة العظمى التي يمكن أن يصل إليها الاحتكاك الاستاتيكي f_s . والاحتكاك الاستاتيكي يمنع بدء الحركة الانزلاقية لأى قيمة للقيمة f_s وحتى القيمة الحرجة .



شكل 10-3:
الكتاب في الشكل 9-3 يبدأ في الانزلاق عندما تتساوى قوة الدفع مع f_c أو تزيد .

يمكن إدراك الأسباب الرئيسية لهذا السلوك من الشكل 11-3 : فالسطحان المتلامسان أبعد من أن يكونا أملسين على الإطلاق ، وحتى الأسطح المصقولة ستبدو بهذا الشكل عند رؤيتها تحت تكبير عال . فإذا تلامس سطحان سوف تدخل النقط البارزة لأحد السطحين في وديان السطح الآخر ، وهذا يسبب مقاومة السطحين للانزلاق . ولكن ما أن يبدأ الانزلاق لن يجد السطحان وقتًا كافيًا لتلاحم أحدهما مع الآخر تلاحمًا كاملًا . ونتيجة لذلك تكون القوة اللازمة لاستمرار الحركة أقل من القوة اللازمة لبدء الحركة .

وكما هو متوقع من هذا النموذج فإن قوة الاحتكاك تعتمد على درجة تلاصق السطحين أحدهما مع الآخر ، وتوصف هذه السمة من سمات الموقف بما يسمى القوة العمودية F_N ، ومن أمثلتها القوة العمودية التي يؤثر بها سطح يحمل جسمًا على هذا الجسم . ويمثل الشكل 12-3أ قالبًا يدفع السطح الحامل إلى أسفل بقوة تساوي وزن القالب ، ومن جهة أخرى يدفع السطح الحامل ذلك القالب بقوة مساوية ومضادة ، أى أن $F_N = W_1$ في هذه الحالة . وبالمثل فإن قوة الدفع إلى أسفل



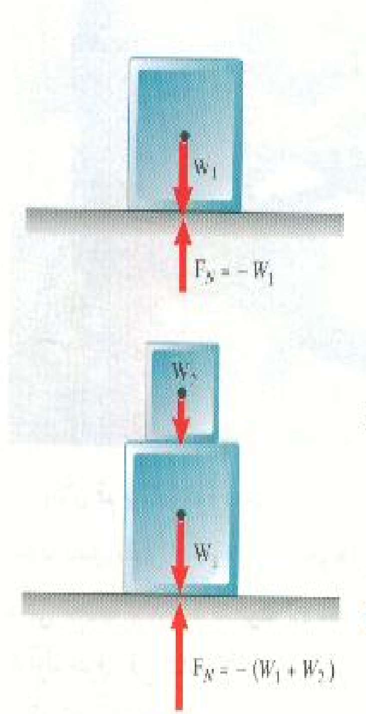
شكل 11-3 :
يظهر السطحان خشنين عند تكبيرهما .

على السطح الحامل تساوى مجموع وزنى القالبين ، أى أن القوة الحاملة هى في هذه الحالة : $F_N = W_1 + W_2$

تبين التجارب العملية أن مقدارى f_s و f_k يتناسب عادة مع F_N ، ويمكن وصف ذلك رياضيًا كما يأتى :

$$f_s = \mu_s F_N \qquad f_k = \mu_k F_N \qquad (3-3)$$

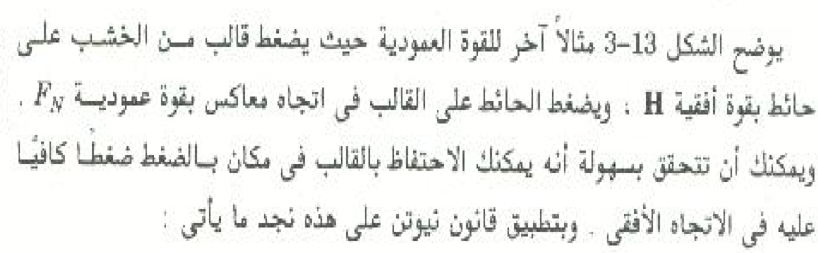
حيث μ هو الحرف اليونانى ميو . ويسمى العاملان f_s و f_k **معاملى الاحتكاك الاستاتيكى والحركى** ، على الترتيب . وتختلف قيمتا هذين العاملين اختلافًا كبيرًا ، ويعتمد ذلك على مادة كل من السطحين ودرجة نظافتهما وجفافهما ، ويمثل الجدول 3-3 بعض القيم النمطية لهذين العاملين .



شكل 3-12:
القوة العمودية F_N هى القوة التى يؤثر بها السطح الحامل على الجسم المحمول .

بالرغم من أن قوى الاحتكاك تعتمد بدرجة كبيرة على نعومة ونظافة السطحين ، يمكن وضع العبارتين التقريبيتين الآتيتين : (1) عند السرعات المنخفضة لا تتغير f_k كثيرًا مع السرعة عند انزلاق سطح على آخر ، (2) عندما تكون F_N ثابتة لا تعتمد قيمة كل من f_s و f_k تقريبًا على مساحة سطح التلامس بين الجسمين .

اتجاه قوة الاحتكاك يوازى السطحين دائمًا ، ولكن مقدار القوة يتناسب مع مقدار قوة الضغط على الجسمين .



يوضح الشكل 3-13 مثالاً آخر للقوة العمودية حيث يضغط قالب من الخشب على حائط بقوة أفقية **H** ، ويضغط الحائط على القالب فى اتجاه معاكس بقوة عمودية F_N . ويمكنك أن تتحقق بسهولة أنه يمكنك الاحتفاظ بالقالب فى مكان بالضغط ضغطًا كافيًا عليه فى الاتجاه الأفقى . وبتطبيق قانون نيوتن على هذه نجد ما يأتى :

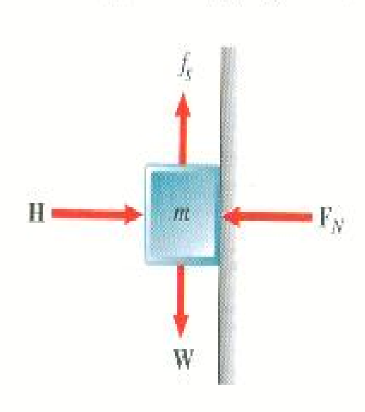
1 ـ بما أنه لا وجود لأى عجلة أفقية ، إذن $F_N = H$.

2 ـ لكى يظل القالب ساكنًا يجب أن يوجد احتكاك استاتيكى كاف إلى أعلى بحيث يتزن مع الجاذبية إلى أسفل . إذن $f_s = mg$.

إذن $f_s = \mu_s F_N = \mu_s H$ ، فى هذه الحالة . هذا مثال يبين أنه ليس من الضرورى أن تكون القوة العمودية رأسية ، ولكن اتجاهها يعتمد على توجيه السطحين .



مثال لمعامل احتكاك منخفض بين الثلج والبلاستيك .



شكل 3-13:
يمكن لقوة أفقية أن توفر الاحتكاك الكافى لمنع القالب من السقوط .

جدول 3-3 : بعض قيم معاملي الاحتكاك

المواد المتلامسة	μ_s	μ_k
مطاط على خرسانة جافة	~ 0.9	~ 0.7
مطاط على خرسانة مبتلة	0.7	0.5
خشب على جليد	0.08	0.06
حديد صلب على تفلون	0.04	0.04
حديد صلب على حديد صلب	0.75	0.57
حديد صلب على ثلج	0.02	0.01
خشب على خشب	0.7	0.4
معدن على معدن (مشحم)	0.10	0.07
زجاج على زجاج	0.9	0.4

مثال توضيحي 3-2

ارجع إلى الشكل 3-13 ، ما أقل قيمة للقوة H يجب أن تؤثر بها على القالب ليظل في مكانه ؟ كتلة القالب 2.2 kg ومعامل الاحتكاك الاستاتيكي بين الحائط والقالب 0.65 .

استدلال منطقي : وزن القالب هو $W = mg = (2.2\text{kg})(9.8\ \text{ms}^2) = 22\ \text{N}$ ، وقوة الاحتكاك الاستاتيكي إذن يجب أن تساوى هذه القوة في المقدار : $f_s = 22\ \text{N}$ ، حيث f_s يمكن أن تأخذ أى قيمة إلى :

$$f_s \leqslant f_c = \mu_s F_N = \mu_s H$$

وعليه فإن القوة المسلطة **H** يجب أن تكون :

$$H \geqslant \frac{f_s}{\mu_s} = \frac{22\ \text{N}}{0.65} = 34\ \text{N}$$

أى أن أقل قوة تخلق الاحتكاك الكافى لحفظ القالب في مكانه 34 N .

3-8 تطبيقات قانون نيوتن الثانى

أصبح لدينا الآن الخلفية الضرورية لتطبيق قانون نيوتن الثانى على مجموعة من المواقف المختلفة . وقبل أن نعرض للأمثلة سنوضح الطريقة العامة الواجب اتباعها فى الحل .

1 ـ ارسم رسمًا تخطيطيًا للمسألة .

2 ـ اعزل الجسم الذى سيطبق على القانون $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

3 ـ ارسم المخطط البيانى للجسم الحر للجسم المعزول موضحًا جميع القوى المؤثرة عليه ، ولا توضح القوى التى لا تؤثر على الجسم مباشرة .

4 ـ اختر نظام إحداثيات مناسب للمخطط البياني للجسم الحر وأوجد مركبات القوى .

5 ـ اكتب القانون $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ فى صورة معادلات للقوى المبينة فى المخطط البيانى للجسم الحر . وعند التعويض فى هذه المعادلات بالقيم العددية يجب أن تكون القوة $\mathbf{F}$ بالنيوتن والكتلة m بالكيلو جرام والعجلة $\mathbf{a}$ بالوحدات m/s^2 ؛ ولا تنس أن $m = W/g$.

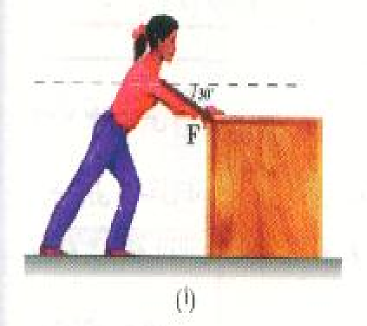
6 ـ حل معادلات المركبات بالنسبة إلى المجاهيل .

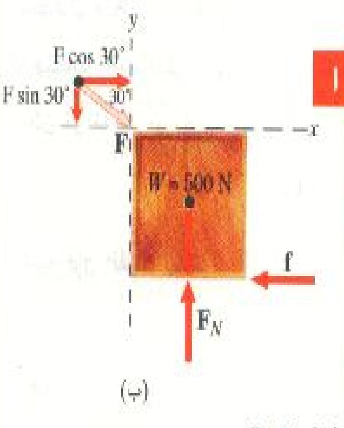
7 ـ تحقق من معقولية النتائج .

قد تضطر أحيانًا ، عندما يكون أكثر من جسم واحد متحركًا ، إلى تكرار الخطوات 2 إلى 5 لأجسام أخرى خلاف الجسم المعزول . ومع أننا لا نبين كل خطوة فى الأمثلة الآتية للاختصار فإن حذفها لا يقلل من أهميتها .

مثال 3-3 :

تدفع إمرأة صندوقًا يزن 500 N بقوة متجهة بزاوية قدرها °30 تحت الأفقى كما هو مبين بالشكل 14-3أ . (أ) ما قيمة F اللازمة لبدء انزلاق الصندوق ؟ (ب) إذا استمرت المرأة فى دفع الصندوق بنفس هذه القوة بعد بداية انزلاقه ، فماذا ستكون قيمة العجلة ؟ افترض أن الصندوق والأرضية مصنوعان من الخشب واستخدم قيم معاملات الاحتكاك المعطاة فى الجدول 3-3 .





شكل 14-3:
لاحظ أن القوة العمودية المؤثرة على الصندوق تساوى: $500\ N + F \sin 30°$.

استدلال منطقى : الجزء (أ)

سؤال : تحت أى شرط سوف يبدأ الصندوق فى الانزلاق ؟

الإجابة : عندما تكون القوة الأفقية المسلطة مساوية للقوة الحرجة للاحتكاك الاستاتيكى f .

سؤال : ما الكميات الضرورى معرفتها ليمكن إيجاد f_c ؟

الإجابة : $\mu_s = 0.7$ ، $f_c = \mu_s F_N$ ، كما هو واضح من الجدول 3-3 .

السؤال : ما المبدأ الممكن استخدامه لتعيين F_N ؟

الإجابة : المركبة الرأسية للعجلة تساوى صفرًا ؛ إذن $\Sigma F_y = 0$ طبقًا لقانون نيوتن الثانى . لاحظ وجود قوتين رأسيتين إلى أسفل وأن اتجاه F_N إلى أعلى .

سؤال : ما شكل المخطط البيانى للجسم الحر فى حالة الصندوق ؟

الإجابة : كما هو مبين بالشكل 14-3ب . عندما يبدأ الصندوق فى الانزلاق تكون $f = f_c$.

سؤال : ما الشرط اللازم تحققه حتى يبدأ الصندوق فى الانزلاق ؟

الإجابة : $F \cos 30° \geqslant f_c = (0.7) F_N$

الحل والمناقشة : لدينا معادلتان آنيتان فى مجهولين هما F و F_N ، ويجب أولًا إيجاد F_N بدلالة F :

$$F_N = W + F \sin 30°$$

لاحظ أن الأرضية يجب أن تحمل **أكثر** من مجرد الوزن . وطبقا لقانون نيوتن الثالث فإن القوة المؤثرة على الأرضية تساوى فى المقدار نفس هذا القدر من القوة .

بالتعويض عن F_N فى معادلة القوة الأفقية نحصل على :

$$F \cos 30° = (0.7)(F \sin 30° + 500\ N)$$

وبتجميع الحدود :

$$F[\cos 30° - 0.7(\sin 30°)] = 0.7\ (500\ N)$$

$$F(0.866 - 0.35) = 530\ N$$

$$F = \frac{350\ N}{0.516} = 678\ N$$

الآن يمكننا إيجاد F_N إن شئنا :

$$F_N = F \sin 30° + W = (678\ N)(0.500) + 500\ N = 839\ N$$

تحقق من تساوى القوتين الأفقيتين :

$$F \cos 30° = (678\ N)(0.866) = 587\ N$$

$$f_s = \mu_s F_N = 0.7(839\ N) = 587\ N$$

استدلال منطقى الجزء (ب) :

سؤال : لماذا سيتسارع الصندوق ؟

الإجابة : لأن الاحتكاك يقل إلى $f_k = \mu_k F_N$ بمجرد أن يبدأ الصندوق فى الحركة . إذا استمرت المرأة فى دفع الصندوق بالقوة السابق إيجادها فسوف يوجد صافى قوة فى الاتجاه الأفقى .

سؤال : هل ستتغير F_N ؟

الإجابة : $F_N = F \sin 30° + W$. لن يتغير شىء فى هذه العلاقة .

سؤال : ما قيمة صافى القوة الأفقية ؟

الإجابة : $587\ N - (0.4)(839\ N) = 587\ N - 336\ N = 251\ N$

سؤال : أى مبدأ يستخدم لتعيين العجلة ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى $a = F_{net}/m$ ، حيث m كتلة الصندوق .

سؤال : ما قيمة m ؟

الإجابة : ترتبط الكتلة بالوزن بالعلاقة $W = mg$ أو $m = W/g$.

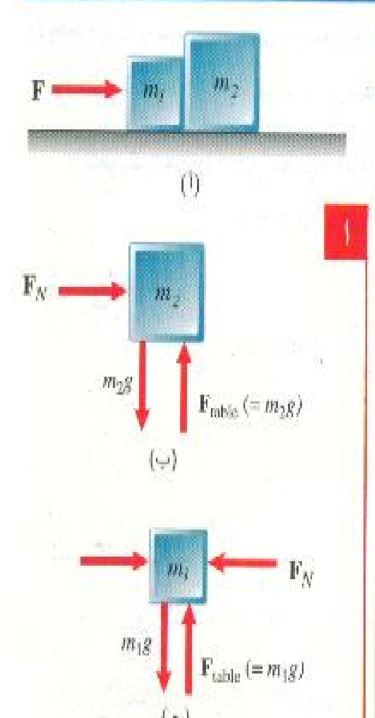
وهنا $m = (500\ N)/(9.8\ m/s^2) = 51\ kg$.

الحل والمناقشة : بالتعويض بالقيم العددية نجد أن $a = (251\ N)/(51\ kg) = 4.92\ m/s^2$.

مثال 3-4 :

قالبان كتلة الأول $m_1 = 1.0$ والثانى $m_2 = 2.0\ kg$ متلامسان أحدهما بالآخر على

منضدة أفقية كما هو مبين بالشكل 15-3أ ، وكان الاحتكاك بين كل من القالبين والمنضدة مهملاً . سلطت قوة **F** على m_1 فسببت تسارع القالبين إلى اليمين بعجلة $a = 3.0\ m/s^2$. (أ) ما مقدار القوة F ؟ (ب) ما قيمة قوتى التضاغط بين القالبين ؟



شكل 15-3:
المخطط البيانى للجسم الحر لكل من القالبين يبين قوتى التضاغط العموديتين بين القالبين .

استدلال منطقى :

سؤال : القالبان يتحركان معًا ، هل يمكن معاملتهما كجسم واحد كتلته $M = 3.0\ kg$ ؟

الإجابة : نعم ، فى الجزء (أ) .

سؤال : ما مبدأ تعيين F ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى : $F = ma = (3.0\ kg)(3.0\ m/s^2) = 9.0\ N$.

سؤال : القوة التضاغطية غير مبينة فى الشكل 15-3أ . كيف يمكن تعيينها ؟

الإجابة : سوف تظهر القوى التضاغطية عند عزل كل قالب فى المخطط البيانى للجسم الحر الخاص به . لابد أن تتواجد قوة عمودية أفقية من نوع ما بين القالبين لأنهما يدفعان معا .

سؤال : ما شكل المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بالقالب m_2 ؟

الإجابة : هذا مبين بالشكل 15-3ب . القوة **F** تؤثر على m_1 فقط ، ولذلك لا تظهر فى مخطط الجسم الحر الخاص بالقالب m_2 .

سؤال : ما المبدأ المستخدم لتعيين F_N ؟

الإجابة : F_N هى قوة التضاغط بين القالبين الأصليين ، وهى القوة الأفقية الوحيدة المؤثرة على m_2 ومن ثم فهى المسئولة عن عجلة m_2 طبقًا لقانون نيوتن الثانى .

سؤال : ما المعادلة التى تعطى F_N ؟

الإجابة : F_N $F_N = m_2a = (2.0\ kg)(3.0\ m/s^2) = 6.0\ N$.

سؤال : بماذا تتعين قوة التضاغط المؤثرة على m_1 ؟

الإجابة : ينص قانون نيوتن الثالث على أن هذه القوة مساوية ومضادة للقوة المؤثرة على m_2 .

سؤال : ما شكل المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بالكتلة m_1 ؟

الإجابة : هذا مبين بالشكل 15-3جـ .

الحل والمناقشة : لاحظ أن صافى القوة المؤثرة على m_1 وحدها هو $F - F_N$. (ما معنى الإشارة السالبة) . إذن ، بالنسبة للكتلة m_1 :

$$F - F_N = m_1a = (1.0\ kg)(3.0\ m/s^2) = 3.0\ N$$

وهذا يعطى $F_N = F - 3.0\ N = 6.0\ N$ ، وهو ما يتفق مع النتيجة الخاصة بالكتلة m_2 .

مثال 5-3 :

سيارة وزنها 3300 lb تتحرك بسرعة قدرها 38 mi/h . فى لحظة معينة ضغط السائق على الفرامل بشدة فتزحلقت السيارة حتى سكنت تمامًا . وأثناء التزحلق تعرضت

إطارات السيارة لقوة احتكاك قدرها حوالى 0.70 مرة قدر وزن السيارة . ما المسافة التى تقطعها السيارة قبل توقفها تمامًا ؟ اعتبر أن الحركة فى اتجاه المحور x .

1

استدلال منطقى :

سؤال : ما الكمية المطلوب تعيينها ؟

الإجابة : x المسافة التى قطعتها السيارة أثناء تباطؤها من سرعة قدرها 38 mi/h+ إلى الصفر .

سؤال : ما الذى يسبب توقف السيارة ؟

الإجابة : قوة احتكاك ثابتة قدرها 0.70 مرة قدر وزن السيارة .

سؤال : ما المبدأ الذى يربط هذه القوة بالتغير فى السرعة ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى . $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_{net}}{m}$. وحيث أن الاحتكاك هو القوة الأفقية الوحيدة ، إذن $\mathbf{F}_{net} = 0.70\ W_{car}$.

سؤال : لاستخدام قانون نيوتن الثانى يلزم معرفة كتلة السيارة . كيف نحصل عليها ؟

الإجابة : من العلاقة $m = W / g$.

سؤال : الآن أصبح كل ما نحتاجه لتعيين a باستخدام القانون الثانى معلومًا ، ولكن الزمن الذى تستغرقه السيارة لكى تتوقف تمامًا ما زال مجهولاً . هل هناك مبدأ يربط التغير فى مقدار السرعة مباشرة بالمسافة المطلوب إيجادها .

الإجابة : معادلة الحركة ذات العجلة المنتظمة التى تربط x مباشرة بالتغير فى مقدار السرعة هى :

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

وبإيجاد a من القانون الثانى يمكن حل هذه المعادلة بالنسبة إلى x .

سؤال : من الواضح أن بعض الوحدات غير متجانسة . هل يجب تحويلها ؟

الإجابة : نعم ، لأننا نستخدم نظام الوحدات SI فى هذا الكتاب . يجب تحويل الوزن بالباوند إلى النيوتن ، وعندئذ نحصل على الكتلة ، بالكيلو جرامات . يجب أيضًا تحويل الوحدة mi/h إلى m/s .

الحل والمناقشة :

1 ـ تحويل الوحدات يعطى :

$$W_{car} = (3300\ \cancel{lb})(4.45\text{N}/1\ \cancel{lb}) = 1.5 \times 10^4\ \text{N}$$

$$v_0 = (38\ \cancel{mi}/\cancel{h})(1.61\ \text{km}/\cancel{mi})(1.00\ \cancel{h}/3600\ \text{s}) = 1.7 \times 10^{-2}\ \text{km/s}$$
$$= 17\ \text{m/s}$$

2 ـ كتلة السيارة هى :

$$M_{car} = \frac{W_{car}}{g} = \frac{1.5\times10^4\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 1.5 \times 10^3\ \text{kg}$$

3 ـ قوة الاحتكاك تكون :

$$F_{net} = -0.70(1.5 \times 10^4\,N) = -1.0 \times 10^4\,N$$

الإشارة السالبة متفقة مع اتجاه قوة الاحتكاك وهو الاتجاه السالب للمحور x .

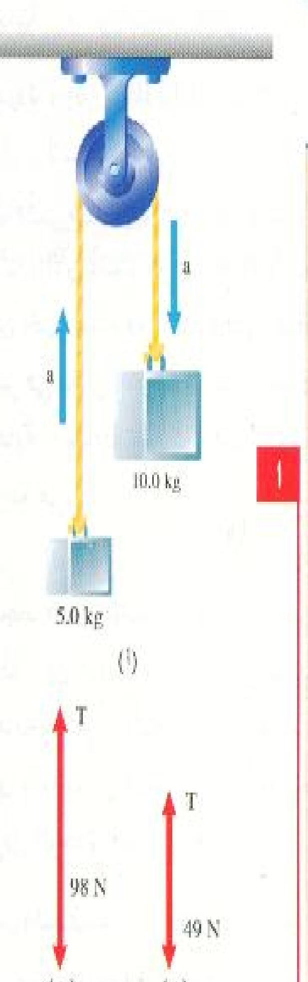
4 ـ العجلة هى :

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-1.0 \times 10^4\ N}{1.5 \times 10^3\ kg} = -6.9\ m/s^2$$

5 ـ إذن ، المسافة التى تقطعها السيارة قبل التوقف :

$$x = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0-(17\ m/s^2)}{2(-6.9\ m/s^2)} = 21\ m$$

هذا المثال يوضح كيف يمكن ربط المبدأين معًا ، فلإيجاد الحل اهتم بشكل خاص بكيفية تحويل كلمات المسألة إلى معادلات باستخدام هذين المبدأين .



شكل 16-3:
عجلتا القالبين متساويتان فى المقدار ومتضادتان فى الاتجاه كما هو مبين .

مثال 6-3 :

الكتلتان فى الشكل 16-3 مربوطتان فى طرفى حبل عديم الكتلة ، والحبل معلق على بكرة عديمة الكتلة وعديمة الاحتكاك* . أوجد عجلة الكتلتين . (هذا الجهاز يسمى آلة أتوود)

استدلال منطقى :

1

سؤال : هل تختلف عجلة إحدى الكتلتين عن الآخرى ؟

الإجابة : لا . فنحن نفترض أن الحبل لا يستطيل ، ولذلك فالكتلتان تتحركان بنفس العجلة .

سؤال : ما المبدأ الذى يعين العجلة ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى مطبقًا على كل كتلة على حدة .

سؤال : ما هى القوى المؤثرة على الكتلتين ؟

الإجابة : وزن كل من الكتلتين mg إلى أسفل ، والشد فى الحبل T ويتجه دائمًا فى اتجاه الحبل مبتعدًا عن الجسم المعلق فيه .

سؤال : ما شكل المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بكل من الكتلتين ؟

الإجابة : كما هو مبين بالشكلين 16-3ب ، جـ . لاحظ عدم وجود البكرة فى الشكلين لأنها تقوم فقط بحمل الحبل .

سؤال : أثناء حركة المجموعة تكون إحدى الكتلتين صاعدة إلى أعلى وتكون الأخرى هابطة إلى أسفل . كيف نختار الاتجاه الموجب للمتجهات ؟

* ذكر فى نص المسألة أن الحبل والبكرة عديمى الكتلة حتى يمكن إهمال عزمى قصورهما الذاتيين . ولأن البكرة عديمة الكتلة وعديمة الاحتكاك فى نفس الوقت يكون الشد فى الحبل متساويًا على جانبى البكرة .

الإجابة : حيث أننا سنطبق قانون نيوتن الثاني علـى كـل مـن الكتلتـين علـى حـدة ، يمكننا اختيار اتجاه حركة كل كتلة باعتباره الاتجاه الموجب لحركتها . ونظـرًا لأن الكتلـة 10 kg أكبر من الأخرى فإنها سوف تتحرك إلى أسفل .

سؤال : ما هما المعادلتان الناتجتان من تطبيق قانون نيوتن الثاني في هاتين الحالتين ؟

الإجابة : $98\ N - T = (10\ kg)a$

$$T - 49\ N = (5\ kg)a$$

لاحظ وجود مجهولين هما a و T ، ولذلك يجب حل هاتين المعادلتين آنيا .

الحل والمناقشة : بجمع المعادلتين يمكن حذف T والحصول على معادلة واحـدة يجب حلـها بالنسبة إلى a :

$$98\ N - \cancel{T} + \cancel{T} - 49\ N = (10\ kg)a + (5\ kg)a = (15\ kg)a$$

إذن :

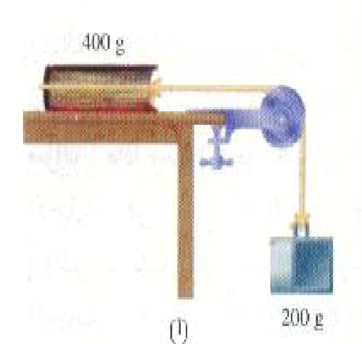
$$T = \frac{49\ N}{16\ kg} = 3.3\ m/s^2$$

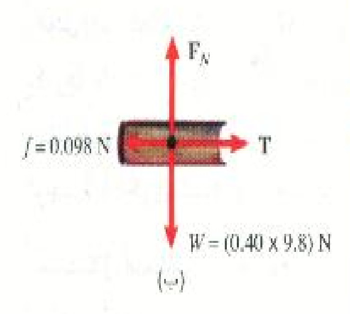
ويمكنك إن شئت التعويض عن a في إحدى المعادلتين السابقتين لإيجاد الشد في الحبل :

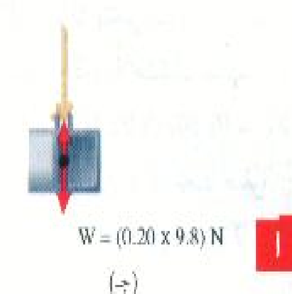
$$T = (5\ kg)(3.3\ m/s^2) + 49\ N = 65\ N$$

تمرين : ما هي الصورة العامة لمعادلـة عجلـة هـذا النظام إذا كـانت الكتلـة الأكـبر m_1 والكتلة الأصغر m_2 ؟

الإجابة : $a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)g$







شكل 3-17:
بالرغم من أن قوة الاحتكاك تعوق الحركـة إلا أن وزن الكتلة 200 g كبيرا كبرا كافيا بحيث يسبب حركة الجسمين . أما وزن الكتاب فيتزن مع دفع المنضدة .

مثال 3-7 :

يمثل الشكل 3-17أ كتابًا كتلته 400 g على منضدة مربوطًا في خيط يمر على بكـرة لا احتكاكية عديمة الكتلة ويتعلق في طرفه الآخـر كتلة قدرها 200 g . ويمثل الشكلان 3-17ب ، 3-17جـ الخططين البيانيين للجسم الحر للكتاب والكتلة المعلقة فـي الخيـط . بفرض أن معاملي الاحتكاك هما $\mu_s = 0.4$ ، $\mu_k = 0.2$ ، (أ) هـل تبـدأ المجموعـة فـي الحركة إذا حررت من السكون ؟ (ب) وإذا تحركت المجموعة ، فما قيمة عجلة الكتاب ؟

استدلال منطقي الجزء (أ):

سؤال : ما معنى أن البكرة لا احتكاكية وعديمة الكتلة ؟

الإجابة : معنى ذلك أن دوران البكرة لا يحتاج إلى أي قوة مهما كـانت ، وأن الـهدف الوحيد منها هو تغيير اتجاه الشد في الخيط .

سؤال : ما الشرط اللازم لبدء حركة الكتاب ؟

الإجابة : أن تكون قوة الشد التي يؤثر بها الخيط على الكتاب مساوية على الأقل للقوة

الحرجة للاحتكاك الاستاتيكى f_c .

سؤال : كيف يمكن تعيين مقدار الشد فى الخيط ؟

الإجابة : بتطبيق قانون نيوتن الثانى على كل من الكتاب والكتلة 200 kg . لاحظ أن الخيط يقيد الجسمين بحيث يتحركان معًا ، ومن ثم يجب أن يكون مقدارا عجلتيهما متساويين عندما يكونا فى حالة حركة .

سؤال : هل يجب أن يتساوى الشد فى الحبل على جانبى البكرة ؟

الإجابة : نعم ، طالما كانت البكرة لا احتكاكية وعديمة الكتلة ، وهذه نتيجة مباشرة طبقًا لقانون نيوتن الثالث . هذا وسوف نتعرض للبكرات « الحقيقية » فى فصول لاحقة .

سؤال : ما المعادلات التى سنحصل عليها من قانون نيوتن الثانى عند تطبيقه على الكتاب ؟

الإجابة : $F_N = W = (0.400 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 3.92 \text{ N}$ للاتجاه الرأسى ،

$T - f = (0.400 \text{ kg})a$ للاتجاه الأفقى .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من قانون نيوتن الثانى بالنسبة للكتلة المعلقة ؟

الإجابة : $(0.200 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) - T = (0.200 \text{ kg})a$. لاحظ فى هذه المعادلة وكذلك فى المعادلة المذكورة فى الإجابة السابقة أننا قد افترضنا أن الاتجاه الموجب للمتجهات هو ذلك الاتجاه الذى يمكن أن يتحرك كل جسم فيه .

سؤال : ماذا ستكون قيمة الشد فى الحالة الاستاتيكية ؟

الإجابة : فى تلك الحالة $a = 0$ ، وعليه فمن الإجابة السابقة $T = 1.92 \text{ N}$.

سؤال : ما قيمة قوة الاحتكاك الحرجة ؟

الإجابة : $f_c = \mu_s F_N = (0.40)(3.92 \text{ N}) = 1.6 \text{ N}$.

الحل والمناقشة : لاحظ أن هذه القوة وحدها لا يمكنها الإمساك بالكتاب ضد قوة الشد وقدرها 1.92 N . والسؤال الجوهرى السابق طرحه وهو « ماذا إذا كانت هذه حالة استاتيكية ؟ » إجابته أن هذا مستحيل فيزيائيًا . ذلك أن الكتاب سوف ينزلق ما لم توجد قوة أخرى لمساعدة الاحتكاك .

استدلال منطقى الجزء (ب) :

سؤال : ماذا يتغير نتيجة لحركة الكتاب ؟

الإجابة : قوة الاحتكاك ستكون قوة احتكاك استاتيكى :

$f = \mu_k F_N = (0.20)(3.92 \text{ N}) = 0.80 \text{ N}$ ، وهى أقل من f_c . وأيضًا ، T لن تساوى الوزن المعلق لأن a لم تعد صفرًا . هذا وقد رأينا سابقًا أن قانون نيوتن الثانى يعطى معادلتين تحتويان على a و T .

الحل والمناقشة : المعادلتان اللتان تحتويان على a و T هما :

$$1.92 - T = (0.200 \text{ kg})a \quad \text{و} \quad T - 0.80 \text{ N} = (0.400 \text{ kg})a$$

وبجمع هاتين المعادلتين يحذف الشد T :

$$1.92 \text{ N} - 0.80 \text{ N} = 1.12 \text{ N} = (0.600 \text{ kg})a$$

وهذا يعطى $a = 1.87\ m/s^2$. وبالتعويض فى أى من المعادلتين نحصل على T :

$$T - 0.80\ N = (0.400\ kg)(1.87\ m/s^2) = 0.748\ N$$

$$T = 0.80\ N + 0.748\ N = 1.55\ N$$

تحقق من صحة عدد الأرقام المعنوية فى النتيجة .

مثال 8-3 :

أثناء التحقيق فى حادث سيارة على طريق سريع لاحظت ضابطة الشرطة أن السيارة قد تركت أثر تزحلق على الطريق طوله 20.0 m ، وكان الطريق مرصوفاً بالخرسانة المستوية الجافة . افترضت الضابطة أن السائق قد ضغط بأقصى شدة على فرامل فى بداية التزحلق ، وكان حد السرعة فى تلك المنطقة من الطريق 50 km/h . هل تستطيع الضابطة فرض غرامة تخطى السرعة على السائق ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما المبدأ الذى يربط بين المعطيات عن سرعة السيارة قبل استخدام الفرامل ؟

الإجابة : معادلة الحركة التى تحتوى على v_0 ، v_f ، a ، x ؛ أى $v_f^2 = v_0^2 + 2ax$

حيث x مسافة التزحلق ؛ $v_f = 0$.

سؤال : ما عدد المجاهيل فى المسألة ؟

الإجابة : اثنان هما a و v_f .

سؤال : ما المبدأ الآخر الممكن تطبيقه والذى يحتوى على أحد هذين المجهولين على الأقل ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى للحركة . والعجلة هنا تسببها قوة احتكاك انزلاقى بين الإطارات والطريق .

سؤال : ما المعادلة التى تعطيها هذه المعلومات ؟

الإجابة : $m\mathbf{a} = \mathbf{F}_{net} = \mathbf{f}$ ، حيث مقدار القوة يساوى $f = \mu_k F_N = \mu_k W_{car}$ وكتلة السيارة تساوى m .

سؤال : هل نحتاج إلى إيجاد كتلة السيارة ووزنها ؟

الإجابة : حيث أن $W_{car} = mg$ فإن m تظهر فى طرفى معادلة القانون الثانى فإنها تختصر .

سؤال : ما قيمة معامل الاحتكاك ؟

الإجابة : يبين الجدول 3-3 أن $\mu_k = 0.7$ للمطاط على الخرسانة الجافة .

الحل والمناقشة : المعادلتان اللتان نحصل عليهما فى هذه الحالة هما :

$$v_0^2 + 2ax = 0 \quad \text{و} \quad ma = \mu_k mg \quad \text{أو} \quad a = -\mu_k g$$

اتجاه العجلة هو الاتجاه $-x$ ، وعليه يجب استخدام الإشارات الصحيحة لمقادير المتجهات عند التعويض في معادلات المتجهات . أما المعادلة الثانية فتعطى :

$$a = -(0.7)(9.8\ m/s^2) -7\ m/s^2$$

وهكذا نجد أن :

$$v_0 = [2(7\ m/s^2)(20.0\ m)]^{1/2} = 17\ m/s$$

وبتحويل هذه الكمية إلى km/h نحصل على :

$$v_0 = (17\ m/s)(3600\ s/h)(1\ km/1000\ m) = 61\ km/h$$

أي أن السائق كان متخطيًا حد السرعة في لحظة استخدامه للفرامل .

3-9 الوزن وانعدام الوزن

تشاهد أحيانًا ظاهرة فيزيائية مدهشة تسمى انعدام الوزن عندما تكون الأجسام متسارعة . ومع أننا سنؤجل مناقشة انعدام الوزن في السفن الفضائية أثناء الدوران في أفلاكها إلى ما بعد مناقشة الحركة في دائرة ، إلا أننا نناقش هنا أمثلة أخرى لانعدام الوزن . ويمكن تفهم هذه الظاهرة فهمًا عميقًا بدراسة حالة جسم معلق في سقف مصعد كما هو مبين بالشكل 18-3 . وفي هذا المثال تمثل قراءة الميزان الزنبركي ما يسمى عادة وزن الجسم . ونظرًا لأننا عرفنا الوزن سابقًا بأنه قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم ، يمكننا تسمية قراءة الميزان الزنبركي هنا **بالوزن الظاهري** للجسم .



شكل 18-3:
قراءة الميزان الزنبركي هي قوة شد الخطاف للدلو ، وهى تمثل الوزن الظاهرى للجسم .

يوضح المخطط البياني للجسم الحر المبين بالشكل 18-3ب القوى المؤثرة على الدلو وهما اثنتان فقط : قوة الجاذبية (وزن الدلو) W وقوة الشد إلى أعلى ، ولتكن T ، التي يشد بها الخطاف الدلو* . وحيث أن شد الخطاف إلى أعلى يساوى قراءة الميزان ، إذن الوزن الظاهرى للدلو يساوى هذه القيمة .

الحالة 1 : المصعد ساكنًا

حيث أن $\mathbf{a}_y = 0$ في هذه الحالة ، تتحول المعادلة $\Sigma \mathbf{F}_y = m\mathbf{a}_y$ إلى

$$\Sigma \mathbf{F}_y = 0 \qquad \text{أو} \qquad T - W = 0$$

إذن $T = W$ وتكون قراءة الميزان W ، هذا يعنى أن الوزن الظاهرى للدلو يساوى قوة الجاذبية المؤثرة عليه .

الحالة 2 : المصعد متحركًا بسرعة ثابتة

حيث أن السرعة ثابتة تكون العجلة صفرًا ، ومن ثم فإن التحليل السابق استخدامه في

* أهملنا الوزن الصغير للخطاف .

الحالة 1 ينطبق هنا أيضًا وتكون قراءة الميزان W . أى أن الوزن الظاهرى يساوى الوزن الفعلى .

الحالة 3 : المصعد متسارعًا إلى أعلى

لنرمز للعجلة بالرمز $\mathbf{a}_y$. فإذا اعتبرنا الاتجاه الرأسى إلى أعلى اتجاهًا موجبًا فإن العلاقة $\Sigma\mathbf{F}_y = m\mathbf{a}_y$ تأخذ الصورة :

$$T - W = m\mathbf{a}_y$$

ومنه نجد أن :

$$\text{الوزن الظاهرى} = T = W + m\mathbf{a}_y$$

ويكون الوزن الظاهرى للدلو هنا أكبر من قيمته عند السكون . هذا يعنى أن الخطاف يجب أن يعادل قوة الجاذبية وأن يعطى بالإضافة إلى ذلك قوة إضافية غير متزنة قدرها $T - W$ إلى أعلى حتى يسبب العجلة الرأسية إلى أعلى (لاحظ مدى أهمية تعريف اتجاه موجب للقوى والعجلة) .

الحالة 4 : المصعد متسارعًا إلى أسفل

إذا اعتبرنا الاتجاه إلى أعلى موجبًا كما فى الحالة السابقة تصبح العجلة سالبة هنا . ومن العلاقة $\Sigma\mathbf{F}_y = m\mathbf{a}_y$ نجد أن :

$$T - W = -m\mathbf{a}_y$$

ومنه :

$$\text{الوزن الظاهرى} = T = W - m\mathbf{a}_y$$

من الواضح أن الوزن الظاهرى للدلو فى هذه الحالة أقل من قوة الجاذبية المؤثرة عليه .

من الحالات الهامة أيضًا حالة السقوط الحر للجسم حيث تكون عجلة الحركة مساوية لعجلة الجاذبية ، $\mathbf{a}_y = g$. وحيث أن $W = mg$ فإن :

$$T = mg - mg = 0$$

وبذلك يظهر الدلو « عديم الوزن » . ما تفسير ذلك السلوك فى مثالنا عن المصعد ؟ عندما يكون الدلو فى حالة سقوط الحر يكون الميزان فى نفس الحالة ، ولن يستطيع الخطاف المتصل بالدلو التأثير عليه بقوة إلى أعلى تحفظه فى مكانه ، لهذا السبب تهبط قراءة الميزان إلى الصفر ويظهر الدلو عديم الوزن . هذه النتيجة صحيحة أيضًا حتى إذا كنا نستخدم ميزانًا قبانيًا لقياس وزن الدلو . ففى ظروف السقوط الحر يكون طرفا الميزان (والدلو الموضوع عليه) متحركين بنفس العجلة g ، ولن يحتاج اتزان قضيب الميزان إلى أى أثقال .

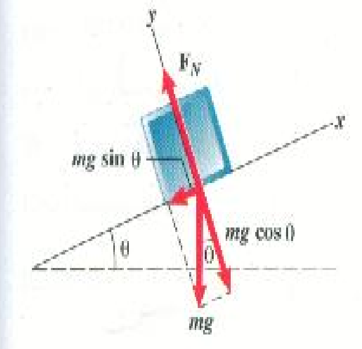
بالرغم من أن هذا الموقف افتراضى فإنه يوضح بالتأكيد أن الوزن الظاهرى لجسم

يعتمد وبصورة حرجة على عجلته . وعمومًا يمكن تلخيص شرط انعدام الوزن أثناء السقوط الحر كما يأتي :

يكون الجسم عديم الوزن (ذى وزن ظاهرى يساوى الصفر) طالما كانت قوة الجاذبية هى القوة الوحيدة المؤثرة على الجسم .

وسوف نرى فى الفصل السابع أن هذا الشرط ينطبق أيضًا على الأقمار الصناعية وجميع محتوياتها فى المدارات الجذبية حول الأرض (أو الكواكب أخرى على السواء) . إذن ، مع أننا نعرف الوزن بأنه قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم ، يجب أن نتذكر أن الوزن المقاس ، والذى نسميه الوزن الظاهرى ، **يختلف عن هذه القوة إذا كان الجسم الذى يقوم بوزنه متسارعًا** . ولكن هذه العجلة تكون صفرًا فى غالبية الحالات التى نتعرض لها .

3-10 الحركة على مستوى مائل



شكل 19-3:

عند تناول حركة جسم على مستوى مائل من المناسب أن يؤخذ المحوران x و y فى الاتجاه الموازى للمستوى المائل والعمودى عليه ، على الترتيب . بعدئذ تحلل القوى إلى مركباتها فى اتجاه هذين المحورين .

الحركة على مستوى مائل ، أو منحدر ، نوع هام من الحركة فى بعد واحد ، ويمثل الشكل 19-3 منحدرًا يصنع زاوية قدرها θ بالنسبة للأفقى . وزن الجسم الموضوع على المنحدر mg ما زال رأسيًا إلى أسفل ، كما أن القوة العمودية التى يؤثر بها المنحدر على الجسم (طبقًا للتعريف) تكون عمودية على المنحدر . وحيث أن الحركة مقيدة بحيث تحدث على استقامة المنحدر ، فإنه من الأنسب اختيار المحور x **على استقامة المنحدر** والمحور y عموديًا عليه .

ولمواصلة المناقشة بالطريقة التى اتبعناها سابقًا يجب تحليل جميع القوى الممثلة فى المخطط البيانى للجسم الحر إلى مركبات موازية لهذين المحورين . لاحظ فى الشكل أن الوزن mg قد تم تحليله إلى المركبة x وتساوى $mg \sin \theta$ على استقامة المنحدر إلى أسفل (فى الاتجاه $-x$) والمركبة y وتساوى $mg \cos \theta$ فى الاتجاه $-y$. هل ترى لماذا كانت الزاوية θ فى الوضع المبين فى هذا الشكل ؟ أما القوة F_N فتكون كليًا فى الاتجاه $+y$. وإذا وجد احتكاك فإنه يتحتم أن يكون فى الاتجاه x ، موجبًا أو سالبًا بحيث يكون دائمًا فى عكس اتجاه حركة الجسم (أو ميل الجسم للحركة فى حالة السكون) .

لنلخص الشروط التى تحكم المحورين :

1 ـ حيث أن الحركة فى الاتجاه العمودى على المنحدر محظورة ، يجب أن يكون مجموع القوى فى الاتجاه y صفرًا طبقًا لقانون نيوتن الأول .

2 ـ الحركة تكون كلية على استقامة الاتجاه x ويحكمها قانون نيوتن الثانى .



الحركة على مستوى مائل .

مثال توضيحى 3-3

افترض أن الاحتكاك مهمل وأن القوى الوحيدة المؤثرة على الجسم هى المبينة بالشكل 19-3 . (أ) احسب الزمن اللازم لانزلاق الجسم إلى أسفل على منحدر يميل بزاوية

قدرها $40°$ مسافة قدرها 1 m . (ب) أوجد سرعة الجسم عند قاع المنحدر .

استدلال منطقي: لاشتقاق المعادلات الملائمة يجب تطبيق الشرطيين السابق ذكرهما عاليه .
في الاتجاه العمودي على المنحدر يجب أن يكون $F_N = mg\cos\theta$ (وليس mg) . أما صافي القوة في تجاه المنحدر فيكون $mg\sin\theta$ إلى أسفل ، وهذه القوة تسبب تسارع الجسم في ذلك الاتجاه بعجلة قدرها :

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{mg\sin\theta}{m} = g\sin\theta$$

هذه العجلة يمكن استخدامها في نفس معادلات الحركة في بعد واحد والتي استخدمت سابقًا :

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ax = 0 + 2(g\sin\theta)x$$

حيث يختار الاتجاه $+x$ موازيًا للمنحدر إلى أسفل في اتجاه الحركة . وأيضًا ، بوضع $v_0 = 0$ نجد أن :

$$x = 0 + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(g\sin\theta)t^2$$

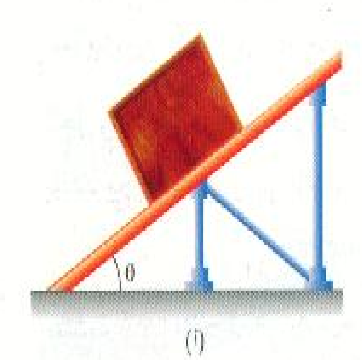
و :

$$v_f = 0 + at = (g\sin\theta)t$$

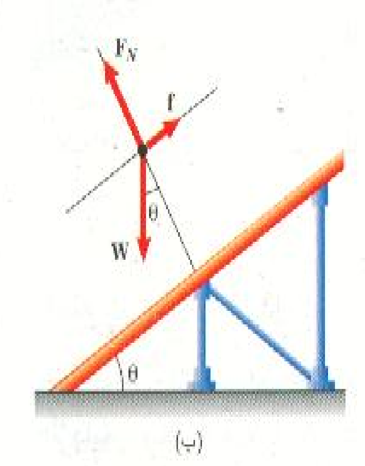
بذلك تكون إجابتا السؤالين كما يلي :

(أ) $$t = \frac{v_f}{g\sin 40} = 0.564\ \text{s}$$

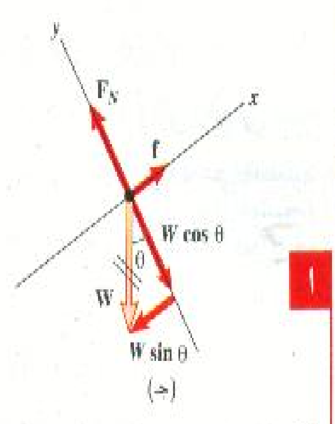
(ب) $$v_f = [2(9.8\ \text{m/s}^2)(\sin 40°)(1\ \text{m})]^{1/2} = 3.55\ \text{m/s}$$



(أ)



(ب)



(جـ)

شكل 20-3:

مثال 9-3 :

وضع صندوق على مستوى مائل كما هو مبين بالشكل 20-3أ . (أ) أوجد التعبير العام ، بدلالة m ، θ ، μ_s ، لأكبر زاوية θ تسمح للصندوق أن يظل ساكنًا . (ب) أوجد التعبير العام لعجلة الصندوق على المستوى المائل إلى أسفل عندما تكون زاوية ميله أكبر من القيمة السابقة :

استدلال منطقي الجزء (أ):

سؤال : ما شكل المخطط البياني للجسم الحر الخاص بالصندوق ؟

الإجابة : هذا المخطط يبين بالشكل 20-3ب . تذكر أن الاحتكاك يؤثر دائما في اتجاه موازٍ للسطحين المتلامسين وفي عكس اتجاه الحركة . ومن ثم يكون الاحتكاك في هذه الحالة إلى أعلى على المنحدر .

سؤال : ما الشرط الضرورى تحققه حتى يظل الصندوق فى مكانه ؟

الإجابة : صافى القوة المؤثرة عليه يجب أن يكون صفرًا . هذا يعنى أن كلاً من المركبتين x و y لصافى القوة يجب أن يساوى صفرًا .

سؤال : أى المعادلات يعطى هذا الشرط ؟

الإجابة : فى الاتجاه الموازى للمنحدر $mg \sin \theta = f$.

فى الاتجاه العمودى على المنحدر $F_N = mg \cos \theta$.

سؤال : بماذا تتعين قوة الاحتكاك الاستاتيكى f ؟

الإجابة : تتعين f بقوة التضاغط F_N بين السطحين المتلامسين . ويمكن أن تأخذ f أى قيمة ضرورية للاتزان مع $mg \sin \theta$ وإلى قيمة عظمى قدرها $\mu_k F_N$.

الحل والمناقشة : عندما تكون قيمة الزاوية أكبر ما يمكن يجب أن تتساوى $f_c = \mu_s F_N$ بالكاد مع مركبة الوزن فى اتجاه المستوى إلى أسفل $mg \sin \theta_c$. إذن :

$$\mu_s F_N = \mu_s \, mg \cos \theta_c = mg \sin \theta_c$$

وبقسمة طرفى المعادلة على $mg \cos \theta_c$ نجد أن :

$$\frac{\sin \theta_c}{\cos \theta_c} = \tan \theta_c = \mu_s$$

وعليه فإن أكبر زاوية ، وتسمى **زاوية السكون** ، تكون :

$$\theta_c = \tan^{-1} \mu_s$$

استدلال منطقى الجزء (ب) :

سؤال : ما الخاصية الفيزيائية التى تتغير عند زيادة زاوية الميل عن θ_c ؟

الإجابة : يتغير الاحتكاك الاستاتيكى إلى احتكاك ديناميكى . إذن .

$$f = \mu_k mg \cos \theta$$

عندما تكون $\theta > \theta_c$

سؤال : ما قيمة صافى القوة فى اتجاه المنحدر عندما يبدأ الصندوق فى الانزلاق ؟

الإجابة : هذا يتوقف على اختيارنا للاتجاه الموجب . فإذا اعتبرنا الاتجاه الموازى للمنحدر إلى أسفل موجبًا فإن :

$$F_{net} = W \sin \theta - f = mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta$$

سؤال : ما المبدأ الذى يمكننا من حساب العجلة من المعطيات ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى :

$$mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta = ma$$

اتجاه جميع هذه الكميات إلى أسفل على استقامة المنحدر .

الحل والمناقشة : بحل هذه المعادلة بالنسبة إلى a نحصل على :

$$a = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta)$$

لاحظ أن الكتلة قد اختصرت . هذا يعنى أن عجلة كل الكتل تكون واحدة طالما كانت معاملات الاحتكاك واحدة . لنختبر مضمون هذه النتيجة العامة فى بعض الحالات الخاصة الهامة :

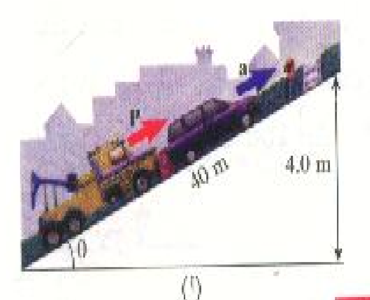
1 ـ **غياب الاحتكاك** . فى هذه الحالة يكون $\mu_k = 0$ و $a = mg\sin\theta$ ، وهى نفس النتيجة السابق الحصول عليها فى المثال التوضيحى 3-1 .

2 ـ **المنحدر الرأسى** . إذا كان $\theta = 90°$ فإن $\sin\theta = 1$ ، $\cos\theta = 0$. ومن ثم فإن $a = g$ وهى حالة السقوط الحر كما هو متوقع .

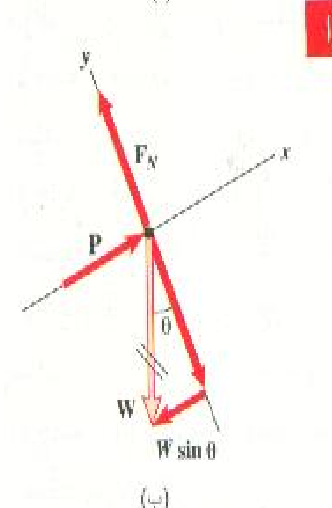
من المفيد دائمًا دراسة الحالات الحدية للحل الجبرى العام .

مثال 3-10 :

يراد دفع سيارة كتلتها 1200 kg على تل يرتفع بمقدار 4.0 m كل 40 m بعجلة قدرها $0.50\ m/s^2$ كما هو مبين بالشكل 3-21أ . ما مقدار قوة الدفع على السيارة حتى تتحرك بهذه العجلة ؟ إهمل الاحتكاك .



(أ)



(ب)

شكل 3-21:
مركبة الوزن المؤثرة فى اتجاه مواز للتل إلى أسفل تتعادل مع جزء من قوة الدفع P ، وتنتج العجلة الموازية للتل إلى أعلى نتيجة للجزء المتبقى من P .

استدلال منطقى :

سؤال : فيم يختلف هذا الموقف عن الأمثلة السابقة ؟

الإجابة : فى هذه المرة توجد قوة مسلطة P (من كلمة push بمعنى دفع) فى اتجاه المستوى المائل إلى أعلى .

سؤال : لإيجاد مركبتى وزن السيارة يلزم معرفة زاوية ميل التل . ما العلاقة بين المسافات المعطاة فى الرسم وهذه الزاوية ؟

الإجابة : من تعريف جيب الزاوية نجد أن :

$$\sin\theta = \frac{4.0\ m}{40\ m} = 0.10$$

إذن : $\theta = \sin^{-1} 0.10 = 5.7°$. ويمثل الشكل 3-21ب المخطط البيانى للجسم الحر بالنسبة للسيارة .

سؤال : ما المبدأ الذى يربط الدفع P بالعجلة ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى بحيث يطبق على الحركة فى اتجاه مواز للتل .

سؤال : ما المعادلة الممكن استنتاجها من هذا المبدأ ؟

الإجابة : باختيار اتجاه الصعود على التل اتجاهًا موجبًا للعجلة نجد أن :

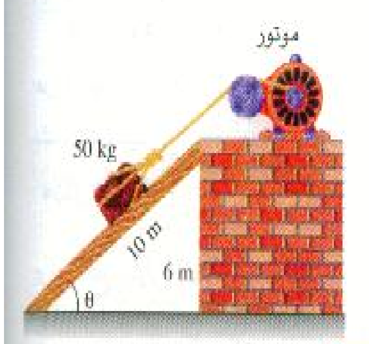
$$P - mg\sin\theta = ma$$

(حيث اعتبرنا أن الاحتكاك مهمل) .

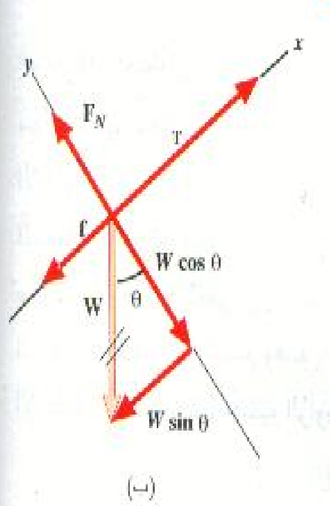
الحل والمناقشة: بحل المعادلة السابقة بالنسبة إلى P نجد أن :

$$P = ma + mg \sin \theta$$
$$= (1200 \text{ kg})(0.50 \text{ m/s}^2) + (1200 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.10)$$
$$= 600 \text{ N} + 1200 \text{ N} = 1800 \text{ N}$$

لاحظ أننا لا نحتاج إيجاد قيمة θ . كل ما استخدمنا هو النسبة بين ضلعي المثلث في الشكل 21-3 . أما إذا طلب إيجاد القوة العمودية F_N فسوف نحتاج معرفة قيمة θ لحساب $\cos \theta$. هذا ويبين الحدان في الحل قيمة الدفع اللازم ، حيث تقوم القوة 1200 N لمجرد التعادل مع مركبة وزن السيارة الموازية للتل إلى أسفل ، بينما تقوم القوة الثانية وقدرها 600 N بإنتاج العجلة المطلوبة .







شكل 22-3:
حيث أن القالب يتحرك صاعدًا على المستوى المائل بسرعة ثابتة فإن الشد الناتج من الموتور يجب أن يتزن تمامًا مع مجموع قوة الاحتكاك ومركبة الوزن الموازية للمستوى المائل إلى أسفل .

مثال 11-3 :

يشد موتور قالبًا كتلته 50 kg على مستوى مائلاً صعودًا كما هو مبين بالشكل 22-3 . فإذا كان معامل الاحتكاك بين القالب والتل 0.70 ، فما قيمة الشد في الحبل بفرض أن القالب يتحرك بسرعة ثابتة المقدار ؟

استدلال منطقي :

سؤال : ماذا يعني الشرط المذكور بأن مقدار السرعة ثابت ؟

الإجابة : هذه طريقة للقول أن العجلة تساوي صفرًا .

سؤال : ما هو المبدأ الذي ينطبق على المسألة إذن ؟

الإجابة : قانون نيوتن الأول : $F_{net} = 0$ في الاتجاهين الموازي للمستوى المائل والعمودي عليه . ذلك أن القانون الأول يتعامل مع السرعة الصفرية ببساطة باعتبارها مثالاً للشرط الأعم بأن السرعة ثابتة .

سؤال : ما المعادلات التي يعطيها القانون الأول في هذه الحالة ؟

الإجابة : بالاستعانة بالمخطط البياني للجسم الحر الخاص بالقالب (شكل 21-3ب) نحصل على :

(للاتجاه الموازي للمستوى المائل) $T - W \sin \theta - F = 0$.

(للاتجاه العمودي على المستوى المائل) $F_N - W \cos \theta = 0$.

سؤال : هل يمكن تعيين القوة f من المعطيات ؟

الإجابة : حيث أن القالب ينزلق ، إذن :

$$f = \mu_k F_N = \mu_k mg \cos \theta$$

الحل والمناقشة: من المعادلة الخاصة بالاتجاه الموازي للمستوى المائل نحصل على :

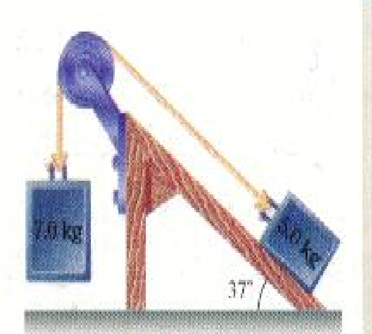
$$T = (0.70)(950 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(8/10) + (50\text{kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(6/10)$$

هل يمكنك أن ترى لماذا يمثل الكسران جيب الزاوية وجيب تمامها ؟ وعليه فإن الإجابة النهائية هي :

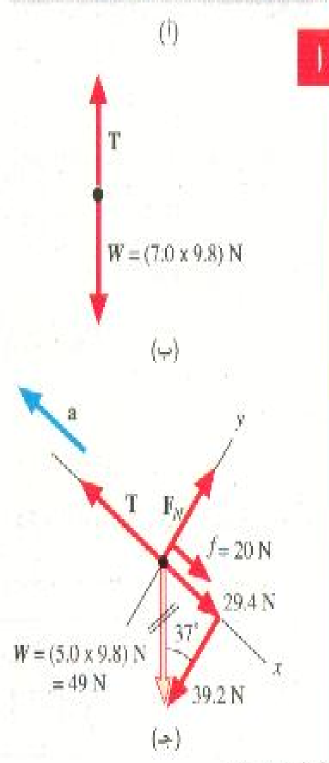
$$T = 270\ \text{N} + 290\ \text{N} = 560\ \text{N}$$

مثال 3-12 :

وضعت مجموعة من قالبين على مستوى مائل زاوية ميله °37 كما هو مبين بالشكل 3-23أ . بفرض أن معاملى الاحتكاك بين المستوى المائل والقالب ذى الكتلة 5 kg هما $\mu_s = 0.70$ ، $\mu = 0.50$ ؛ (أ) إثبت أن المجموعة سوف تبدأ فى الانزلاق بمجرد تركها ، (ب) ما قيمة عجلتى القالبين ؟



(أ)



شكل 3-23:
(أ) القالب ذو الكتلة 7 kg يسقط رأسيًا إلـى أسـفل جاذبًا القـالب ذا الكتلة 5 kg إلى أعلى على المستوى المـائل . (ب) المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بالقالب ذى الكتلة 7 kg . (جـ) المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بالقالب ذى الكتلة 5 kg .

استدلال منطقى   الجزء (أ):

سؤال : كيف يمكن إثبات أن المجموعة سوف تبدأ فى الانزلاق ؟

الإجابة : افترض أنه سوف يلتصق ثم إثبت أن القيم العددية الناتجة مستحيلة وغير متسقة .

سؤال : ما شكل المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بكل من القالبين ؟

الإجابة : كما هو موضح بالشكلين 3-23ب ، جـ . عند تناول الحالة الاستاتيكية تكون f هى قوة الاحتكاك الاستاتيكى .

سؤال : ما المعادلات التى تنطبق على الحالة الاستاتيكية ؟

الإجابة : بالنسبة للقالب ذى الكتلة 7 kg :

$$T - (7.0\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 0$$

ومنه نجد مباشرة أن $T = 69$ N . وبالنسبة للقالب ذى الكتلة 5 kg :

$$T - f - (5.0\ \text{kg})\ (9.8\ \text{m/s}^2)(\sin 37°) = 0$$

وبوضع $T = 69$ N تتحول هذه المعادلة إلى الصورة :

$$f = 69\ \text{N} - 29\text{N} = 40\ \text{N}$$

سؤال : كيف نعلم ما إذا كانت قوة احتكاك بهذا القدر ممكنة أم غير ممكنة ؟

الإجابة : القيمة العظمى للقوة f هو f_c التى تعطى بالعلاقة :

$$f_c = \mu_s F_N = \mu_s mg \cos 37°$$

الحل والمناقشة: من المعادلة الأخيرة نجد أن $f_c = (0.70)(49\ \text{N})(0.80) = 27\ \text{N}$ بينما شرط الالتصاق يتطلب أن تكون $f_c = 40$ N . وهكذا يمكن استنتاج أن الالتصاق غير ممكن فى هذا الموقف وأن المجموعة سوف تنزلق .

1

استدلال منطقى الجزء (ب) :

سؤال : ماذا يتغير فى الفرض السابق بمجرد أن يبدأ القالبان فى الانزلاق ؟

الإجابة : تعطى f الآن بالمعادلة $f = \mu_k\, mg \cos 37°$ ، والشد T لن يكون مساويًا لوزن القالب ذى الكتلة 7 kg .

سؤال : ما المبدأ الذى ينطبق الآن ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى مع تطبيقه على كل قالب على حدة .

سؤال : ما هى المعادلات الناتجة ؟

الإجابة : بالنسبة للقالب ذى الكتلة 7 kg :

$$69\ \mathrm{N} - T = (7.0\ \mathrm{kg})a$$

وبالنسبة للقالب ذى الكتلة 5 kg :

$$T - (49\ \mathrm{N})(0.60) - (0.50)(49\ \mathrm{N})(0.80) = (5.0\ \mathrm{kg})a$$

الحل والمناقشة : لاحظ مرة ثانية أن القالبين لهما نفس العجلة . وكما فعلنا فى الأمثلة السابقة ، بجمع المعادلتين يمكن حذف T وبذلك يمكن إيجاد a :

$$69\ \mathrm{N} - (49\ \mathrm{N})(0.60) - (0.50)\,(49\ \mathrm{N})(0.80) = (7.0\ \mathrm{kg} + 5.0\ \mathrm{kg})a$$

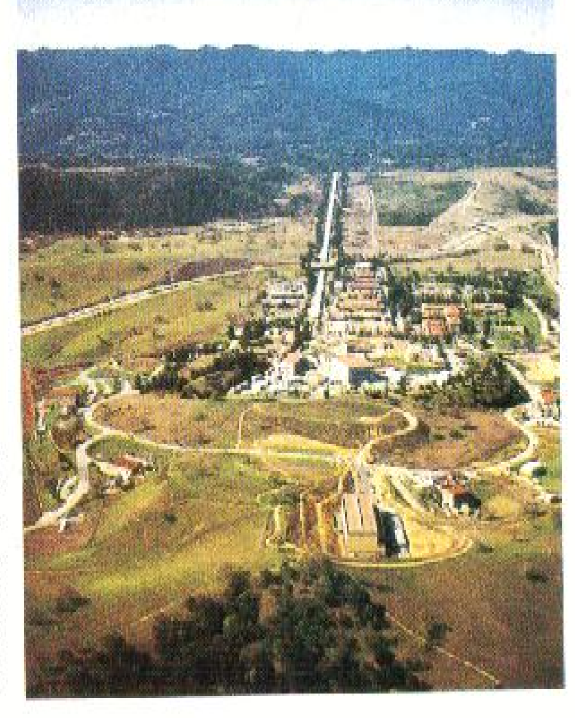
ومنه نجد أن :

$$a = \frac{19.6\ \mathrm{N}}{12\ \mathrm{kg}} = 1.6\ \mathrm{m/s^2}$$

وعليه التعويض بهذه القيمة فى أى من معادلتى القانون الثانى للحصول على الشد ، وستجد عندئذ أن $T = 57\ \mathrm{N}$.

3-11 وجهة نظر حديثة : الكتلة عند السرعات العالية

يشار إلى الفيزياء كما كانت معروفة قرب نهاية القرن التاسع عشر باسم الفيزياء الكلاسيكية . وكان المعتقد فى ذلك الوقت أن جميع المبادئ الأساسية الضرورية لوصف الظواهر الفيزيائية قد تم اكتشافها كلها . ولكن مع بداية القرن العشرين بدأ الفيزيائيون فى إجراء تجاربهم على الذرة ، وكان من أهم نتائج هذه الدراسة اكتشاف الجسيمات فائقة الصغر الداخلة فى تركيب الذرة . ولكن المبادئ الفيزيائية للقرن التاسع عشر كانت قاصرة عن تفسير كيفية سلوك هذه الجسيمات . كذلك قام إينشتين بنشر نظريته النسبية التى تعتبر تحويرًا لقوانين نيوتن عندما تقترب سرعة الجسيمات من سرعة الضوء . وباتساع آفاق التجربة العملية وامتدادها إلى الظواهر الأصغر والأسرع أصبحت الحاجة أكثر إلحاحًا لتحويرات ثورية فى الفيزياء الكلاسيكية حتى يمكن تفسير النتائج . هذه التطويرات الجديدة تسمى الفيزياء **الحديثة** ، بالرغم من أنها بدأت منذ حوالى قرن كامل .

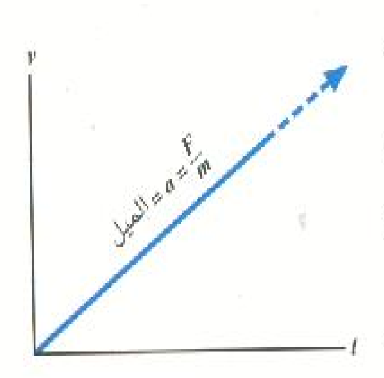


معجل ستانفورد الخطى وطوله ميلان تكتسب الإلكترونات فى هذا المعجل سرعات تقترب من سرعة الضوء ، ولكنها لا يمكن أن تزيد عنها . إن سلوك الجسيمات عالية السرعة فى معجلات الجسيمات مثل هذا المعجل تتفق مع نظرية أينشتين النسبية .

إن الموضوع الأساسى فى هذا المقرر هو الفيزياء الكلاسيكية التى مازلت تحتفظ بقيمتها كأداة سليمة قوية لوصف العالم فى كثير من النواحى العملية . من الضرورى أيضًا فهم المبادئ الكلاسيكية أولاً حتى يمكن فهم واستيعاب التحويرات الحديثة بشكل كامل . ومع ذلك فإننا سنتقدم فى متن هذا الكتاب بعض وجهات النظر الحديثة حينما تكون متصلة بالموضوعات الكلاسيكية دون إدعاء بأننا نتناولها بشكل كامل صارم . وسوف نعالج هذه الموضوعات الحديثة ببعض التفصيل فى الفصول الأخيرة .

سنقوم فى رحلتنا الجانبية الأولى فى عالم الفيزياء الحديثة بالتعرف على كيفية سلوك كتلة الجسم عند السرعات الفائقة .

يظهر من تعريف الكتلة واستخدامها فى قانون نيوتن للحركة ما يعنى أن الكتلة خاصية متأصلة ثابتة من خواص الجسم . ورأينا فى وزن الجسم أنه قد يتغير من حالة إلى أخرى ، ويعتمد هذا التغير على عجلة الجسم أو التغيرات فى قوة الجاذبية المؤثرة عليه ، ولكننا كنا نفرض أن الكتلة تظل ثابتة دائمًا . والواقع أن الكتلة بالنسبة إلى نيوتن وغيره من الفيزيائيين الكلاسيكيين كانت مقياسًا لكمية المادة التى يحتويها الجسم ، ومن ثم فإنها ثابتة بالتعريف .

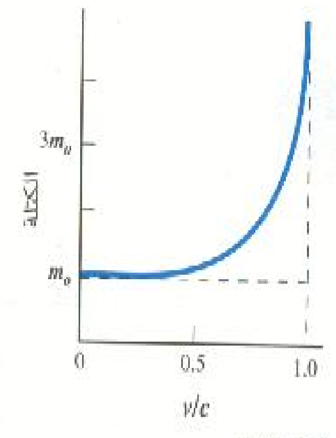


شكل 3-24:
منحنى v مقابل t عند ثبوت القوة طبقًا لقانون نيوتن الثانى . الميل الثابت للمنحنى يعنى زيادة ثابتة غير محدودة فى v طالما استمر تأثير القوة F .

وباعتبار وجهة النظر هذه للكتلة بالإضافة إلى العلاقة $v = at$ يمكننا ملاحظة أن قانون نيوتن الثانى يتنبأ أن سرعة الجسم تزداد بلا حدود طالما استمر صافى القوة فى إمداد العجلة إلى الجسم :

$$v = at = \frac{F}{m}t \qquad (3\text{-}4)$$

ويوضح الشكل 24-3 أن السرعة v تزداد زيادة خطية مع الزمن t طالما استمر تأثير القوة F .
وفي بداية القرن العشرين قدم ألبرت أينشتين نظرية النسبية التي بدت متناقضة مع بعض الأفكار الأساسية للفيزياء الكلاسيكية . ويتمثل أحد هذه التناقضات في تنبؤه أن أي جسم لا يمكن أن يتسارع إلى سرعات أكبر من سرعة الضوء (ورمزها c) ، في حين أنه ليس في قوانين نيوتن ما يضع أي حد علوي كهذا لسرعة الأجسام (c = 300,000 km/s أو أكثر قليلاً من 186,000 mi/s) . وقد أثبتت التجارب صحة تنبؤ أينشتين بالفعل فالإلكترونات مثلاً أمكن تعجيلها في إحدى التجارب باستخدام قوى كبيرة ولأزمنة كافية لإعطائها سرعات أكبر كثيرًا من سرعة الضوء بفرض صحة قوانين نيوتن ، ولكن سرعاتها المقاسة أثبتت أن الإلكترونات تتحرك بسرعة قدرها 0.99999992 c « فحسب » .



شكل 25-3:
كتلة الجسم المتحرك تقترب من مالانهاية عندما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء .

ولكي نفهم هذا التناقض الواضح ونضع تفسيرًا له من الضرورة التعرف على وجهة نظر أينشتين في الكتلة . تتنبأ نظرية النسبية أن كتلة الجسم تزداد بزيادة سرعته طبقًا للعلاقة الرياضية :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (3-5)$$

حيث m_0 تسمى كتلة السكون أو **الكتلة السكونية** وهي تكافئ الكتلة « العادية » التي استخدمناها خلال الفصل . ويمكن فهم ما تعنيه المعادلة (5-3) برسم منحنى m مقابل v/c (شكل 25-3) وكذلك بدراسة المعادلة (5-3) . تبين هذه المعادلة أنه طالما كانت v أصغر كثيرًا من c ، بحيث يمكن اعتبار $1 \gg v^2/c^2$ ، فإن الجذر التربيعي في الطرف الأيمن للمعادلة يساوي 1 عمليًا ، وهذا يعني أن $m = m_0$. هذا الشرط يناظر الجزء الأفقي أساسًا في المنحنى الموضح في شكل 25-3 والذي يمتد من $v/c = 0$ إلى حوالي $v/c = 0.4$. وفقط عندما تقترب v من c تبدأ m في الاختلاف عن m_0 اختلافًا كبيرًا . لاحظ أنه عندما تقترب v من c (أي عندما تقترب v/c من 1) سوف يصبح المقام في المعادلة (5-3) صفرًا ، وهذا يعني أن الكتلة ستصبح **لا نهائية** من الكبر .

هل يعني هذا أن الجسم يزداد كبرًا بطريقة ما أنه يجمع المزيد من المادة ؟ لا على الإطلاق . ولكي نفهم ما يحدث علينا الرجوع إلى مفهوم الكتلة كمقياس للقصور الذاتي للجسم ؛ أي « مقاومة » الجسم للتغيرات في السرعة عندما تؤثر القوة عليه . وفي إطار هذا المفهوم تفيدنا نظرية النسبية أن الجسم عندما تقترب سرعته من سرعة الضوء سوف يحتاج المزيد و المزيد من القوة لتغيير سرعته ، أي أن قصوره الذاتي سوف يزداد .

هل نستنتج من ذلك أن نيوتن كان مخطئًا ؟ قبل الإجابة عن هذا السؤال علينا أن نتذكر أن السرعات التي نتعامل معها في كل خبراتنا العملية (وخبرات نيوتن أيضًا) صغيرة جدًا بالنسبة إلى c ؛ وقوانين نيوتن صالحة جدًا في جميع هذه الحالات . كذلك فإن معادلة أينشتين متفقة تمامًا مع قوانين نيوتن عند السرعات « المنخفضة » . ويظهر جمال معادلة أينشتين في أنها توضح صراحة كيف يلزم تعديل وتحوير قوانين نيوتن

عندما تكون السرعات فى مدى أبعد من خبرتنا اليومية .

ويمكننا أن نرى بالضبط كيف يتحور قانون نيوتن الثانى عندما تكون القوة المؤثرة ثابتة . كذلك فإنه يتنبأ بأن حد السرعة هو c وهو ما يمكن إثباته بالتعويض عن m من المعادلة (3-5) فى المعادلة (3-4) :

$$v = \frac{F}{m}t = \frac{Ft}{m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{Ft}{m_0}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

لاحظ أن المعادلة تحتوى الآن على v فى كلا طرفيها ؛ ولذا يجب إعادة ترتيب الحدود حتى يمكن حلها بالنسبة إلى v . علينا أولاً تربيع كلا الطرفين للتخلص من علامة الجذر التربيعى :

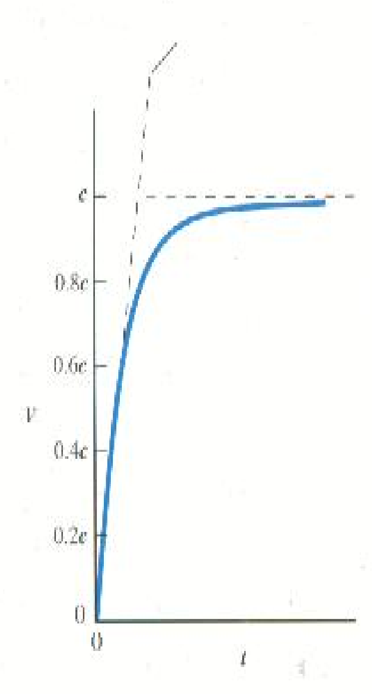
$$v^2 = \left(\frac{Ft}{m_0}\right)^2 = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = \left(\frac{Ft}{m_0}\right)^2 - \left(\frac{Ft}{m_0 c}\right)^2 v^2$$

والآن نقوم بتجميع الحدود المحتوية على v^2 ثم أخذ v^2 كعامل مشترك :

$$v^2\left[1-\left(\frac{Ft}{m_0 c}\right)^2\right] = \left(\frac{Ft}{m_0}\right)^2$$

وأخيرا بأخذ الجذر التربيعى للنتيجة :

$$v = \frac{Ft/m_0}{\sqrt{1+(Ft/m_0 c)^2}} \qquad (3\text{-}6)$$



شكل 26-3:
السلوك النسبوى للسرعة v كدالة فى الزمن t تحت تأثير قوة ثابتة . لاحظ أن الميل الابتدائى هو العجلة « الكلاسيكية » F/m_0 . وعندما تقترب v من c يقل الميل ، وهو ما لا يعنى زيادة فى الكتلة .

المعادلة السابق تبين أن اعتماد السرعة على زمن تأثير القوة أكثر تعقيدًا مما سبق ، إذ أنها تحتوى على t فى البسط والمقام على السواء . ويمثل الشكل 26-3 منحنى v مقابل t طبقًا للمعادلة (3-6) . من هذا نرى أن سلوك v عند السرعات المنخفضة سلوك خطى ميله يساوى F/m_0 . وهو العجلة فى قانون نيوتن الثانى بالضبط . لاحظ أنه بزيادة الزمن زيادة كبيرة ، بحيث يمكن إهمال الوحدة فى الكمية الموجودة تحت الجذر التربيعى ، نجد أن **القيمة الحدية** للسرعة v تكون :

$$v\,(\text{as } t \to \infty) = \frac{Ft/m_0}{\sqrt{(Ft/m_0 c)^2}} = c$$

هذا وتتنبأ نظرية النسبية لأينشتين أيضًا أن قياسات الكميتين الأساسيتين الأخريين فى الميكانيكا ، وهما الطول والزمن ، يتغيران عند السرعات العالية جدًا . وسوف تناقش هذه التنبؤات المذهلة للنسبية بشكل أكثر تفصيلاً فى الفصل السادس والعشرين .

أهداف التعلم

الآن وقد أنهيت هذا الفصل ينبغي أن تكون قادرًا على :

1 - تعريف (أ) القصور الذاتي ، (ب) الكتلة ، (جـ) صافي القوة ، (د) النيوتن ، (هـ) القوة العمودية ، وقوة الاحتكاك ، (ز) معامل الاحتكاك .

2 - كتابة قانون نيوتن الأول وضرب بعض الأمثلة للتوضيح .

3 - كتابة قانون نيوتن الثاني بالألفاظ وفي صورة معادلة . تحديد معنى a ، m ، F_{net} . شرح أهمية عزل الجسم عند تطبيق هذا القانون .

4 - كتابة قانون نيوتن الثالث وإيجاد قوتي الفعل ورد الفعل في مواقف بسيطة .

5 - التعرف على القوة المؤثرة على جسم في مواقف بسيطة ورسم المخطط البياني للجسم الحر. من الضروري أن تتضمن المواقف قوى الاحتكاك والتضاغط والشد .

6 - إيجاد القوة العمودية التي يؤثر بها سطح صلب على جسم متلامس معه .

7 - ربط قانون نيوتن الثاني مع معادلات الحركة ذات العجلة المنتظمة لتعيين حركة الأجسام الواقعة تحت تأثير قوى ثابتة .

8 - التعرف على قوة الاحتكاك (مقدارًا واتجاهًا) المؤثرة على جسم في مواقف مختلفة بمعلومية معاملات الاحتكاك بين الجسم والسطح .

9 - ذكر العلاقة بين كتلة ووزن جسم . كتابة شرط تساوي الوزن الظاهري لجسم وقوة الجاذبية المؤثرة عليه . كتابة شرط انعدام وزن الجسم .

10 - تحليل القوى المؤثرة على جسم يحمله مستوى مائل إلى مركبات موازية للمستوى المائل ومركبات عمودية . تطبيق قانون نيوتن الثاني على جسم فوق مستوى مائل بدلالة هذه المركبات .

ملخص

الوحدات المشتقة والثوابت الفيزيائية

القوة :

$$1 \text{ newton (N)} = 1 \text{ kg . m/s}^2$$

تعريفات ومبادئ أساسية :

الكتلة : كتلة الجسم هي مقياس لقصوره الذاتي ، أو مقاومة الجسم للتغيير في حالة حركته . والكتلة أحد الأبعاد الفيزيائية الأساسية وهي معرفة بالكيلو جرام المعياري الدولي .

القوة : القوة تفاعل فيزيائي متبادل إذا أثر وحده على جسم فإنه يسبب تسارعه . النيوتن الواحد هو صافي القوة الذي يعطي جسمًا كتلته 1 kg عجلة قدرها 1 m/s^2 .

قوانين نيوتن للحركة :

القانون الأول : إذا كان المجموع الاتجاهي للقوى الخارجية المؤثرة على جسم ما يساوي صفرًا فإن سرعة الجسم تظل ثابتة . يعرف هذا القانون أيضًا بمبدأ القصور الذاتي .

القانون الثاني : صافي القوة المؤثرة على جسم ينتج عجلة تتناسب مع صافي القوة وفي اتجاهه . ثابت التناسب هو مقلوب الكتلة :

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_{net}}{m} \quad \text{أو} \quad \mathbf{F}_{net} = m\mathbf{a}$$

القانون الثالث : إذا أثر جسم A بقوة $\mathbf{F}$ على الجسم B فإن B يؤثر على A بقوة مساوية ومضادة $-\mathbf{F}$.

خلاصة :

1 ـ تعرف خاصية ميل الجسم للاحتفاظ بحالة حركته بالقصور الذاتي للجسم . كلما زاد القصور الذاتي للجسم ، كلما اشتد هذا الميل . المقياس الكمي للقصور الذاتي في وجود القوة هو كتلة الجسم .

2 ـ تعرف الكتلة بأنها بعد أساسي في الفيزياء ، وتقاس بالكيلو جرامات في نظام الوحدات SI . والكتلة كمية قياسية .

3 ـ يعني القانون الثاني ضمنيًا أنه إذا كان صافي القوة المؤثرة على جسم ساكن صفرًا فإن الجسم يستمر في حالة السكون لأن هذه حالة خاصة تناظر $v = 0$.

4 ـ تغيير حالة حركة جسم ما يتطلب صافي قوة خارجي . والجسم لا يمكنه تغيير مقدار أو اتجاه السرعة بالقوى الداخلية .

5 ـ القانون الثاني معادلة اتجاهية ويمكن تطبيقها بشكل منفصل على كل من المركبات المتعامدة للحركة .

6 ـ يمكن الآن تفسير أمثلة الحركة ذات العجلة المنتظمة في بعد واحد (الفصل الثاني) على أنها نتيجة لتأثير صافي قوة ثابت في اتجاه الحركة . ذلك أن $\mathbf{a}$ ثابتة ، ومن ثم فإن الجسم لا يستطيع تغيير الاتجاه .

7 ـ القوتان المتساويتان والمتضادتان في القانون الثالث لا تؤثران على نفس الجسم ، بل إن كل قوة تؤثر على أحد الجسمين المتفاعلين .

العلاقة بين الوزن والكتلة :

الوزن (W) يتناسب مع الكتلة (ولا يساويها) . ويعتمد ثابت التناسب على مقدار قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم . هذا المقدار يمكن أن يتغير ، ويتوقف ذلك على ما إذا كان الجسم موجودًا على الأرض أو القمر أو في الفضاء الخارجي . ثابت التناسب عند وجود الجسم على الأرض وهو عجلة السقوط الحر g . وفي الصورة الرياضية :

$$m = W/g \quad \text{أو} \quad W = mg$$

خلاصة :

1 ـ الوزن قوة أبعادها مختلفة عن الكتلة ، وتقاس القوة في نظام الوحدات SI بالنيوتن .

2 ـ الوزن كمية متجهة ، واتجاه الوزن هو اتجاه قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم .

3 ـ الكتلة لا تعتمد على ظروف الجاذبية حيث يوجد الجسم بعكس الوزن .

4 ـ الوزن الظاهري لجسم **لا يساوي** mg إذا كان الجسم متحركًا بعجلة . ويكون الوزن الظاهري لجسم ما أكبر من mg إذا كان الجسم متسارعًا في اتجاه مضاد لقوة الجاذبية ، ويكون أصغر من mg إذا كان الجسم متسارعًا في نفس اتجاه الجاذبية . وإذا كانت الجاذبية هي القوة الوحيدة المؤثرة على جسم ما فإن هذا الجسم يكون في حالة سقوط حر ويكون « عديم الوزن » (أي أن وزنه الظاهري يساوي صفرًا) .

القوة العمودية :

القوة العمودية بين سطحين متلامسين أحدهما مع الآخر هي قوة التضاغط العمودية على السطحين .

قوى الاحتكاك :

قوى الاحتكاك الاستاتيكية : هي قوى بين سطحين متلامسين ساكنين ، واتجاهها مضاد لاتجاه القوة التي تحاول بدء انزلاق أحد السطحين على الآخر . وعليه فإن قوة الاحتكاك الاستاتيكي هي قوة موازية للسطحين ويمكن أن تأخذ أي قيمة . وحتى قيمة عظمى حرجة معينة f_s ، وبعدها يبدأ انزلاق السطحين أحدهما على الآخر . ويعطى مقدار هذه القيمة العظمى بالعلاقة :

$$f_s = \mu_s F_N$$

حيث F_N هي القوة العمودية على السطحين . والكمية μ_s هي معامل الاحتكاك الاستاتيكي وتعتمد قيمتها على طبيعة السطحين ومادتيهما .

قوة الاحتكاك الحركي : هي قوة بين سطحين متلامسين ينزلق أحدهما على الآخر ، واتجاهها مضاد لاتجاه الحركة الانزلاقية . هذه القوة موازية أيضًا للسطحين ، ويعطى مقدارها بالعلاقة :

$$f_k = \mu_k F_N$$

حيث μ_k معامل الاحتكاك الحركة ، وتعتمد قيمته أيضًا على طبيعة السطحين ومادتيهما ، كما أن قيمته أصغر دائمًا من μ_s .

خلاصة :

1 ـ مقدار كل من f_s و f_k يعتمد على القوة العمودية على السطحين ، ولكن اتجاههما موازى للسطحين .

2 ـ معاملا الاحتكاك كميتان لا بعديتان ، أى لا أبعاد لهما .

3 ـ f_k لا تعتمد بدرجة ملحوظة على السرعة الانزلاقية بين السطحين .

4 ـ لا يعتمد أى من القوتين f_s و f_k بدرجة ملحوظة على مساحة التلامس بين السطحين .

الحركة على المستويات المائلة :

أى حركة على مستوى مائل مقيدة بحيث تكون فى اتجاه المنحدر ، ومن ثم فإن المجموع الجبرى لمركبات القوة فى الاتجاه العمودى على المستوى المائل يجب أن تساوى صفرًا .

المجموع الجبرى لمركبات القوة فى الاتجاه الموازى للمستوى المائل هو المسؤول عن الحركة فى الاتجاه الموازى للمستوى المائل :

$$\Sigma F_x = m\mathbf{a}$$

إذا كانت θ هى زاوية ميل المستوى المائل بالنسبة إلى الأفقى تكون مركبة الوزن الموازية للمستوى المائل إلى أسفل $mg \sin \theta$ ، وتكون مركبة الوزن العمودية عليه $mg \cos \theta$.

قوى الاحتكاك موازية دائمًا للمنحدر واتجاهها عكس اتجاه الحركة أو الميل إلى الحركة .

الكتلة عند السرعات العالية :

لا يمكن أن تتسارع الأجسام إلى سرعات تساوى سرعة الضوء c أو تزيد عنها . وعندما تقترب سرعة الجسم من c تزداد كتلته (قصوره الذاتي) مما يجعل زيادة السرعة أعلى من ذلك أكثر صعوبة . وتعتمد الكتلة على العجلة تبعًا للعلاقة :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

أسئلة وتخمينات

1 ـ لماذا يميل المسافر إلى الانزلاق على مقعده عندما تنعطف السيارة بسرعة فى طريق منحنٍ ؟ لماذا تسقط كرتونة البيض من فوق المقعد عند توقف السيارة بسرعة كبيرة ؟

2 ـ ميز بين الكتلة والوزن والقصور الذاتي تمييزًا واضحًا ؟

3 ـ حدد بوضوح قوى الفعل ورد الفعل فى كل مما يأتى : طفل يركل علبة من الصفيح ، الشمس تحفظ الأرض فى مدراها كرة تكسر زجاج نافذة ، والد يصفع ابنه ، كرة ترتد من سطح منضدة ، قارب يجر متزحلقًا على الماء .

4 ـ عجلة الجاذبية على سطح القمر حوالى $1.67\ m/s^2$. ما وزن جسم على سطح القمر إذا كانت كتلته المقاسة على سطح الأرض 2 k ؟ وما وزنه على سطح الأرض ؟ وما كتلته على سطح القمر ؟

5 ـ إذا علمت أن وزن الأجسام على سطح القمر حوالى سدس وزنها على سطح الأرض ، فهل تقدر بالتأكيد على رفع لاعب كرة قدم ثقيل إذا كان كلاهما على سطح القمر ؟ هل يمكنك إيقافه بسهولة إذا كان يجرى بسرعة معقولة على سطح القمر ؟

6 ـ هل يمكن لجسم على سطح الأرض أن يتسارع إلى أسفل بمعدل أكبر من g ؟

7 ـ افترض أن قالبًا قد أسقط من ارتفاع قدره بضعة سنتيمترات فى يدك وهى مفتوحة ومستقرة على سطح منضدة مستوية . لماذا يحتمل أن تصاب يدك فى هذا الموقف حتى إذا كانت تستطيع التقاط القالب بيدك الحرة بدون إصابة ؟

8 ـ لماذا يعتقد بوجه عام أن الشخص السكران يتعرض فى المتوسط لإصابات طفيفة عند وقوعه على الأرض بالمقارنة بالشخص غير السكران ؟ لماذا قد تكون هذه الفكرة صحيحة ؟

9 ـ لندرس أدوات المسح الكبيرة المستخدمة فى مسح ردهات وأروقة المدارس . من السهل سحب المسحة على الأرضية إذا كان ذراعها تصنع زاوية صغيرة فقط مع الأرضية . أما إذا كانت الزاوية بين الذراع والأرضية كبيرة جدًا فلن يمكن تحريك المسحة على الأرضية مهما كانت القوة المستخدمة كبيرة . اشرح ذلك . هل يمكن إيجاد علاقة بين الزاوية الحرجة للانزلاق ومعامل الاحتكاك بين الأرضية والمسحة ؟

10 ـ يوزن جسم فى مصعد . إذا بدأ المصعد فى التسارع إلى أعلى فجأة ، ماذا يحدث إذا كان الجهاز المستخدم فى عملية الوزن (أ) ميزان زنبركى ؟ (ب) ميزان تحليلى ذو كفتين ؟ (جـ) ميزان ذو ذراعين غير متساويين ؟

11 ـ صدمت سيارة متحركة سيارة أخرى ساكنة من الخلف . فى هذه الحالة تختلف الأضرار التى يتعرض لها السائقان اختلافًا واضحًا إن حدثت . اشرح ما يحدث لكل سائق .

12 ـ احسب قيمة تقديرية لأقل مسافة تتسارع خلالها سيارة من السكون إلى 10 m/s بفرض أن موتور السيارة قوى جدًا .

13 ـ من أين تأتى القوة التى تسبب تسارع لاعب القفز العالى إلى أعلى فى اللحظة التى يترك فيها الأرض ؟ قدر قيمة القوة التى يقع اللاعب تحت تأثيرها فى قفزة ارتفاعها 2 m .

14 ـ قدر القوة التى يجب أن يؤثر بها كاحلاك على الأرض بعد قفزة ارتفاعها 2.0 m . لماذا يجب عليك أن تثنى رجليك فى مثل هذا الموقف ؟

مسائل

القسم 4-3

1 ـ ما مقدار القوة التى يجب أن تؤثر على طلقة رصاص كتلتها 8.5 g لإكسابها عجلة قدرها $18{,}000\ m/s^2$ ؟ وبفرض أن هذه العجلة ثابتة ، ما مقدار سرعة الطلقة بعد أن تكون قد قطعت مسافة قدرها 2.35 cm من السكون ؟

2 ـ تؤثر قوة غير متزنة مقدارها 4600 N على سيارة كتلتها 1650 kg فتسبب تسارعها من السكون فى طريق سريع أفقى . (أ) ما قيمة عجلة السيارة ؟ (ب) ما الزمن اللازم للسيارة للوصول إلى سرعة مقدارها 21.2 m/s ؟

3 ـ سيارة كتلتها 1350 kg يمكنها التسارع من السكون 23.4 m/s خلال 7.7 s . (أ) ما قيمة العجلة ؟ (ب) ما مقدار القوة اللازمة للحصول على هذه العجلة ؟

4 ـ القوة الأفقية اللازمة لكى تسبب انزلاق صندوق على أرضية أفقية بسرعة ثابتة مقدارها 0.485 m/s تساوى 26.7 N . ما مقدار قوة الاحتكاك المعاكسة للحركة ؟

5 ـ إذا شد حبل سحب بزاوية قدرها °27 بالنسبة إلى الأفقي بقوة قدرها 365 N فإنه يسبب انزلاق صندوق كتلته 55.2 kg على أرضية أفقية بسرعة ثابتة المقدار قدرها 20.5 cm/s . ما مقدار قوة الاحتكاك المعاكسة لحركة الصندوق ؟

6 ـ قارب متحركة بسرعة ثابتة المقدار قدرها 13.5 vm/s يشد متزحلقًا على الماء ، وكان الشد فى الحبل 165 N . ما مقدار القوة المعاكسة للحركة التى يؤثر بها الماء والهواء على المتزحلق ؟

7 ـ يهبط أحد المظليين (القافزين بالباراشوت) وكتلته 72 kg إلى الأرض بسرعة ثابتة مقدارها 9. m/s ، وكانت كتلة الباراشوت 6.6 kg . (أ) ما وزن المظلى ؟ (ب) ما مقدار القوة الرأسية إلى أعلى والتى يؤثر بها الهواء على المظلى والمظلة ؟

8 ـ لكى تكتسب سيارة كتلتها 1720 kg عجلة قدرها $0.175\ m/s^2$ فى طريق مستوٍ يجب أن تؤثر عليها قوة أفقية قدرها 4770 N . ما مقدار القوة المعوقة للحركة ؟

9 ـ يدعى أحد الإعلانات أن سيارة معينة كتلتها 1060 kg يمكنها التسارع من السكون إلى 80 km/h خلال زمن قدره 9.4 s . ما مقدار صافى القوة الذى يجب أن يؤثر على السيارة لإكسابها هذه العجلة ؟

10 ـ سيارة تسحب سيارة أخرى كتلتها 1730 kg . فإذا أريد أن تتسارع السيارة المسحوبة تسارعًا منتظمًا من السكون إلى 2.3 m/s خلال 10.3 s ، فما مقدار القوة التى يجب أن يؤثر بها حبل السحب على تلك السيارة ؟

11 ـ توقفت سيارة متحركة بمعدل 17.5 m/s وكتلتها 1570 kg خلال مسافة قدرها 94.5 m . ما مقدار القوة اللازمة لإيقاف السيارة ؟ افترض أن التقاصر ثابت .

القسم 3-5

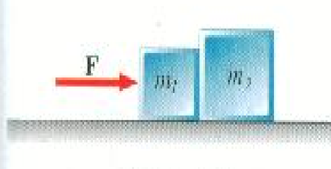
12 ـ تسقط كرة وزنها 5 N تجاه الأرض . (أ) ما مقدار صافى القوة المؤثر على الكرة أثناء السقوط ؟ (ب) ما هى القوة (مقدارًا واتجاهًا) التى تؤثر بها الكرة على الأرض نتيجة لهذا السقوط ؟

13 ـ افترض أن الكرة المذكورة فى المسألة 12 مستقرة على منضدة . (أ) ما مقدار صافى القوة المؤثر على الكرة ؟ (ب) ما هى القوى (بما فى ذلك الاتجاه) التى تؤثر بها الكرة على المنضدة وعلى الأرض ؟

14 ـ اصطدمت شاحنة بسيارة صغيرة فأثرت عليها بقوة قدرها 26,000 N . ما مقدار القوة التى تؤثر بها السيارة على الشاحنة ؟ لماذا تعانى السيارة أضرارًا أشد من الشاحنة ؟

15 ـ بندقية مثبتة تثبيتًا شديدًا على نضد ثقيل ، وكانت ماسورتها وطولها 75 cm ممددة فى اتجاه أفقى . أطلقت طلقة كتلتها 9.0 g من هذه البندقية فتركت الفوهة بسرعة مقدارها 970 m/s . بفرض أن عجلة الطلقة داخل ماسورة البندقية ثابتة ، ما قيمة القوة الأفقية التى تؤثر بها البندقية على النضد فى لحظة الإطلاق ؟

16 قالبان كتلة الأول $m_1 = 3.2\ kg$ وكتلة الثانى $m_2 = 4.1\ kg$ متلامسان أحدهما مع الآخر على منضدة لا احتكاكية كما هو مبين بالشكل م1-3 . إذا كانت القوة الموضحة والمؤثرة على m_1 تساوى 6.8 N ، (أ) ما قيمة عجلة القالبين ؟ (ب) بأى قوة يدفع القالب m_1 القالب الآخر m_2 ؟ (جـ) كرر الجزئين أ و ب إذا كانت **F** تؤثر فى الاتجاه المعاكس بحيث تدفع m_2 بدلاً من m_1 .



شكل م1-3

القسم 3-6

17 ـ ما وزن كل من الأجسام الآتية (بالنيوتن والباوند) : (أ) كرة كتلتها 1.0 kg ؟ (ب) شخص كتلته 60 kg ؟ (جـ) سيارة كتلتها 1350 kg ؟ (د) موظ (حيوان ضخم) كتلته 1 ton ؟ (هـ) 454 g من الزبد ؟

18 ـ ما كتلة كل من الأجسام الآتية بالكيلو جرام : (أ) 1.2 lb من الدقيق ؟ (ب) مصباح وزنه 15 N ؟ (جـ) شخص وزنه 160 lb ؟ (د) كتلة خشبية وزنها 1750 N ؟ (هـ) 1 طن متري من الفحم ؟

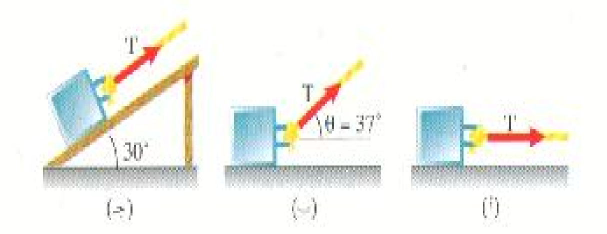
19 ـ حبل يشد حقيبة جلدية وزنها 54 N رأسيًا إلى أعلى ، وكانت الحقيبة متحركة إلى أعلى بعجلة قدرها $a = 0.77\ m/s^2$. ما قيمة الشد في الحبل ؟

20 ـ يستخدم حبل لإنزال جوال من البطاطس كتلته 20.5 kg ، وكانت عجلة الجوال $a = 0.155\ m/s^2$ رأسيًا إلى أسفل . ما قيمة الشد في الحبل ؟

■ 21 ـ لوحظ أن الأجسام الساقطة سقوطا حرًا بالقرب من سطح القمر تتسارع رأسيًا إلى أسفل بعجلة قدرها $a = 1.63\ m/s^2$ ، وهناك رائد فضاء وزنه بالبذلة الفضائية 960 N على الأرض . (أ) ما وزن رائد الفضاء على سطح القمر ؟ (ب) ما كتلته على القمر ؟ (جـ) ما كتلته على الأرض ؟

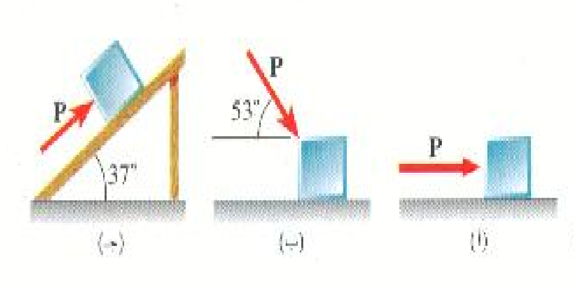
القسم 3-7

22 ـ وزن كل قالب بالشكل م3-2 يساوي 70 N والقوة $T = 35\ N$. أوجد القوة العمودية في كل حالة .



شكل م3-2

23 ـ وزن كل قالب في الشكل م3-3 يساوي 47 N والقوة $P = 28\ N$. أوجد القوة العمودية في كل حالة .



■ 24 ـ افترض في الشكل م3-3 أن وزن القالب 66 N ، $P = 42\ N$ وأن معامل الاحتكاك يساوي 0.22 . (أ) ما هي قوة الاحتكاك في كل حالة ؟ (ب) ما قيمة عجلة كل قالب ؟

شكل م3-3

■ 25 ـ إذا كان وزن القالب في الشكل م3-2 يساوي 54 N ، $T = 39\ N$ ومعامل الاحتكاك يساوي 0.42 . (أ) ما هي قوة الاحتكاك في كل حالة ؟ (ب) ما قيمة عجلة كل قالب ؟

26 ـ ينزلق صندوق كتلته 5.5 kg إلى أسفل على مستوى مائل بزاوية قدرها 27° تحت تأثير الجاذبية . إذا كان القالب ينزلق بسرعة ثابتة المقدار ، ما قيمة قوة الاحتكاك المعوقة لحركة الصندوق ؟

27 ـ وضع قالب كتلته 27 g على مستوى مائل يمكن تغيير زاوية ميله . زيدت زاوية المستوى المائل ببطء فبدأ القالب في الانزلاق عندما أصبحت الزاوية 38.5° . ما قيمة معامل الاحتكاك بين القالب والمستوى المائل ؟ هل تمثل هذه القيمة معامل الاحتكاك الاستاتيكي أم الحركي ؟

■ 28 ـ معامل الاحتكاك الاستاتيكي في الشكل م3-3ب يساوي 0.5 . ما قيمة P عندما يبدأ القالب في الانزلاق إذا كان وزنه 165 N ؟

■ 29 ـ إذا كان معامل الاحتكاك بين إطارات سيارة وطريق سريع 0.62 ، فما أقل مسافة يمكن أن تتسارع خلالها السيارة من السكون إلى 20.7 m/s ؟

■ 30 ـ كان طفل يجرى على أرضية زلقة بمعدل 3.55 m/s عندما قرر الانزلاق . فإذا كان معامل الاحتكاك بين حذاء والأرضية 0.15 ، ما المسافة التى ينزلقها هذا الطفل قبل التوقف ؟

■ 31 ـ ما أقصر مسافة يمكن أن تتوقف خلالها سيارة متحركة بسرعة قدرها 34.2 m/s على طريق مستوٍ إذا كانت القيمة العظمى لمعامل الاحتكاك (معامل الاحتكاك الاستاتيكى) بين إطارات السيارة وسطح الطريق 0.83 ؟

القسم 8-3

32 ـ يتسارع إلكترون $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg فى أنبوبة تليفزيون من السكون إلى 6.25×10^{7} m/s خلال 0.88 cm . أوجد متوسط القوة المعجلة للإلكترون . كم ضعفاً تمثل هذه القوة بالنسبة إلى mg ؟

33 ـ اصطدمت سيارة كتلتها 1130 kg تتحرك بسرعة مقدارها 17.6 m/s بشجرة فتوقفت خلال مسافة قدرها 0.77 m . ما قيمة القوة المتوسطة التى تؤثر بها الشجرة على السيارة ؟

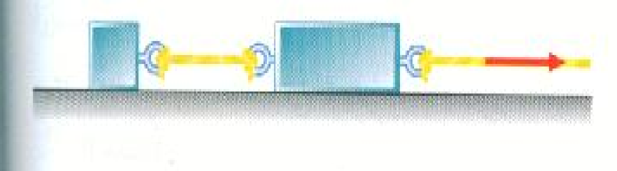
■ 34 ـ دخلت طلقة رصاص كتلتها 9.1 g قطعة من البلاستيك سمكها 2.3 cm بسرعة مقدارها 165 m/s ثم خرجت من الجانب الآخر بسرعة مقدارها 92 m/s . ما قيمة القوة المتوسطة التى تؤثر بها الرصاصة على قطعة البلاستيك ؟

■ 35 ـ إذا شددت كتلة قدرها 3.2 kg رأسياً إلى أعلى باستخدام حبل يستطيع بالكاد حمل كتلة مقدارها 15 kg فى حالة السكون ، فما أكبر عجلة رأسية إلى أعلى يمكنك أن تكسبها للكتلة 3.2 kg ؟

■ 36 ـ بدأت سيارة فى التسارع أفقياً من السكون وكان على سطحها كتاب . إذا كان معامل الاحتكاك بين السيارة والكتاب 0.36 ، فما أكبر عجلة يمكن أن تتحرك بها السيارة بحيث لا ينزلق الكتاب على سطحها ؟

■ 37 ـ تستقر كرتونة بيض على مقعد سيارة متحركة بمعدل 22.5 m/s . ما هى أقل مسافة يمكن أن تتباطأ السيارة خلالها بانتظام إلى أن تتوقف تماماً بحيث لا تنزلق كرتونة البيض ؟ قيمة μ بين الكرتون والمقعد تساوى 0.24 .

■ 38 ـ قالب أسمنتى موضوع فى صندوق شاحنة تهبط على مستوى مائل زاويته 23.5° ، وكانت السيارة متباطئة بمعدل 1.15 m/s² أثناء الهبوط . ما قيمة معامل الاحتكاك الاستاتيكى بين الأرضية والقالب حتى لا ينزلق القالب ؟



شكل م4-3

■■ 39 ـ الشد فى الحبل الذى يجذب القالبين فى الشكل م4-3 يساوى 58 N . أوجد عجلة القالبين والشد فى حبل التوصيل إذا كانت قوة الاحتكاك المؤثرة على القالبين مهملة . كرر المسألة عندما يكون معامل الاحتكاك بين القالبين والسطح 0.33 .

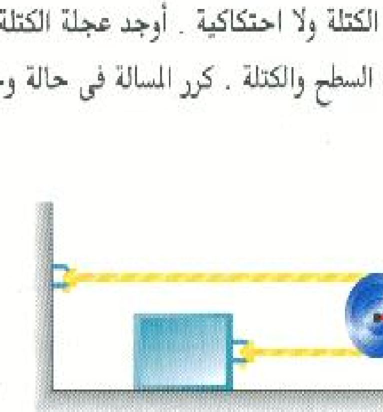
■ 40 ـ ما قيمة T التى يمكنها إكساب القالبين عجلة قدرها 0.62 m/s² فى الشكل م4-3 ، (أ) إذا كانت قوى الاحتكاك مهملة ؟ ، إذا كان معامل الاحتكاك بين القالبين والسطح 0.43 ؟ أوجد أيضاً الشد فى حبل التوصيل فى كل حالة .

■ 41 ـ كتلة القالب 1 فى الشكل م5-3 تساوى 3.25 kg وكتلة القالب 2 تساوى 1.92 kg .
(أ) ما قيمة عجلة القالبين والشد فى حبل التوصيل بفرض أن الاحتكاك مهمل ؟
(ب) كرر المسألة عندما تؤثر قوة معوقة 10.2 N على القالب 1 .

شكل م5-3

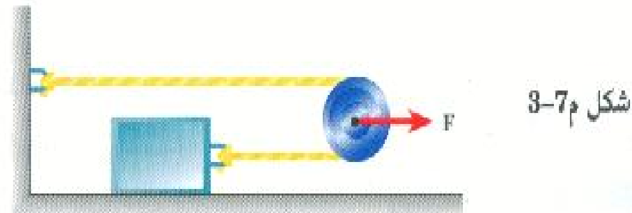
▪ 42 ـ فى الشكل م3–5 كتلة الجسم 1 تساوى 2650 g وكتلة الجسم 2 تساوى 1650 g . عند تحريك المجموعة سقط الجسم 2 مسافة قدرها 65 cm خلال 1.44 s . ما مقدار قوة الاحتكاك المعوقة لحركة الجسم 1 ؟ افترض عدم وجود قوى احتكاك فى باقى النظام .

▪ 43 ـ أوجد الشد فى الحبل فى الشكل م3–6 وكذلك الزمن اللازم لكى تتحرك الكتلتان 220 cm ابتداء من السكون . افترض أن البكرة لا احتكاكية وعديمة الكتلة .



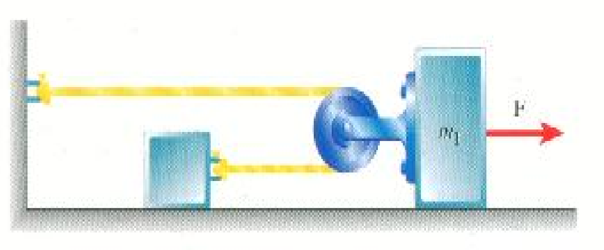
شكل م3–6

▪ 44 ـ البكرة فى الشكل م3–7 عديمة الكتلة ولا احتكاكية . أوجد عجلة الكتلة بدلالة F فى حالة عدم وجود احتكاك بين السطح والكتلة . كرر المسالة فى حالة وجود قوة احتكاك f .



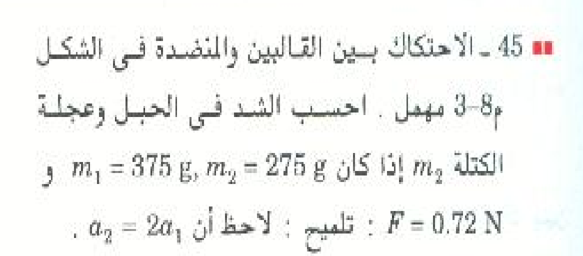
شكل م3–7

▪▪ 45 ـ الاحتكاك بين القالبين والمنضدة فى الشكل م3–8 مهمل . احسب الشد فى الحبل وعجلة الكتلة m_2 إذا كان $m_1 = 375$ g, $m_2 = 275$ g و $F = 0.72$ N : تلميح : لاحظ أن $a_2 = 2a_1$.



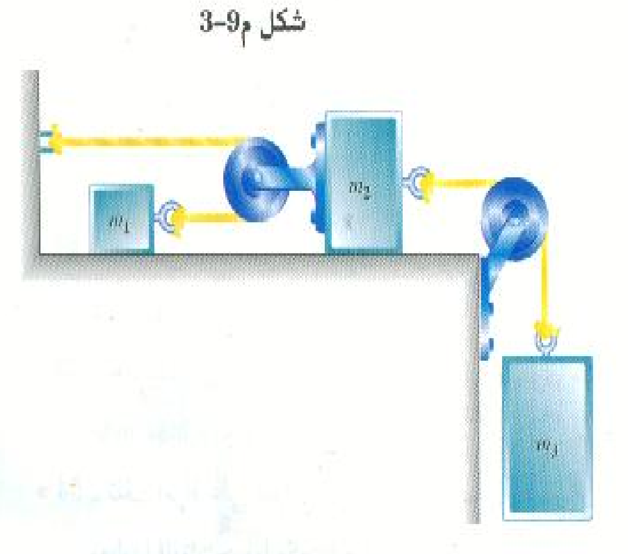
شكل م3–8

▪▪ 46 ـ افترض فى الشكل م3–9 أن قيمة معامل الاحتكاك عند السطح العلوى والسفلى للقالب ذى الكتلة 700 g واحدة . إذا كانت $a = 135$ cm/s² عندما كانت $F = 1.90$ N ، ما قيمة معامل الاحتكاك ؟



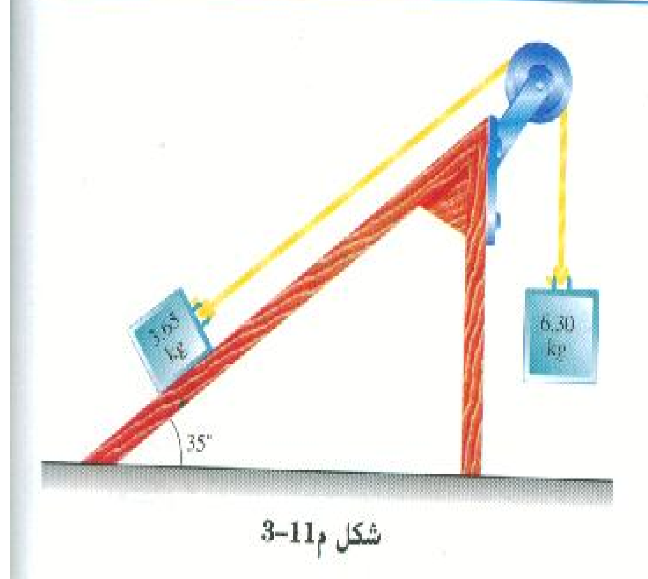
شكل م3–9

▪▪ 47 ـ أوجد الشد فى الحبلين وعجلة كل قالب فى الشكل م3–10 إذا كان الاحتكاك مهملاً . اعتبر أن البكرتين لا احتكاكيتين وعديمتى الكتلة ، وأن $m_1 = 215$ g ، $m_2 = 500$ g و $m_3 = 365$ g .



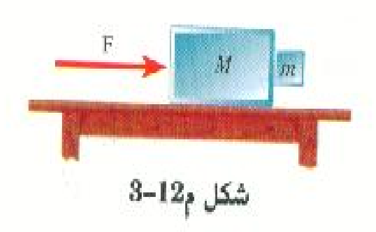
شكل م3–10

■ 48 ـ أوجد عجلة القالبين فى الشكل م3–11 والشد فى الحبل (أ) إذا كان الاحتكاك مهملاً ،(ب) إذا كان $\mu = 0.25$. أوجد التعبير العام للعجلة a بدلالة m_1 الموجودة على المنحدر m_2 ، g ، μ .



شكل م3–11

■■ 49 ـ القوة **F** فى الشكل م3–12 تدفع قالبًا كتلته M ، وهذا يدفع بدوره قالبًا كتلته m ، وليس هناك احتكاك بين M والسطح الحامل . إذا كان معامل الاحتكاك بين القالبين μ ، ماذا يجب أن تكون قيمة F حتى لا تنزلق الكتلة m ؟



شكل م3–12

القسمان 3–9 و 3–10

■ 50 ـ القوة المعوقة لحركة صندوق كتلته 85 kg على أرضية مستوية تساوى 365 N (أ) ما قيمة معامل الاحتكاك بين الصندوق والأرضية ؟ (ب) بفرض أن معامل الاحتكاك لا يتغير مع زيادة السرعة ، ما قيمة العجلة التى يمكن إعطاؤها للصندوق بشدة بقوة مقدارها 660 N اتجاهها مائل بزاوية قدرها °48 فوق الأفقى ؟

■ 51 ـ أوجد عجلة القالب ذى الكتلة 2.85 kg فى الشكل م3–13 إذا كان معامل الاحتكاك بين القالب والسطح 0.77 . (ب) كرر المسألة إذا كانت القوة 50 N تدفع القالب **إلى أسفل** بزاوية قدرها °22.5 تحت الأفقى (أى إذا عكس اتجاه القوة فى الشكل) .

شكل م3–13

■ 52 ـ ما مقدار القوة الموازية لمستوى مائل زاويته °37 التى تلزم لإعطاء صندوق كتلته 3.25 kg عجلة قدرها $1.85\ m/s^2$ فى اتجاه مواز للمستوى المائل إلى أعلى . (أ) إذا كان الاحتكاك مهملاً ؟ ، (ب) إذا كان معامل الاحتكاك 0.45 ؟

■ 53 ـ حرر صندوق كتلته 10.6 kg موضوع على مستوى مائل زاويته °22 فتسارع إلى أسفل على المستوى المائل بمعدل قدره $0.37\ m/s^2$. أوجد قوة الاحتكاك المعوقة لحركته . ما قيمة معامل الاحتكاك ؟

■ 54 ـ تقف امرأة على ميزان زنبركى داخل مصعد . (الميزان يقرأ القوة التى يدفعها بها الميزان إلى أعلى) . ما القراءة التى يعطيها الميزان حينما يكون المصعد متسارعًا (أ) إلى أعلى بمعدل $3.65\ m/s^2$ ؟ (ب) إلى أسفل بمعدل $2.70\ m/s^2$ ؟

▪ 55 ـ كتلة مقدارها 220 g معلقة فى خيط ويتدلى من أسفلها خيط آخر يحمل كتلة مقدارها 275 g . أوجد الشد فى الخيطين إذا كانت الكتلتان (أ) ساكنتين ، (ب) متسارعتين إلى أعلى بمعدل $16.5\ m/s^2$ ، (جـ) متحركتين إلى أسفل بعجلة ثابتة مقدارها $7.8\ m/s^2$ ، (د) ساقطتين سقوطًا حرًا تحت تأثير الجاذبية ، (هـ) متحركتين إلى أسفل بسرعة ثابتة مقدارها 10 m/s .

▪ 56 ـ يبدأ قالب كتلته 0.95 kg الانزلاق من السكون إلى أسفل على مستوى مائل زاويته 32° . ما المسافة التى ينزلقها القالب فى أول 2.7 s . (أ) إذا كان الاحتكاك مهملاً ، (ب) إذا كان $\mu = 0.50$ بين القالب والسطح ؟

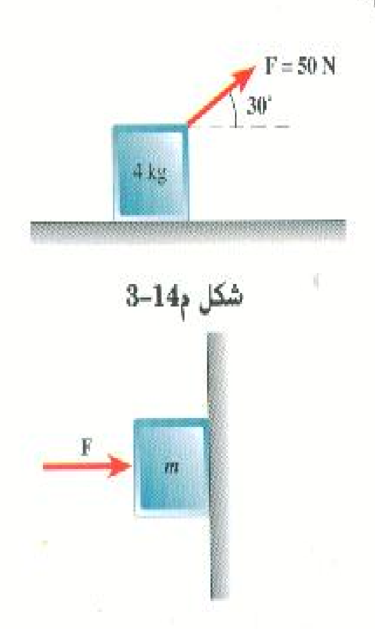
▪ 57 ـ تقف سيارة كتلتها 1250 kg ساكنة على تل يميل بزاوية قدرها 8.5° بالنسبة إلى الأفقى . ما المسافة التى تقطعها السيارة فى أول 8.0 s بعد تحرير الفرامل ؟ (أ) إذا كانت السيارة تتدحرج حرة إلى أسفل التل ؟ (ب) إذا وجدت قوة احتكاك معوقة للحركة مقدارها 1600 N ؟

مسائل عامة

▪▪ 58 ـ عربتان صغيرتان كتلتاهما M_1 و M_2 تقفان ساكنتين على طريق أفقى مستقيم ، وكانت المسافة بينهما D كما كان هناك حبل ممتد بين العربتين . قام ركاب العربة 1 بشد الحبل بأسلوب يجعل الشد فيه ثابتا فتحركت العربتان تجاه إحداهما الأخرى . (أ) فى أى موضع بالنسبة لموضع العربة 2 تتصادم العربتان ؟ ما النسبة بين مقدارى السرعتين قبل التصادم مباشرة ؟

▪▪ 59 ـ أثبت أن عجلة سيارة متحركة على طريق أفقى لا يمكن أن تزيد عن μg ، حيث μ معامل الاحتكاك بين الإطارات والطريق . ما التعبير المناظر لعجلة سيارة تصعد مستوى مائلاً زاويته θ ؟ لماذا يعتبر من الإسراف غير المنتج أن نجعل السيارة « تحرق مطاطها » فى « الطلعات الأمريكانى » ؟ هل يختلف الأمر إذا كانت السيارة ذات دفع ثنائى أو دفع رباعى ؟

▪▪ 60 ـ علقت مسافرة فى سفينة كبيرة مبحرة فى بحر هادى كرة فى سقف قمرتها باستخدام خيط طويل . لاحظت هذه المسافرة أن كرة البندول تتأخر عند نقطة التعليق وأن البندول لا يكون رأسيا كلما تسارعت السفينة . ماذا يكون مقدار عجلة السفينة عندما يتخذ البندول وضعًا يميل بزاوية قدرها 6.5° بالنسبة للرأسى .



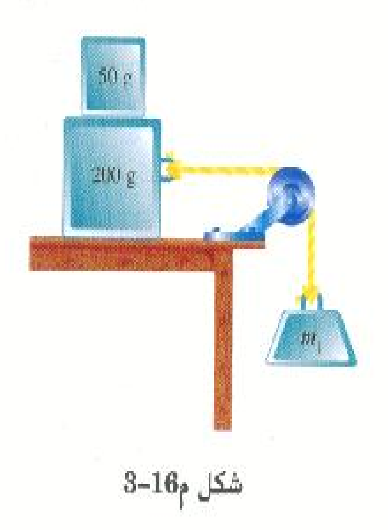
شكل م14–3

شكل م15–3

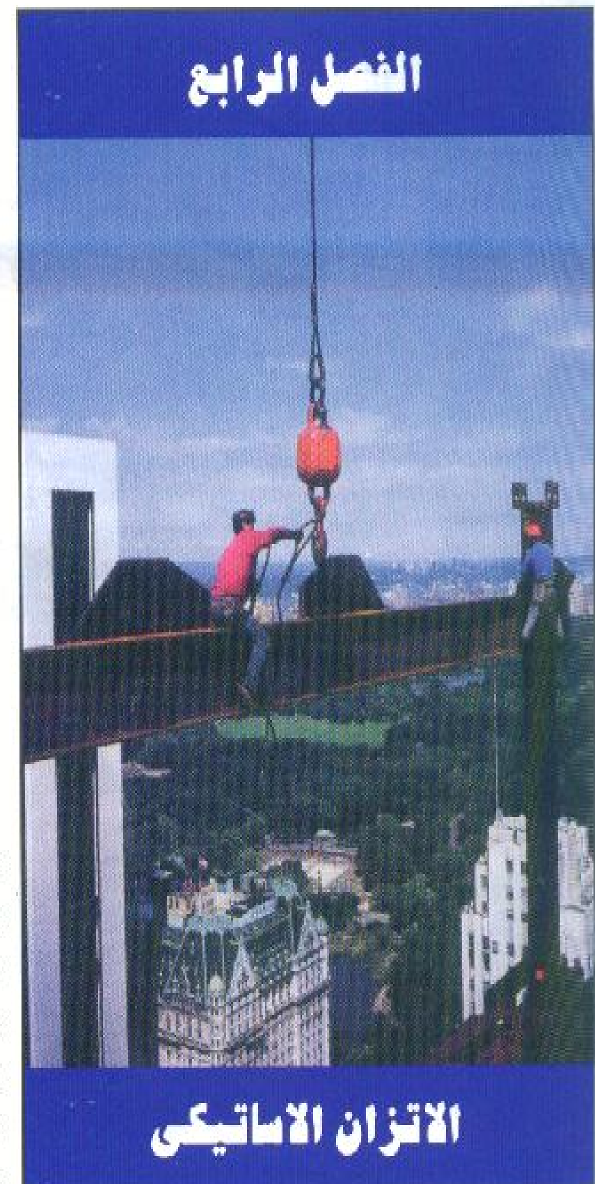
▪▪ 61 ـ الشكل م14–3 يمثل صندوقًا كتلته 4 kg على سطح أفقى وكان معاملا الاحتكاك الاستاتيكى والحركة للسطحين المتلامسين 0.8 و 0.6 على الترتيب . شددت الصندوق بقوة قدرها 50 N فى اتجاه يصنع زاوية قدرها 30° فوق الأفقى . (أ) ما قيمة القوة العمودية المؤثرة على الصندوق ؟ (ب) ما قيمة عجلة الصندوق ؟ (جـ) أجب عن السؤالين أ ، ب بفرض أنك قد عكست قوتك بحيث تدفع الصندوق بزاوية قدرها 30° تحت الأفقى : (**تلميح** : لا تفترض أن الصندوق متحرك عندما تدفعه) .

▪ 62 ـ يمثل الشكل م15–3 قوة أفقية تؤثر على قالب خشبى ملامس لحائط خشبى رأسى . افترض أن هذه القوة كبيرة بدرجة كافية لمنع الصندوق من السقوط . إذا كان معامل الاحتكاك الاستاتيكى بين الحائط والقالب 0.65 ، فما هو أقل مقدار لقوة الدفع المؤثرة على الصندوق ؟

63 ـ الكتلة 50 g في الشكل م3-16 مستقرة على السطح العلوى للكتلة 200 g ، ومعامل الاحتكاك الاستاتيكى بين هاتين الكتلتين 0.3 . كذلك فإن الكتلة 200 g يمكنها التحرك بحرية على منضدة أفقية لا احتكاكية ، وهناك خيط يربط بين الكتلة 200 g وكتلة أخرى m_1 عن طريق بكرة لااحتكاكية عديمة الوزن . ما أكبر قيمة للكتلة m_1 بحيث تظل الكتلة 50 g باقية على السطح العلوى للكتلة 200 g أثناء تسارع المجموعة ؟



شكل م3-16



يختص جزء هام من علم الفيزياء بالأجسام والأنظمة الساكنة ، ويسمى هذا الفرع من الفيزياء **بالاستاتيكا** ، وهو ذو أهمية مركزية لمن يقومون بتصميم وتشييد الكبارى والأبنية وغير ذلك من الإنشاءات التى نعتمد على استقرارها . كذلك فإن الاستاتيكا تمثل أهمية كبيرة لنا من حيث أنها مجال رحب لتطبيق قوانين الميكانيكا التى درسناها فى الفصل السابق . وسوف نكتشف أثناء دراسة هذا الفصل ضرورة تحقق شرطيين أساسيين إذا أريد لجسم أن يستمر فى حالة السكون ، كما سنتعرض لكيفية تطبيق هذين الشرطيين ونتعرف على النتائج المترتبة عليهما .

4-1 الشرط الأول للاتزان

عندما يكون الجسم ساكنًا ومستمرًا فى حالة السكون فإننا نقول أنه فى **حالة اتزان استاتيكى** . وهناك شرطان **اثنان** للاتزان . الشرط الأول يمكن اشتقاقه من قانون نيوتن الثانى لأن سكون الجسم يمثل حالة خاصة لثبات السرعة ، وهى هنا تساوى صفرًا . وعليه فإن الجسم المستمر فى حالة السكون لا تقع تحت تأثير أى عجلة ، وطبقًا لقانونى نيوتن الأول والثانى يجب أن يكون صافى القوة المؤثرة عليه صفرًا . هذا هو الشرط الأول للاتزان .

لكى يوجد الجسم فى حالة اتزان يجب أن يكون المجموع الاتجاهى للقوى المؤثرة صفرًا .

والنص على أن المجموع الاتجاهى للقوى المؤثرة على جسم يساوى صفرًا يكافئ قولنا أن

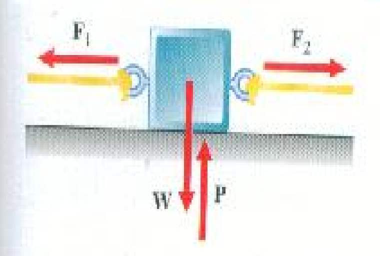
جميع المركبات المتعامدة للعجلة في قانون نيوتن الثانى (المعادلات 1-3ب) تساوى صفرًا .

$$\Sigma \mathbf{F}_x = 0 \qquad \Sigma \mathbf{F}_y = 0 \qquad \Sigma \mathbf{F}_z = 0 \qquad (4-1)$$

ويوضح الشكل 4-1 مثالاً للاتزان في بعدين . لكى يظل الصندوق ساكنًا في وجود القوى الأربع المؤثرة عليه يجب أن يكون مجموع كل من المركبات الأفقية والرأسية للقوى صفرًا . وبتطبيق المعادلات (4-1) على هذه الحالة نحصل على :

$$F_1 - F_2 = 0 \qquad \text{و} \qquad P - W = 0$$

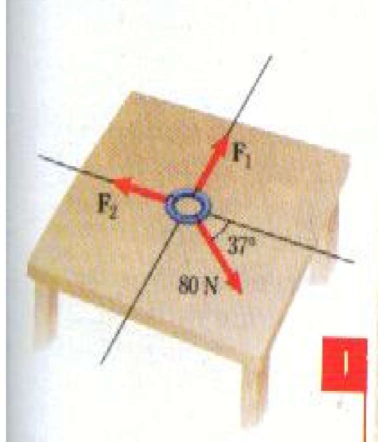
علمًا بأننا قد أخذنا الاتجاه فى الاعتبار باستخدام الإشارة المناسبة (الاتجاه إلى اليمين وإلى أعلى موجب ، والاتجاه إلى اليسار وإلى أسفل سالب) . وعليه فإن الرموز P ، W ، F_2 ، F_2 تمثل مقادير القوى .

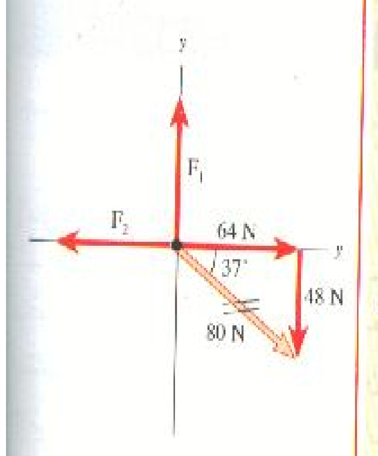


شكل 4-1 :
لكى يبقى القالب ساكنًا يجب أن تتعادل القوى فى كلا الاتجاهين الأفقى والرأسى .

مثال 4-1 :

الحلقة في الشكل 4-2 ساكنة على منضدة تحت تأثير الشد بواسطة ثلاثة خيوط ، وكان الشد في أحدها 80 N . أوجد الشد في الخيطين الآخرين . (تذكر من الفصل الثالث أن الشد قوة اتجاهها على استقامة الخيط أو الحبل ويكون دائمًا مبتعدًا عن الجسم المتصل به) .





شكل 4-2 :
أوجد F_1 ، F_2 إذا كانت الحلقة فى حالة اتزان

استدلال منطقى :

سؤال : بما أن هذه القوى الثلاث كلها أفقية ، كيف تلعب الجاذبية دورًا في تحديد الشد ؟

الإجابة : شد الجاذبية إلى أسفل يجب أن يتعامل مع دفع المنضدة إلى أعلى لكى تبقى الحلقة على المنضدة . ونظرًا لأن هاتين القوتين ليس لهما مركبات أفقية فإنهما لا يمكن أن تؤثر على الشد فى الخيوط الأفقية .

سؤال : ما المبدأ اللازم تطبيقه لتعيين الشدين F_1 ، F_2 ؟

الإجابة : الشرط الأول للاتزان : مجموع المركبات x والمركبات y لجميع القوى لابد أن يكون صفرًا .

سؤال : F_1 لها مركبة في الاتجاه y فقط وكذلك F_2 لها مركبة في الاتجاه x فقط . ما هما مركبتا المتجه 80 N ؟

الإجابة : المركبتان ، كما هو مبين بالشكل 4-2ب ، هما 64 N+ فى الاتجاه x ، و 48 N- فى الاتجاه y .

سؤال : ما المعادلات التى يعطيها شرط الاتزان ؟

الإجابة :

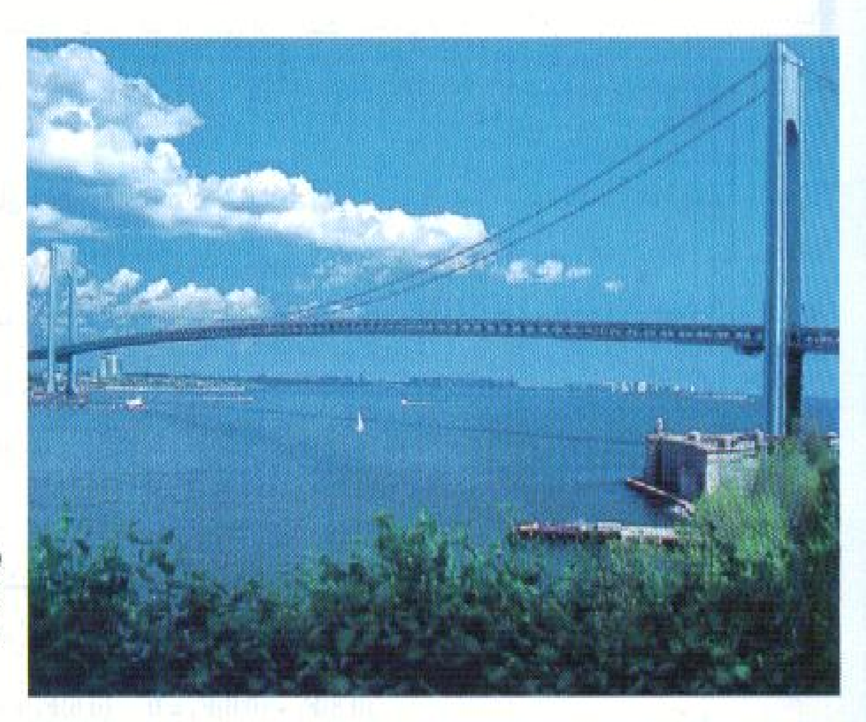
$$\Sigma F_x = 0 \ : \ 64\text{ N} + F_2 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \ : \ F_1 + (-48\text{ N}) = 0$$

الحل :

$$F_1 = +48\ \text{N} \qquad F_2 = -64\ \text{N}$$

تمرين : استبدل القوة 80 N فى الشكل 2-4 أ بقوة مجهولة F_3 . أوجد F_2 و F_3 إذا كانت $F_1 = 42$ N . **الإجابة :** $F_3 = 70$ N ، $F_2 = 56$ N



يعتمد الكوبرى المعلق على أن جميع القوى المؤثرة عليه فى حالة اتزان استاتيكى .

2-4 حل المسائل فى الاستاتيكا

بقليل من التدريب يمكن استخدام المعادلة 1-4 فى حل كثير من مسائل علم الاستاتيكا ، ولكن من الضرورى اتباع بعض القواعد البسيطة حتى لا تختلط الأمور عليك :

1 ـ اعزل الجسم الذى سوف تتحدث عنه . القوى المؤثرة على هذا الجسم هى فقط تلك القوى التى تحتاجها لكتابة المعادلة (1-4) .

2 ـ ارسم القوى المؤثرة على الجسم الذى عزلته وميزها بعلامات فى المخطط البيانى للجسم الحر . (استخدم حروفاً مثل F ، P ، Q كرموز لأى قوى مجهولة القيمة) .

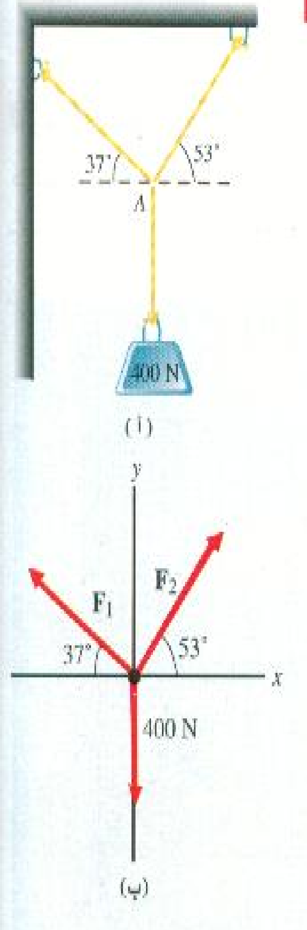
3 ـ حلل كل قوة إلى مركباتها فى الاتجاهات z ، y ، F وميز هذه المركبات بدلالة الرموز المعطاة فى القاعدة 2 مع جيوب وجيوب تمام الزاوية المناسبة .

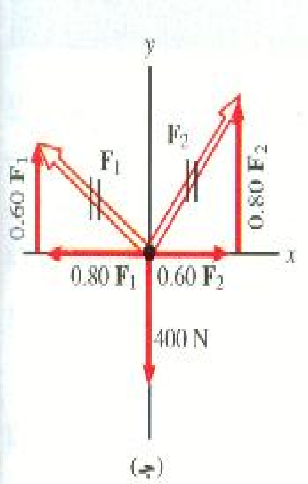
4 ـ اكتب المعادلة 1-4 .

5 ـ حل المعادلات بالنسبة للمجاهيل .

مثال 2-4 :

الجسم الموضح فى الشكل 3-4 أ يزن 400 N وهو معلق فى حالة سكون . أوجد الشد فى كل من الحبلين .





شكل 3–4 :
حيث أن نقطة تلاقى الحبلين فى الجزء (أ) من الشكل فى حالة اتزان ، فإن القوى المؤثرة فى الاتجاه y فى الجزء (جـ) يجب أن تتلاشى مع بعضها البعض . هذا ينطبق أيضاً على القوى المؤثرة فى الاتجاه x .

استدلال منطقى :

سؤال : كيف يمكن تحديد القوى المؤثرة على الجسم ؟

الإجابة : وزن الجسم ويؤثر فى الاتجاه الرأسى إلى أسفل ومقداره 400 N . وطبقاً لتعريف الشد يجب أن يكون اتجاها القوتين الأخريين على استقامة الحبلين بحيث تكونا مبتعدتين عن الجسم . لنرمز لهاتين القوتين بالحرفين F_1 و F_2 . وبرسم المخطط البيانى للجسم الحر باستخدام هذه الرموز سنجد أن المخطط البيانى كما هو مبين فى الشكل 3–4ب أن :

سؤال : ما مبدأ تعيين الشدين F_1 و F_2 ؟

الإجابة : الشرط الأول للاتزان .

سؤال : حيث أن F_1 و F_2 مجهولتان ، كيف يمكن كتابة مركباتهما ؟

الإجابة : تذكر أن قيم جيب وجيب تمام الزاوية تمثل كسور القوتين F_1 و F_2 المؤثرتين فى الاتجاهين x و y ، على الترتيب ، إذن :

$$(\mathbf{F}_1)_x = \mathbf{F}_1 \cos 37° = (0.80)\mathbf{F}_1 \qquad (\mathbf{F}_1)_y = \mathbf{F}_1 \sin 37° = (0.60)\mathbf{F}_1$$

$$(\mathbf{F}_2)_x = \mathbf{F}_2 \cos 53° = (0.60)\mathbf{F}_2 \qquad (\mathbf{F}_2)_y = \mathbf{F}_2 \sin 37° = (0.80)\mathbf{F}_2$$

هذه المركبات مبنية بالشكل 3–4جـ .

سؤال : ما المعادلات التى يعطيها الشرط الأول ؟

الإجابة : الشرطان $\Sigma \mathbf{F}_x = 0$ و $\Sigma \mathbf{F}_y = 0$ فى الصورة الاتجاهية يكونان كالتالى :

$$(0.8)\mathbf{F}_1 + (0.6)\mathbf{F}_2 = 0 \qquad (0.6)\mathbf{F}_1 + (0.8)\mathbf{F}_2 - 400\text{ N} = 0$$

ولكتابة هذين الشرطين فى الصورة غير الاتجاهية يجب ملاحظة اتجاهات المركبات فى الشكل 3–4جـ واستخدام المقادير بالإشارات الصحيحة :

(أ) $-(0.8)F_1 + (0.6)F_2 = 0$

(ب) $(0.6)F_1 + (0.8)F_2 - 400\text{ N} = 0$

لاحظ أن لدينا معادلتان فى مجهولين .

الحل :

الطريقة (1) : حذف أحد المتغيرين بالجمع أو الطرح . بضرب المعادلة (أ) فى 0.6 والمعادلة (ب) فى 0.8 نجد أن :

(جـ) $0.36F_2 - 0.48F_1 = 0$

(د) $0.64\,F_2 + 0.48\,F_1 - 320\text{ N} = 0$

وبجمع المعادلتين (جـ) ، (د) نحصل على :

$$1.00F_2 - 320\text{ N} = 0 \qquad F_2 = 320\text{ N}$$

وبالتعويض عن قيمة F_2 فى المعادلة (جـ) :

$$0.48\,F_1 = (0.36)(320\text{ N}) \qquad F_1 = 240\text{ N}$$

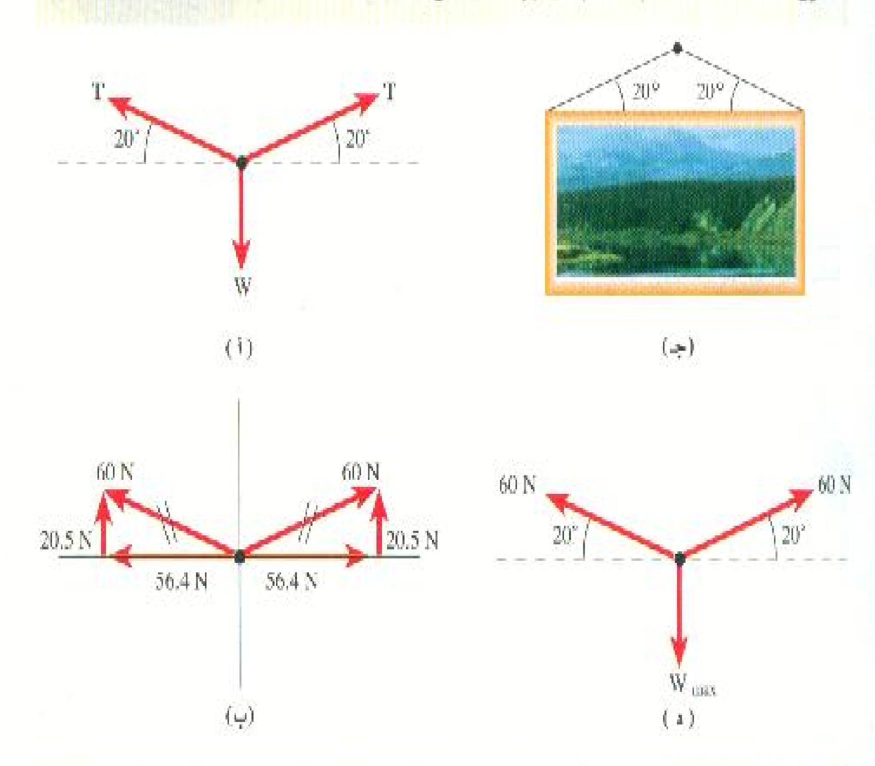
الطريقة (2) : التعويض عن أحد المجهولين فى صالح الآخر . بحل المعادلة (أ) بالنسبة F_1 بدلالة F_2 نحصل على $F_1 = 0.75\ F_2$. وبالتعويض عن هذه القيمة فى المعادلة (ب) نجد أن :

$$0.80F_2 + (0.60)(0.75F_2) - 400\ \mathrm{T} = 0$$

ومنه نجد أن $F_2 = 320\ \mathrm{N}$. وأخيرًا بالتعويض عن قيمة F_2 فى المعادلة (أ) نحصل على F_1 ؛ $F_1 = 240\ \mathrm{N}$.

مثال 3-4 :

الشكل 4-4 يمثل صورة معلقة على حائط باستخدام حبلين يصنع كل منهما زاوية قدرها °20 مع الأفقى . فإذا كان كل حبل لا يتحمل شدًا يزيد عن 60 N ، فما هو أقصى وزن لصورة يمكن أن يحملها الحبلان بهذا الشكل ؟



شكل 4-4 :

صورة معلقة والمخططان البيانيان للجسم الحر يبسط الرسم : اختصرت الصورة إلى نقطة ؛ والوزن والشدان فى الخيطين ينبعان من هذه النقطة .

استدلال منطقى :

سؤال : ما علاقة أقصى وزن للصورة بقيمتى الشد فى الخيطين ؟

الإجابة : لاحظ فى الشكل 4-4أ أن الحبلين يلعبان دورين متماثلين ، ومن ثم يمكننا أن نفرض أن الشدين فيهما متساويان مهما كان وزن الصورة . معنى ذلك أن أقصى وزن للصورة هو ذلك الوزن الذى يسبب شدا قدره 60 N فى كل خيط . ويمثل الشكل 4-4ب المخطط البيانى للجسم الحر فى الحالة العامة بفرض أن الشد فى كل من الحبلين T . لاحظ أن الشد فى الحبل المتصل بالجانب الأيسر للصورة متجه يمينًا إلى أعلى وأن الشد فى الخيط الآخر متجه يسارًا إلى أعلى .

سؤال : ما هى المركبات المتعامدة لكل القوى المؤثرة ؟

الإجابة : الوزن W ويؤثر بأكمله فى الاتجاه y ، أما مقدار مركبتى الشد فى كل من

الخيطين فهما كما يأتى :

$$T_y = T \sin 20° = T(0.34) \qquad T_x = T \cos 20° = T(0.94)$$

سؤال : ما المبدأ الذى يربط أكبر وزن W_{max} بالشدين ؟

الإجابة : الشرط الأول للاتزان ينطبق هنا ، حيث $T = 60\ N$. وبهذه القيمة للشد T نجد من معادلتى المركبتين أن $T_x = 56.4\ N$ و $T_y = 20.5\ N$.

سؤال : ما المعادلات التى نحصل عليها من الشرط الأول ؟

الإجابة : العلاقة $\Sigma F_x = 0$. تبين أن المركبتين الأفقيتين ، وقيمة كل من $56.4\ N$ ، تلاشى إحداهما الأخرى كما هو مبين بالشكل 4-4د . أما العلاقة $\Sigma F_y = 0$ فتصبح :

$$20.5\ N + 20.5\ N - W_{max} = 0$$

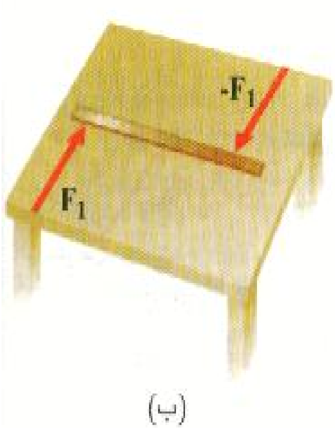
الحل والمناقشة : الإجابة هى $W_{max} = 41.0\ N$.

لاحظ أن الخيطين لا يمكنهما حمل ثقل يساوى مقاومة قطعهما عند ترتيبهما بهذا الشكل ، وكلما اقترب كل من الخيطين إلى الوضع الأفقى كلما قل الوزن الذى يمكنهما حمله بدون أن ينقطعا .

4-3 عزم الدوران



(أ)



(ب)

شكل 4-5 :
بالرغم من $\Sigma F = 0$ للمسطرة فإنها ليست فى حالة اتزان فى (ب) .

من الممكن أن يتحرك جسم حتى إذا تحقق الشرط الأول للاتزان ، ذلك أن هناك شرط ثان لابد من تحققه حتى يكون الجسم فى حالة اتزان استاتيكى . ومن السهل إيضاح ذلك بالرجوع إلى الشكل 5-4 الذى يمثل مسطرة مترية على سطح منضدة . هذه المسطرة فى حالة اتزانه فى الجزء (أ) من الشكل لأن قوة الجاذبية إلى أعلى (متزنة) مع دفع المنضدة إلى أسفل ، أى أن $\Sigma F = 0$.

لنتأمل الآن ما يحدث إذا ما دفعت المسطرة بالقرب من طرفيها بقوتين متساويتى القدار ومتضادتى الاتجاه : F_1 و $-F_1$: فى هذه الحالة لن تبقى المسطرة ساكنة ، فبالرغم من أن F_1 تتزن مع $-F_1$ بحيث يتحقق الشرط $\Sigma F = 0$ فإن المسطرة تبدأ فى الدوران . إذن ، يجب أن يوجد شرط آخر ، متعلق بالدوران ، يلزم تحققه حتى يصبح الجسم فى حالة اتزان استاتيكى ، وسوف نناقش الشرط الثانى (والأخير) للاتزان فى القسم التالى ، ولكن علينا أولاً مناقشة كيف تسبب القوى دوران الأجسام .

لدراسة علاقة القوى بالدوران يمكن إجراء التجربة الموضحة بالشكل 6-4 الذى يمثل عجلة مكونة من قرصين ملتصقين معًا يمكنهما الدوران بحرية حول محور ثابت يسمى محور الدوران . وبتعليق جسمين فى الحبلين كما بالشكل يمكن تعيين التأثير الدورانى للقوة . فالقوة F_2 تحاول تدوير العجلة فى اتجاه دوران عقارب الساعة ، بينما تحاول F_1 تدويرها فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة . وبإجراء هذه التجربة عدة مرات باستخدام قيم مختلفة لنصفى قطر القرصين r_1 و r_2 نجد أن التأثير الدورانى لأحد القرصين يتزن مع التأثير الدورانى للآخر حينما يكون :

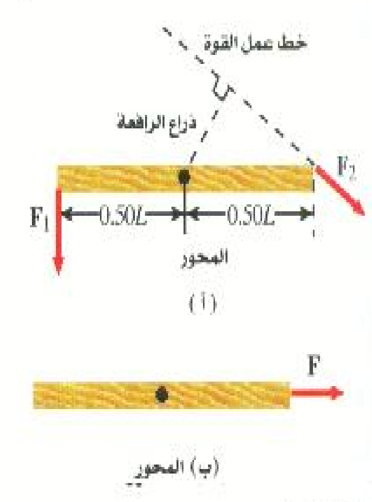
$$r_1F_1 = r_2F_2$$

من الواضح إذن أن التأثير الدورانى يعتمد على كل من مقدار القوة وبعدها عن محور الدوران .

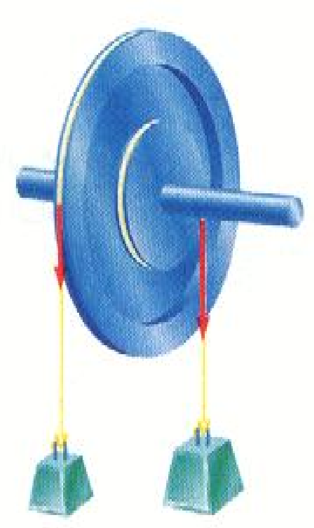
ويمكن تعلم المزيد عن التأثيرات الدورانية من الشكل 7–4 ، وواضح من هذا الشكل أن المسطرة يمكنها أن تدور بحرية حول محور ما بمركزها تحت تأثير القوتين $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$.

وتبين التجارب أن النظام يتزن عندما يحقق مقدار الشرط الآتى :

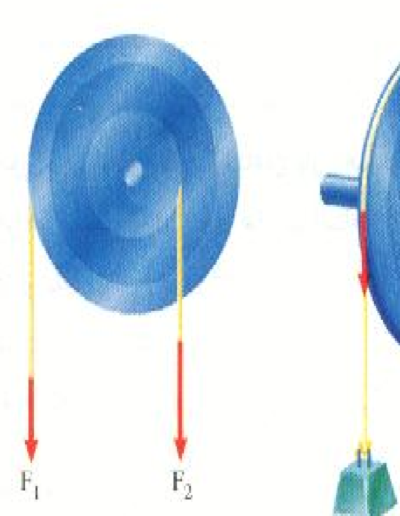
$$(0.5\,L)(\mathbf{F}_1) = \text{ذراع الرافعة} \times \mathbf{F}_2$$



شكل 7–4 :
التأثير الدورانى لقوة ما حول المحور يعتمد على حاصل ضرب القوة فى ذراع الرافعة . ما التأثير الدورانى للقوة فى الجزء (ب) ؟



(أ) شكل منظورى



فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة

فى اتجاه دوران عقارب الساعة

(ب) منظر أمامى

شكل 6–4 :
كيف يجب أن تكون العلاقة بين F_1 و F_2 حتى لا تدور العجلة .

حيث يفهم معنى « ذراع الرافعة » من الشكل 7–4 . وبدلالة « خط (عمل) القوة » (وهو خط لانهائى ينطبق عليه متجه القوة) يمكن تعريف ذراع الرافعة كما يأتى :

ذراع الرافعة لقوة ما هو المسافة العمودية بين محور معين والخط الذى تؤثر القوة على استقامته .

يسمى التأثير الدورانى لقوة حول محور ما بعزم الدوران حول ذلك المحور ويعرف كما يأتى :

عزم الدوران الناتج بواسطة قوة حول محور يساوى حاصل ضرب القوة فى ذراع الرافعة لهذه القوة : القوة × ذراع الرافعة = τ .

من الحالات الهامة لعزم الدوران تلك الحالة التى يكون فيها خط عمل القوة مارًا بالمحور كما فى الشكل 7–4ب . عندئذ يكون ذراع الرافعة صفرًا ، ومن ثم :

$$\tau = 0 \times F = 0$$



تسبب القوة المماسية للماء الساقط عزم دوران حول محور دوران (دنجل) الساقية .

إذن ، عندما يمر خط عمل القوة بالمحور يكون عزم الدوران نتيجة لهذه القوة حول ذلك المحور صفرًا .

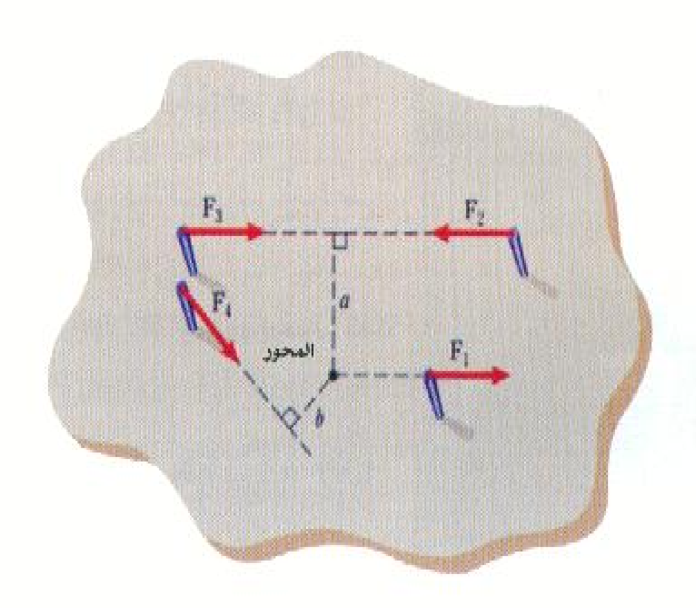
أما عن وحدات عزم الدوران فهى وحدات المسافة مضروبة فى وحدات القوة ، وهى النيوتن . متر (m.N) فى نظام الوحدات SI .

بالرجوع إلى الشكلين 4-6 و 4-7 نلاحظ أن القوتين F_1 و F_2 تميلان إلى تدوير الجسمين فى اتجاهين متضادين ، ومن ثم يجب علينا معاملة عزمى الدوران الناتجين عن القوتين باعتبارهما متعاكسين . معنى هذا أن عزم الدوران مرتبط دائمًا **باتجاه** ما . ولكن إذا كان المحور ثابتًا لن يوجد سوى اتجاهان اثنان (متعاكسان) فقط للدوران حول ذلك المحور ، ويوصف هذان الاتجاهان بأن أحدهما فى اتجاه دوران عقارب الساعة وأن الآخر فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة . ويمكن أن يؤخذ اتجاه عزم الدوران فى الاعتبار بتخصيص إحدى الإشارتين الموجبة أو السالبة للعزوم التى تميل إلى تدوير الجسم فى أحد الاتجاهين وتخصيص الأخرى للعزوم التى تنتج دورانًا معاكسًا . ومن المتبع عادة أن يميز اتجاه عزم الدوران بالطريقة الآتية :

تعتبر عزوم الدوران التى تميل إلى إحداث دوران فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة (ccw) موجبة القيمة . أما عزوم الدوران التى تميل إلى إحداث دوران فى اتجاه دوران عقارب الساعة (cw) فتعتبر سالبة القيمة .

مثال توضيحى 4-1

أوجد ذراع الرافعة وعزم الدوران لكل من القوى الموضحة بالشكل 4-8 .



شكل 4-8 :
أوجد ذراع الرافعة وعزم الدوران لكل قوة بالنسبة إلى المحور .

استدلال منطقى :

طبقًا للتعريف ، ذراع الرافعة للقوة F_1 يساوى صفرًا ، a للقوتين F_2 و F_3 ويساوى b

للقوة F_4 . وباستخدام اصطلاح الإشارات السابق ذكره نجد أن عزوم الدوران كما يأتى :

$F_1 \quad 0$

$F_2 \quad +a\,F_2$

$F_3 \quad -a\,F_3$

$F_1 \quad +b\,F_4$

4-4 الشرط الثانى للاتزان

والآن بعد أن عرفنا كيف نعبر عن التأثير الدورانى للقوة بدلالة عــزم الـدوران أصبح من السهل علينا صياغة الشرط الثانى والأخير للاتزان الاستاتيكى . وقد أثبتت التجارب الدقيقة أنه لكى يصل الجسم ساكنًا يجب أن تتوازن عزوم الدوران المؤثــرة علـى الجسـم فى اتجاه دوران عقارب الساعة مع عزوم الدوران فى عكس اتجاه عقارب الساعة .

لكى يكون الجسم فى حالة اتزان اسـتاتيكى يجـب أن يكـون المجمـوع الجـبرى لعـزوم الـدوران المؤثرة على الجسم فـى اتجاه دوران عقارب الساعة وفـى عكـس اتجاه دوران عقارب الساعة صفرًا .

هذه الصيغة هى **الشرط الثانى للاتزان** .

ويمكن كتابة هذا الشرط فـى الصـورة الرياضيـة باسـتخدام التمثيـل الرمـزى $\Sigma\tau$ للتعبير « مجموع جميع عزوم الدوران » . عندئذ يأخذ الشرط الثانى للاتزان الصورة :

$$\Sigma\tau = 0$$

بهذا أصبحت كل شروط اتزان الجسم معروفة* . وتلخص هذه الشروط فى بعدين كالآتى :

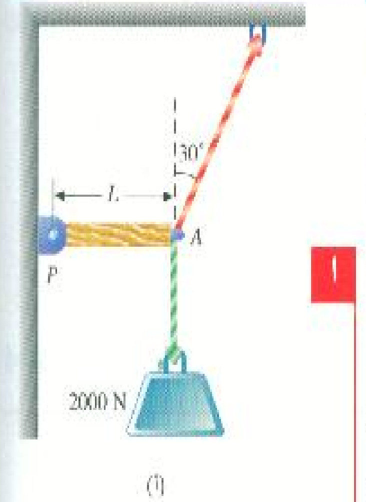
$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma F_y = 0 \qquad \Sigma\tau = 0 \qquad (4\text{-}2)$$

يستخدم المصطلحان « **العزم** » و « **عزم القوة** » بدلاً من عزم الدوران ، وفى تلك الحالـة كثيرًا ما يسمى ذراع القوة **بذراع العزم** ، وهما بالطبع مفهوم واحد .

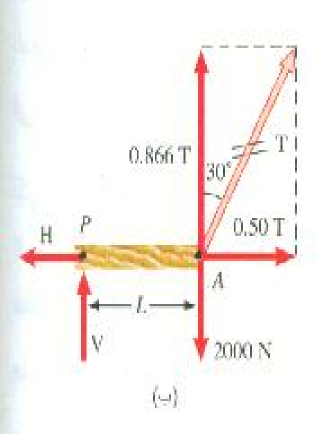
فى التطبيقات السابقة لقانون نيوتن الثانى ، وكذلك عند تطبيق الشرط الأول للاتزان ، لم يكن مُهمًا أين نبين مختلف القوى المؤثرة على الجسم فى المخطط البيانى للجسم الحـر . ولكن هذا لا يكون صحيحًا عند حساب عزوم الدوران أو تطبيق الشرط الثـانى للاتـزان . من المهم جدًا أن نتذكر ما يأتى :

عند استخدام الشرط الثانى للاتزان من الضرورى أن يبين الوضع الصحيح للقوى المؤثـرة على الجسم فى المخطط البيانى للجسم الحر الخاص به .

* افترضنا ضمنيًا خلال هذه المناقشة أن حركة الجسم المعنى مقيـدة فـى مستوى ، أى فـى بعديـن . والحقيقة أن كثيرًا من الحالات الـهامة تنتمى إلى هذا النوع .



(أ)



(ب)

شكل 9-4 :
عزل القضيب باعتباره الجسم الجارى مناقشته ، والمخطط البيانى للجسم الحر الخاص به مبين فى الجزء (ب) . يفترض أن وزن القضيب مهمل .

مثال 4-4 :

نرى من الشكل 9-4 قضيبًا طوله L يمكنه الدوران حول أحد طرفيه (P) ويحمل جسمًا وزنه 2000 N فى الطرف الآخر . أوجد الشد فى السلك الحامل ذى اللون الأحمر .

استدلال منطقى :

سؤال : لأى جسم يجب رسم المخطط البيانى للجسم الحر ؟

الإجابة : حيث أن المطلوب هو إيجاد الشد فى السلك الأحمر يجب علينا اختيار جزء من النظام يتصل به هذا السلك ، إما القضيب أو السقف . وحيث أن تحديد القوى المؤثرة على القضيب أسهل من السقف ، فالقضيب إذن هو أفضل اختيار .

سؤال : ما القوى المؤثرة على القضيب ؟

الإجابة : الشد فى كل من السلكين وأى قوى يؤثر بها الحائط على المحور P . (نص المسألة يخبرنا أن وزن القضيب مهمل) .

سؤال : كيف نعلم القوى المؤثرة بواسطة الحائط ؟

الإجابة : هذا غير ممكن فى البداية ، ولكن يمكن تعيين قوة رأسية ما V وأخرى أفقية H .

سؤال : ماذا يحدث عند تمثيل اتجاههما فى المخطط البيانى للجسم الحر بطريقة غير صحيحة ؟

الإجابة : إذا حدث فإننا سنحصل على مقدار القوة بإشارة سالبة ، وهذا يفيد بأننا اخترنا الاتجاه المعاكس . بأسلوب آخر ، سيكون كل شىء على ما يرام حتى إذا اخترنا الاتجاه الخطأ وأن ذلك لن يؤثر على إشارة الإجابة ، وسيكون بالإمكان تغيير الإشارات كما نريد عند إجراء الحسابات .

سؤال : هل يمكن تعيين الشد فى السلك السفلى ؟

الإجابة : نعم . فالشد هو القوة الوحيدة التى تحمل الوزن 2000 N . إذن ، هذا الشد يجب أن يساوى 2000 N . وسيكون المخطط البيانى للجسم الحر بعد الإجابة عن كل هذه الأسئلة كما هو مبين بالشكل 9-4ب . لاحظ أن القضيب كله ظاهر بالشكل ، ومن ثم يمكن وضع القوة المؤثرة فى مكانها الصحيح فى المخطط البيانى للجسم الحر .

سؤال : ما هى المعادلات الناتجة من الشرط الأول للاتزان ؟

الإجابة : $\Sigma F_x = 0 : \quad -H + (0.5)T = 0$

$$\Sigma F_y = 0 : (0.866)T + V - 2000\text{ N} = 0$$

ولأن لدينا ثلاثة مجاهيل هو T ، V ، H فإننا نحتاج إلى معادلة ثالثة تحتوى على نفس المجاهيل .

سؤال : ما المبدأ الآخر الذى يمكن تطبيقه ؟

الإجابة : الشرط الثانى للاتزان ، $\Sigma\tau = 0$.

سؤال : ما المحور اللازم اختياره لحساب عزوم الدوران ؟

الإجابة : أى محور يؤدى الغرض* ، ولكن إذا اخترنا محورًا عموديًا على الصفحة بحيث يمر بالنقطة P فإن خطوط عمل القوتين H و V والمركبة الأفقية للقوة T سوف تمر بالمحور ويكون عزم دوران كل منها صفرًا .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها ؟

الإجابة : باستخدام اصطلاح إشارات عزوم الدوران نحصل على المعادلة :

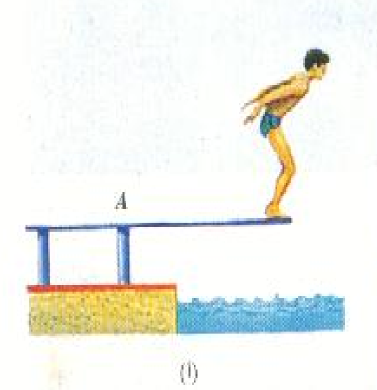
$$-(2000\ \mathrm{N})L + (0.866T)L = 0$$

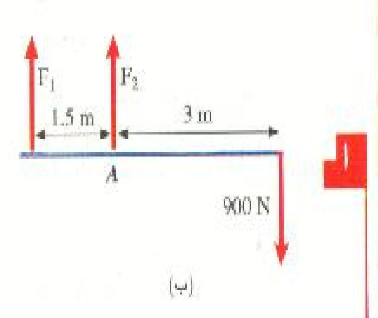
الحل والمناقشة : باستخدام المعادلة الأخير نجد أن $T = 2310\ \mathrm{N}$. وقد حصلنا فى هذه الحالة على النتيجة المطلوبة من معادلة عزم الدوران وحدها ! ويمكنك إن شئت التعويض عن قيمة T فى معادلتى المركبتين x و y وحلهما بالنسبة إلى H و V .

تمرين : أوجد H و V فى الشكل 9-4 . **الإجابة :** $H = 1150\ \mathrm{N}, V = 0$.

مثال 5-4 :

الرجل الموضح فى الشكل 10-4 وزنه 900 N على وشك القفز فى الماء من فوق لوح القفز . أوجد القوى التى يؤثر بها القائمان على اللوح . افترض أن وزن اللوح مهمل .





شكل 10-4 :
رجل وزنه 900 N واقف على طرف لوح القفز . نحن نخمن أن القائمين يؤثران على اللوح بقوتين اتجاههما كما هو مبين بالشكل . ومن الواضح أن تخميننا لاتجاه إحدى القوى غير صحيح .

استدلال منطقى :

سؤال : ما هى القوى المؤثرة على اللوح ؟

الإجابة : وزن الرجل إلى أسفل والقوتان الرأسيتان اللتان يؤثر بهما القائمان .

سؤال : وزن الرجل معلوم ، ولكن قوتى القائمين غير معلومتين . فى أى اتجاه تؤثر قوتا القائمين .

الإجابة : نحن لا نعلم اتجاهى القوتين ، ولكننا نعلم بالتأكيد أن **واحدة** منهما على الأقل يجب أن تكون إلى أعلى وإلا أنهار اللوح . وتجدر الإشارة مرة أخرى إلى أننا إذا اخترنا اتجاهًا خاطئًا لأى قوة مجهولة فى المخطط البيانى للجسم الحر فإن كل ما سوف يحدث هو أننا سنحصل على قيمة سالبة لمقدارها . وهذا ويوضح المخطط البيانى للجسم الحر الخاص باللوح (شكل 10-4ب) أحد الاختيارات الممكنة للقوتين F_1 و F_2 .

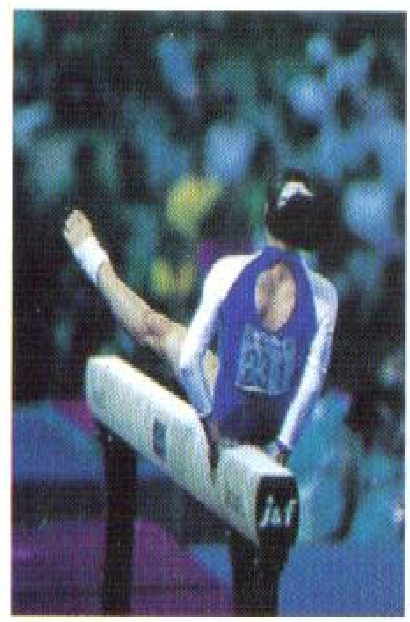
سؤال : ماذا ينتج من الشرط الأول للاتزان ؟

الإجابة : لا يوجد أى قوى أفقية هنا ، إذن ، من الشرط $\Sigma \mathbf{F}_y = 0$ نجد أن :

$$F_1 - 900\ \mathrm{N} + F_2 = 0$$

* تبرير ذلك تفصيلا هو موضوع القسم 6-4 .





لكى تبقى لاعبة الجمباز علـــى عارضة التوازن يجب عليها أن تحتفظ بمركز ثقلها فوق العارضة . وبمجرد أن يزاح مركـــز الثقل إلى إحد جانبى العارضـــة ســيصبح الوقوع أمرًا لا مفر منه .

سؤال : أى محور نختار لحساب عزوم الدوران ؟

الإجابة : مرة أخرى ، أى محور يؤدى الغرض . لنختر على سبيل المثـال محورًا يمر بالنقطة A وهى نقطة اتصال أحد القائمين باللوح .

سؤال : ما النتيجة التى نحصل عليها من تطبيق الشرط الثانى باستخدام هذا المحور ؟

الإجابة : $-(900\ \text{N})(3\ \text{m}) - F_1(1.5\ \text{m}) = 0$

لاحظ أن F_2 لا تظهر فى هذه المعادلة لأنها لا تخلق عزم دوران حول المحور الذى اخترناه .

الحل والمناقشة : معادلة عزم الدوران تعطـى $F_1 = -1800\ \text{N}$. وتبين هـذه النتيجـة السالبة أن اتجاه F_1 **معاكس لما اخترناه فى المخطط البيانى للجسم الحـر** . وبـالتعويض بهذه القيمة فى معادلة القوى نجد أن :

$$F_2 = 900\ \text{N} - (-1800\ \text{N}) = 2700\ \text{N}$$

وحتى بهذا الاختيار الخاطئ لاتجاه القوة F_1 فإننا نحصـل علـى الإجابات الصحيحة طالما التزمنا بالإشارات فى إجراء العمليات الجبرية .

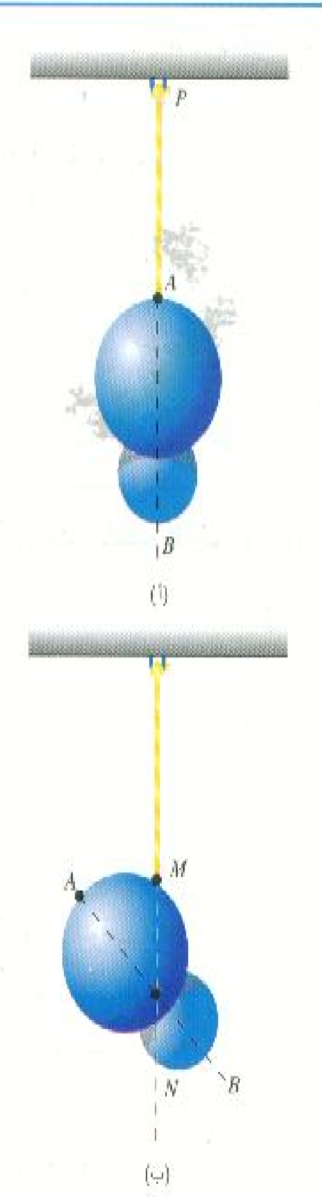
4–5 مركز الثقل

تفادينا فى المثالين 4–4 ، 4–5 تعقيدين اثنين كان أولــهما اختيـار محـور لحسـاب عزوم الدوران حوله ، وأكدنا بدون تبرير أن أى محور نختـاره يفـى بـالغرض ؛ وسـوف يناقش هذا الموضوع فى القسم 4–6 . وتفادينـا التعقيد الثـانى بـأن فرضنـا أن القضيـب ولوحة القفز يمكن إهمـال وزنـهما . ولأن هـذا الفرض ليـس صحيحًـا عمومًـا وفـى كـل الحالات ، يلزم الآن دراسة كيف يؤخذ الوزن فـى الاعتبـار عنـد تطبيـق الشـرط الثـانى للاتزان . بمعنى آخر ، أين توجد نقطة تأثير قـوة الجاذبيـة علـى الجسم حتـى يمكـن حساب ذراع الرافعة لـها بالنسبة إلى المحور المختار ؟

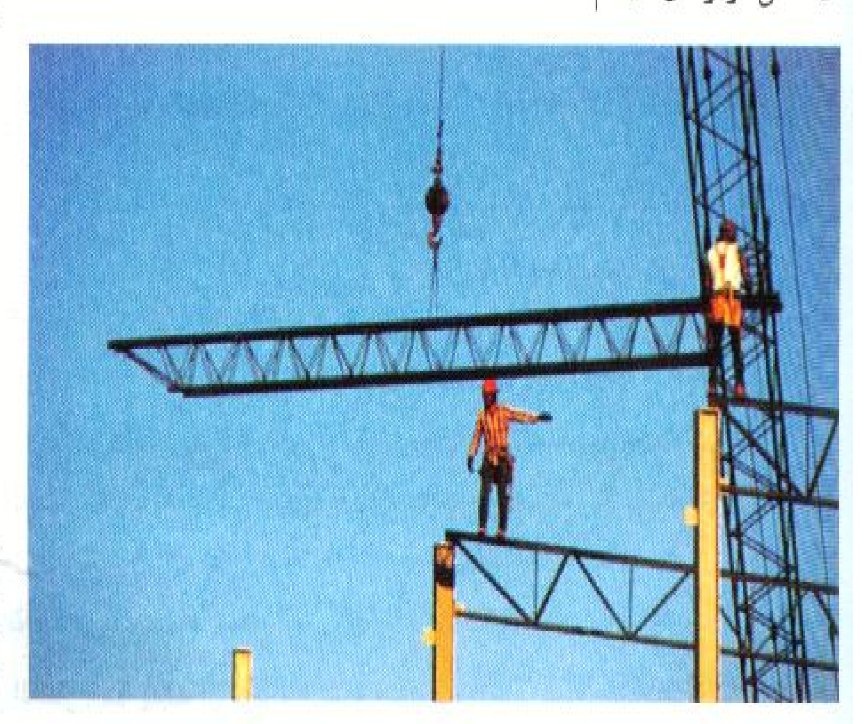
من الطبيعي أن الجاذبية الأرضية تؤثر على جميع أجزاء أى جسم . ولكن فى حسابات عزوم الدوران يبدو أن قوة الجاذبية (وزن الجسم) تؤثر فى نقطة واحدة فيه ، وسوف نسمى هذه النقطة **مركز ثقل (c.g)** الجسم . لنرى الآن كيف يعين موقع هذه النقطة عمليًا .

لنفرض أننا نريد تعيين موضع مركز ثقل الجسم المبين بالشكل 11-4 . لتحقيق ذلك يعلق الجسم أولاً فى خيط متصل بأى نقطة على الجسم ولتكن A ، ولنعتبر أن الخيط حر الدوران حول محور مار بالنقطة P . إذا ترك الجسم المعلق فترة كافية فإنه سوف يتخذ وضع الاتزان المبين بالشكل نتيجة لاتزان القوى وعزوم الدوران المؤثرة عليه . هناك قوتان مؤثرتان فقط على الجسم هما قوة الجاذبية وتؤثر رأسيًا إلى أسفل والشد فى الخيط واتجاهه رأسى إلى أعلى . علاوة على ذلك فإن المجموع الاتجاهى لهاتين القوتين يساوى صفرًا لأن النظام فى حالة اتزان . وحيث أن الخيط يمر بالنقطة P فإن عزم دوران قوة الشد حول P يساوى صفرًا . وعليه ، فلكى يكون **مجموع** عزمى الدوران حول P صفرًا لابد أن يكون عزم الدوران حول P نتيجة للجاذبية مساويًا للصفر ، هذا يكون صحيحًا فقط إذا كان **صافى تأثير** الجاذبية مؤثرًا فى اتجاه الخط AB بالشكل 11-4 أ ، والمار بالنقطة P .

لنقم الآن بتعليق الجسم من نقطة أخرى M كما بالشكل 11-4ب . باستخدام نفس المنطق السابق يمكن استنتاج أن الجاذبية تؤثر على استقامة الخط MN ولكننا نعلم جميعا أن هناك نقطة واحدة مشتركة بين الخطين AB و MN هى بالتحديد نقطة تقاطعهما C . معنى ذلك أن C هى نقطة تأثير الجاذبية فى كلتا الحالتين . ويمكن التحقق من ذلك بتعليق الجسم من نقطة ثالثة وتكرار نفس التجربة ؛ وعندئذ سنجد أن هناك خطًا رأسيًا يمر بنقطة التعليق الثالثة ويمر أيضًا بالنقطة C ويستنتج من ذلك إذن أن C هى مركز ثقل الجسم :



شكل 11-4 :
طريقة عملية لتعيين مركز ثقل جسم .



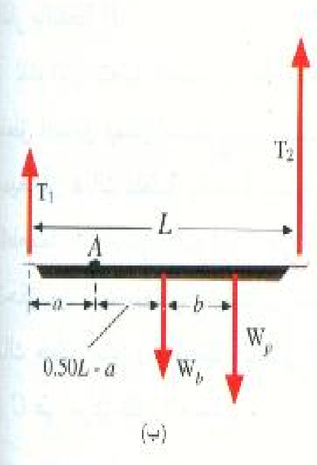
ترفع هذه العارضة بسلك واحد يقع على استقامته مركز ثقلها . وحيث أن صافى عزم الدوران المؤثر على العارضة يساوى صفرًا فإنها تظل مستوية أثناء عملية الرفع .

مركز ثقل الجسم هى تلك النقطة التى يمكن اعتبارها بمثابة نقطة تأثير لقوة الجاذبية المؤثرة على الجسم عند حساب عزم الدوران الذى تسببه حول أى محور مختار .

وبالنسبة للأجسام ذات التماثل البسيط ، كالقضبان والكرات والمكعبات والمصنوعة من مواد متجانسة يقع مركز الثقل فى المركز الهندسى . وليس من الضرورى أن تكون هذه النقطة نقطة فيزيائية داخل مادة الجسم . فمركز ثقل الطوق المصنوع من مادة منتظمة على سبيل المثال يقع فى مركزه الهندسة بالرغم من أن كل مادته موجودة حول الحافة .

4-6 موضع المحور اختيارى


(أ)



(ب)

شكل 12-4 :
موضع المحور اختيارى .

غالبًا ما يكون للجسم الموجود فى حالة اتزان محور دوران واضح ، وعادة ما يستخدم هذا المحور لحساب عزوم الدوران . ولكن مثل هذا المحور الواضح لا يكون موجودًا فى كثير من المواقف . وسوف نرى فى هذا القسم أن لدينا الحرية كاملة فى اختيار **أى** محور نراه مناسبًا عند تطبيق الشرط الثانى للاتزان . ومن بين الأدلة على ذلك أن الجسم فى حالة الاتزان لا يدور حول **أى** محور سواء كان داخل الجسم أو خارجه ، وعليه فإن مجموع عزوم دوران القوة المؤثرة على جسم حول **أى (وكل)** محور يجب أن يكون صفرًا . ولكننا مع ذلك سنطرح هذا الاستدلال العام جانبًا ونحاول إثبات النتيجة رياضيًا .

لندرس الموقف المبين بالشكل 12-4 الذى يمثل رسام إعلانات وزنه W_p واقفًا فى حالة اتزان على لوح خشبى منتظم وزنه W_b وطوله L . مركز ثقل هذا اللوح يقع فى مركزه الهندسى ، ولهذا فإن W_b يؤثر عند هذه النقطة كما هو واضح فى الشكل 12-4ب . ولنفرض أن الشدين فى السلكين الحاملين T_1 و T_2 . سوف نثبت الآن أن الصورة الأخيرة لمعادلة عزوم الدوران لحالة الاتزان هذه لا تعتمد على المحور المختار .

بأخذ خط مار بالنقطة A كمحور ، عليك إثبات أن معادلة عزوم الدوران $\Sigma\tau = 0$ ستصبح على الصورة :

$$-T_1(a) - W_b(0.50L - a) - W_p(0.50L - a + b) + T_2(L - a) = 0$$

وبتجميع الحدود المحتوية على الطول الاختيارى a :

$$-a(T_1 - W_b - W_p + T_2) - 0.50\, W_b L - W_p(0.50L + b) + T_2 L = 0$$

ويمكن بسهولة إثبات أن معامل a فى هذه المعادلة يساوى صفرًا بشرط أن يكون النظام فى حالة اتزان ذلك أن : $\Sigma \mathbf{F}_y = 0$ عند الاتزان ، إذن :

$$T_1 + T_2 - W_b - W_p = 0$$

وحيث أن هذا هو معامل ضرب a فى المعادلة ، إذن الحد المعنى يساوى صفرًا ومن ثم فإن معادلة العزوم هى :

$$-0.50\, W_b L - W_p(0.50L + b) + T_2 L = 0$$

وهى لا تعتمد على a أو موضع المحور المختار . هذا يثبت أن موضع المحور اختيارى

فى هذه الحالة على الأقل .

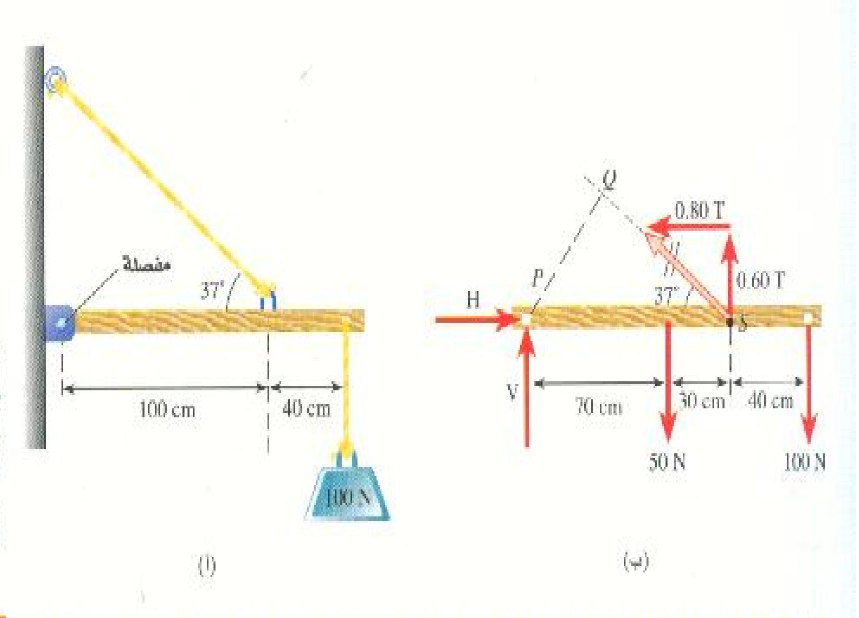
ومع أننا حصلنا على هذه النتيجة فى حالة خاصة معينة إلا أنه يمكـن برهانـها فـى الحالة العامة . وبهذا نكون قد حصلنا على النتيجة العامة الآتية :

عند كتابة معادلة عزوم الدوران لجسم فى حالة اتزان يكون اختيار موضع المحور اختياريًا .

وعادة يختار المحور بحيث يمر به خط عمل قوة مجهولة ، وبهذا يصبح عـزم دوران تلك القوة صفرًا ولا تظهر فى معادلة عزوم الدوران .

مثال 4-6 :

يمثل الشكل 4-13 عمودًا منتظمًا وزنه 50 N متصلاً بحائط عن طريق مفصلة . فإذا كان العمود فى حالة اتزان استاتيكى ، فما مقدار الشد فى السلك العلوى ؟ وما هما المركبتان الأفقية والرأسية للقوة التى تؤثر بها المفصلة على العمود ؟



شكل 4-13 : القوى المؤثرة على العمود فى الجـزء (أ) موضحة بالتفصيل فى الجزء (ب) . لاحظ أن المركبة $0.6\,T$ تؤثر على العمود إلى أعلى عند النقطة S ، وعليه فإن ذراع الرافعة لهذه القوة حول P يساوى 100 cm .

استدلال منطقى :

سؤال : هل يمكن تحديد جميع القوة المؤثرة على العمود وتمثيلها فـى المخطط البيـانى للجسم الحر ؟

الإجابة : الشد فى السلك العلوى يؤثر عند نقطة اتصاله بـالعمود S فـى اتجـاه السلك والقوة 100 N تؤثر رأسيًا إلى أسفل عند طرف العمود ، كما يؤثر وزن العمود وقدره 50 N رأسيًا إلى أسفل عند منتصف العمود . أما الحائط فإنه يؤثر بقوة ما على العمود عن طريق المفصلة ، ويمكن تمثيل هذه القوة عمومًا بمركبة رأسية V ومركبة أفقية H . بذلك يكـون المخطط البيانى للجسم الحر كما هو مبين بالشكل 4-13ب . وإذا كان اختيارنا لاتجاهى H و V خاطئًا سوف نحصل من حلول معادلات الاتزان على قيم سالبة .

سؤال : هل يوجد اختيار واضح للمحور ؟

الإجابة : إذا اختير محور مار بالمفصلة عند P سيؤدى ذلك إلى تبسيط حسابات عزوم الدوران لأن القوتين H و P ليس لهما عزم دوران حول ذلك المحور .

سؤال : كيف يدخل الشد فى الحبل العلوى فى شرطى الاتزان ؟

الإجابة : هذه القوة تسهم فى الشرط الأول للاتزان بمركبة أفقية وأخرى رأسية ، كما أنها تنتج عزمًا حول المحور المار بالمفصلة فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة .

سؤال : ما هى المعادلات الناتجة من الشرط الأول ؟

الإجابة : بالنسبة للاتجاه الأفقى :

$$H - T_x = H - (0.80)T = 0$$

وبالنسبة للاتجاه الرأسى :

$$V + T_y - 50\ \mathrm{N} - 100\ \mathrm{N} = 0$$

أو :

$$V + (0.60)T - 150\ \mathrm{N} = 0$$

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من الشرط الثانى ؟

الإجابة : الوزنان يسهمان بعزمى دوران حول P فى اتجاه دوران عقارب الساعة ، أما القوة T_y فتسهم بعزم دوران فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة :

$$T_y\,(1.0\ \mathrm{m}) - (50\ \mathrm{N})(0.70\ \mathrm{m}) - (100\ \mathrm{N})(1.4\ \mathrm{m}) = 0$$

أو

$$(0.60)T(1.0\ \mathrm{m}) - 35\ \mathrm{m.N} - 140\ \mathrm{m.N} = 0$$

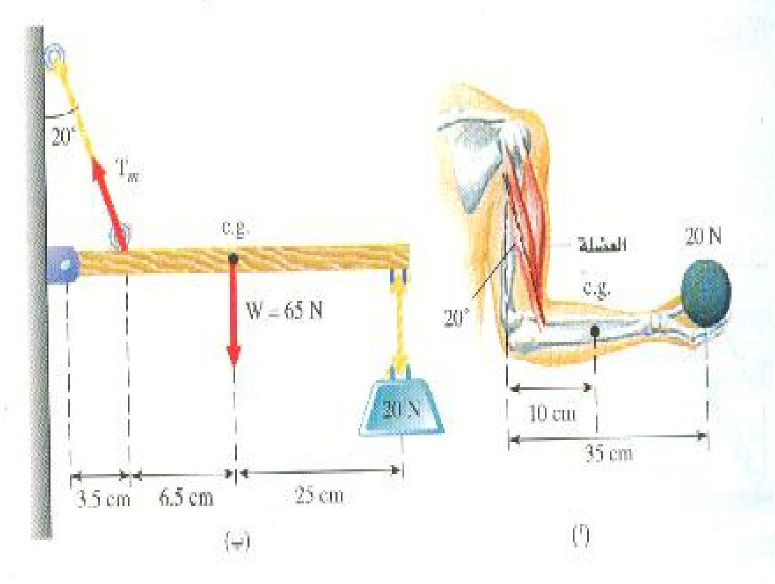
لاحظ أن المركبة الأفقية للقوة T تمر بالمفصلة ولذلك يكون إسهامها فى عزم الدوران صفرًا . لاحظ كذلك أن الوزنين يؤثران عند نقطتين مختلفتين على العمود ، وبذلك يكون ذراعا الرافعة لهما مختلفين .

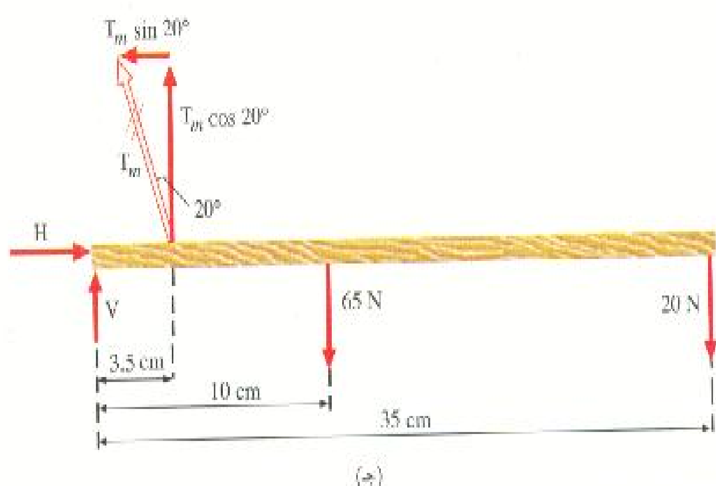
الحل والمناقشة : لاحظ أن لدينا ثلاث معادلات فى ثلاثة مجاهيل هى T ، V ، H وطبقًا لمعطيات المسألة لا يمكن الاحتفاظ فى النتيجة بأكثر من رقمين معنويين . وبتطبيق معادلة عزوم الدوران نحصل مباشرة على الشد فى السلك $T = 290\ \mathrm{N}$. وبالتعويض عن T بهذه القيمة فى معادلتى القوى نجد أن $H = 230\ \mathrm{N}$ و $V = -24\ \mathrm{N}$. وحيث أننا عاملنا V كمتجه اتجاهه **إلى أعلى** فإن هذه النتيجة تخبرنا أن اتجاه V **إلى أسفل** .

مثال 7-4 :

يحمل شخص مقداره 20 N كما هو مبين بالشكل 14-4أ . أوجد الشد فى العضلة الحاملة ومركبتى القوة المؤثرة على الكوع ، علما بأن الخصائص المميزة للساعد والكف معًا (من الكوع حتى أطراف الأصابع) هى : الوزن 65 N ؛ الطول 35 cm ؛ مركز الثقل يقع بين الكوع والرسغ وعلى بعد 10 cm من الكوع ؛ العضلة مثبتة على بعد

3.5 cm من الكوع وتصنع زاوية قدرها 20° بالنسبة إلى الرأسى .





شكل 14-4 :
يمكن تحليل القوى المؤثرة فى الذراع البشرة باستخدام النموذجين الموضحين فى (ب) ، (جـ) .

استدلال منطقى :

أ

سؤال : ما هو الجسم المراد اعتباره فى حالة اتزان ؟

الإجابة : الساعد مع اليد . ومن المناسب اختيار محور مار بالكوع لحساب عزوم الدوران .

سؤال : ما هى القوى المؤثرة على الساعد ، وأين توضع فى المخطط البيانى للجسم الحر ؟

الإجابة : انظر الشكلين 14-4ب ، 13-4جـ حيث نستخدم هنا القوى الأساسية فقط والتى نستخرجها من الشكل 14-4أ . لاحظ التشابه مع حالة العمود فى المثال السابق . أى أن موقفين مختلفين قد أمكن اختزالهما إلى نفس المسالة ، وتكمن قوة الفيزياء فى قدرتها على التبسيط والتوحيد من خلال هذا النوع من الاختزال إلى الأساسيات .

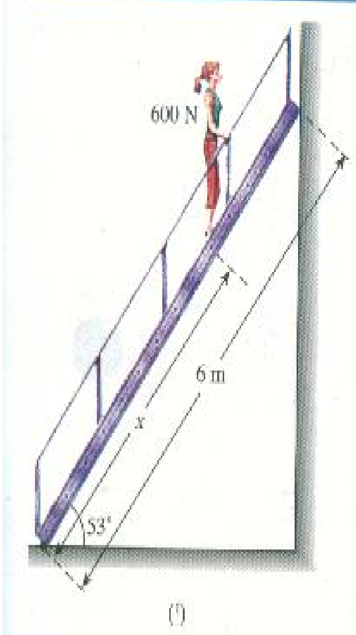
سؤال : ما المعادلات التى نحصل عليها من شرطى الاتزان ؟

الإجابة : باستخدام الكوع كمحور لحساب عزوم الدوران نحصل على :

$$\Sigma F_x = 0 : H - T_m \sin 20^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 : V + T_m \cos 20^\circ - 65\ \text{N} - 20\ \text{N} = 0$$

$$\Sigma \tau = 0 : (T_m \cos 20^\circ)(0.035\ \text{m}) - (65\ \text{N})(0.10\ \text{m}) - (20\ \text{N})(0.35\ \text{m}) = 0$$



(أ)

الحل : من معادلة عزوم الدوران نجد أن $T_m = 410\ N$. وبالتعويض عن هذه القيمة في معادلتي القوى نحصل على :

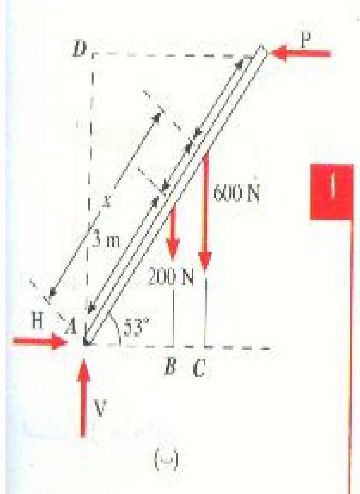
$$H = 140\ N \qquad V = -300\ N$$

حيث تبين الإشارة السالبة أن اتجاه V إلى أسفل .

جميع هذه القوى أكبر من وزن الجسم المحمول . هل يمكنك إثبات أن T_m يصبح كبيرًا جدًا إذا مدت الذراع أفقيًا ، لماذا يكون من المتعب للغاية أن تحمل ثقلاً في يدك وهي ممتدة أفقيا ؟

مثال 8-4 :

يستند سلم منتظم طوله 6.0 m ووزنه 200 N على حائط بحيث يميل بزاوية قدرها 53° فوق الأفقي كما هو مبين بالشكل 15-4أ . يفترض هنا عدم وجود احتكاك بين السلم والحائط ، وأن معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين السلم والأرضية هو $\mu_s = 0.55$. فإذا صعدت امرأة وزنها 600 N (135 lb) هذا السلم ببطيء ، فما أقصى مسافة يمكن أن تصعدها المرأة على السلم ، مقاسة على استقامة السلم من قاعدته ، قبل أن يقع السلم ؟



(ب)

شكل 15-4 :
امرأة وزنها 600 N تقف على سلم وزنه 200 N . بفرض أن الحائط أملس تكون القوى المؤثرة على السلم كما هو مبين في الجزء (ب) .

استدلال منطقي :

سؤال : لماذا سيقع السلم إذا صعدت عليه المرأة إلى ارتفاع كبير ؟

الإجابة : كلما صعدت المرأة على السلم يتغير ذراع الرافعة لعزم الدوران الذي يخلقه وزنها حول أي محور مختار ، وهذا يؤثر على القوى المؤثرة على السلك عند الحائط والأرضية . ولكن إحدى هذه القوى المساهمة في الاتزان ، وهي قوة الاحتكاك بين السلك والأرضية ، لها قيمة قصوى مسموحة . فإذا زادت هذه القوة عن القيمة القصوى سوف ينزلق السلم نتيجة للدوران في اتجاه دوران عقارب الساعة .

سؤال : ما القوى التي تؤثر بها الأرضية والحائط على السلم ؟

الإجابة : الاحتكاك عند الأرضية يمكنه التأثير بقوة أفقية H إلى اليمين ، أما الأرضية ذاتها فتعطي قوة رأسية V إلى أعلى . أما الحائط ، وهو احتكاكي ، فيمكنه فقط أن يؤثر على السلم بقوة دفع أفقية P إلى اليسار .

سؤال : نعرف أين نضع وزن السلم ، ولكن كيف نحدد مكان وزن المرأة ؟

الإجابة : اعتبر أن وزنها يؤثر عامة على بعد قدره x من القاعدة . عندئذ سيكون المخطط البياني للجسم الحر بالنسبة للسلم كما هو موضح بالشكل 15-4ب .

سؤال : ما الذي نبحث عنه في نهاية الأمر لنعرف منه شرط انزلاق السلم ؟

الإجابة : المطلوب هو إيجاد تعبير يوضح كيف تعتمد قوة الاحتكاك H على موضع المرأة x باستخدام شرطي الاتزان . وعندئذ سيمكن إيجاد قيمة x المناظرة للقيمة العظمى المسموحة للقوة H .

سؤال : ما المعادلات الناتجة عن تطبيق الشرط الأول للاتزان ؟

الإجابة : من الشرط $\Sigma \mathbf{F}_x = 0$ نجد أن $H - P = 0$

إذن : $H = P$

ومن الشرط $\Sigma \mathbf{F}_y = 0$ نجد أن $200\ \text{N} + 600\ \text{N} - V = 0$

ومنه $V = 600\ \text{N}$

سؤال : أى المحاور نختار لحساب عزوم الدوران وما المعادلة الناتجة عن تطبيق الشرط الثانى ؟

الإجابة : كما سبق أن أشرنا ، يمكن تبسيط معادلة عزوم الدوران باختيار محور مار بأكبر عدد من القوى المؤثرة على الجسم ، وهو هنا محور يمر بالنقطة A فى الشكل 4-15ب . تحقق أن أذرع الرافعة للقوى حول A هى :

للنقطة P : $(6.0\ \text{m}) \sin 53^\circ = 4.8\ \text{m}$

لوزن السلم : $(3.0\ \text{m}) \cos 53^\circ = 1.8\ \text{m}$

لوزن المرأة : $x(\cos 53^\circ) = 0.60\,x$

ومن معادلة عزوم الدوران $\Sigma \tau = 0$ نحصل على :

$$(4.8\ \text{m})P - (1.8\ \text{m})(200\ \text{N}) - (0.60x)(600\ \text{N}) = 0$$

سؤال : كيف يمكن الحصول على علاقة بين H و x ؟

الإجابة : لاحظ أن إحدى معادلتى القوى تعطى $H = P$. ومن ثم يمكن وضع H بدلاً من P فى معادلة عزوم الدوران وحلها بالنسبة إلى x بدلالة H :

$$(4.8\ \text{m})H - 360\ \text{m.N} - 360x\ \text{N} = 0$$

$$x = \frac{(4.8\text{m})H - 360\text{m.N}}{360\text{N}} = \left(\frac{H}{75}\right)\text{m/N} - 1\ \text{m}$$

سؤال : ما الشرط الذى يحدد القيمة العظمى للمسافة x (x_{max}) ؟

الإجابة : تبين المعادلة الأخيرة أن x تتناسب طرديًا مع H . إذن x_{max} تناظر H_{max} .

سؤال : بماذا تتعين H_{max} ؟

الإجابة : $H_{max} = \mu_s F_N$ ، حيث F_N القوة العمودية التى تؤثر بها الأرضية على السلم ، وقد سميناها V فى هذه المسألة ، ووجدنا أن $V = 800\ \text{N}$.

الحل والمناقشة : حيث أن $H_{max} = (0.55)(800\ \text{N}) = 440\ \text{N}$. إذن :

$$x_{max} = \frac{H_{max}}{75-1} = \frac{440}{75} - 1 = 4.9\ \text{m}$$

أى أن السلم سوف ينزلق عندما تصل المرأة إلى نقطة تبعد حوالى 1.1 m عن الطرف العلوى للسلم .

تمرين : ما أصغر قيمة لمعامل الاحتكاك μ_s تمكن المرأة من الصعود إلى الطرف العلوى للسلم ؟

الإجابة : μ_s يجب أن تساوى 0.66 على الأقل فى هذه الحالة .

مثال 4-9 :

لإيضاح أن اختيار المحور اعتباطى ، لنعد إلى المثال 8-4 ونختار هذه المرة محورًا مارًا بالنقطة B فى الشكل 15-4ب ، وهذا المحور يقع خارج السلم . تحقق أن هذا الاختيار يعطى نفس النتيجة التى حصلنا عليها باستخدام محور مار بالنقطة A .

استدلال منطقى :

سؤال : ما القوى التى ليس لها عزم دوران حول B ؟

الإجابة : H ووزن السلم لأنه يمر بالنقطة B .

سؤال : ما هى أذرع الرافعة للقوى الأخرى حل B ؟

الإجابة : بالنسبة للنقطة B ، نفس القيمة : 4.8 m

بالنسبة للقوة V : $(3\text{ m})\cos 53° = 1.8\text{ m}$

بالنسبة لوزن المرأة : $(x - 3\text{ m})\cos 53° = (0.60)x - 1.8\text{ m}$

ويبين المخطط البيانى أن $x > 3\text{ m}$. ولكن إذا كان اختيارنا خاطئًا وجدنا أن x أقل من 3 m فإن إشارة ذراع الرافعة سيصبح سالبًا ، وهذا يعكس اتجاه عزم الدوران أوتوماتيكيًا . وكما فى حالة التخمين غير الصحيح لاتجاهات القوى فإن التخمين غير الصحيح لاتجاه الدوران سوف يعطينا ببساطة إشارة معكوسة فى الإجابة .

سؤال : ما معادلة عزوم الدوران حول B ؟

الإجابة : $(4.8\text{ m})P - (1.8\text{ m})V - (600\text{ N})(0.60x - 1.8\text{m}) = 0$

سؤال : هل تغيرت معادلتا الشرط الأول ؟

الإجابة : لا يتأثر الشرط الأول باختيار المحور أو وضع القوى المؤثرة على الجسم .

الحل والمناقشة : باستخدام نفس نتائج معادلات القوة التى حصلنا عليها فى المثال 8-4 نجد أن : $V = 800\text{ N}$ و $H = P$. لاحظ أن المعادلة الأخيرة عالية تتحول إلى :

$$(4.8\text{ m})H - (1.8\text{ m})(800\text{ N}) - (360\text{ N})x + 1080\text{ m.N} = 0$$

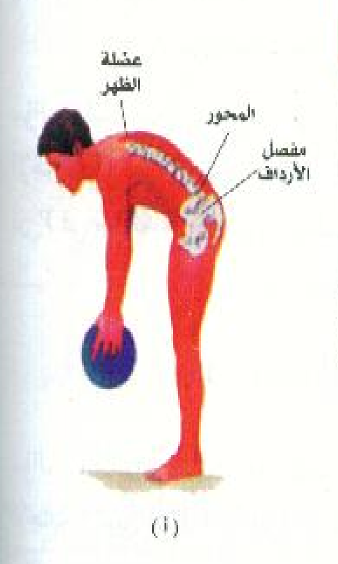
ومنه نجد أن :

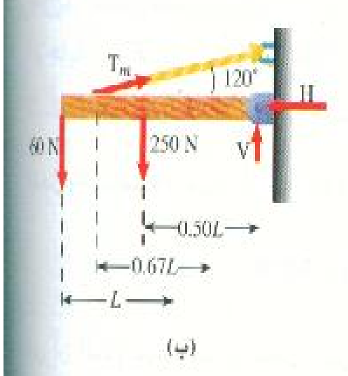
$$(4.8\text{ m})H - (360\text{ N})x - 360\text{ m.N} = 0$$

وهذه هى نفس العلاقة بين H و x السابق الحصول عليها فى المثال 8-4 .

4-7 إصابة الظهر من رفع الأثقال

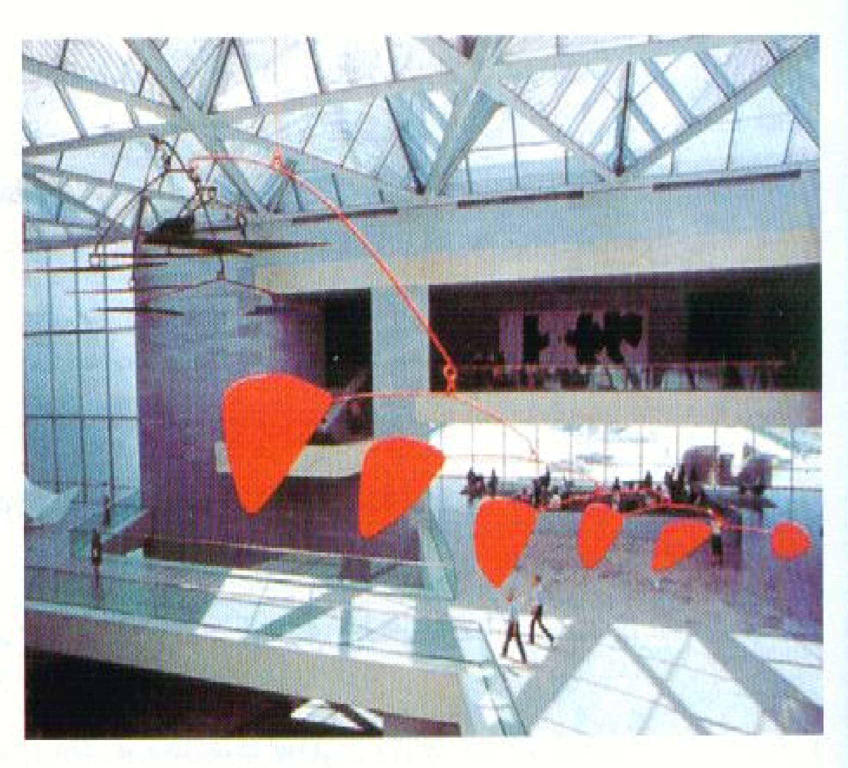
ربما لفت بعضهم انتباهك إلى أن هناك طريقة صحيحة وأخرى خاطئة لرفع جسم ثقيل ؛ لنطبق ما تعلمته لنرى أن هذا صحيح ولماذا . اعتبر الموقف الفعلى الموضح بالشكل 16-4أ الذى يمثل رجلاً يرفع كرة بولينج وزنها 60 N . فى هذه الحالة من المحتمل أن يحدث إجهاد للظهر إذا كان الشد فى عضلة الظهر كبيرًا جدًا أو كان ضغط





شكل 16-4 :
يمكن إيجاد القوى الموجودة فى ظهر الرجل باستخدام النموذج المبين فى الجزء (ب) من الشكل .

العمود الفقرى على مفصل الأرداف كبيرًا جدًا ، ومن السهل حساب هذه القوى بتبسيط الموقف كما هو مبين بالجزء (ب) فى الشكل. فى هذا النموذج يستبدل العمود الفقرى بعمود أفقي مرتكز على الأرداف . لنفرض أن T_m هو الشد فى عضلة الظهر وأن مركبتى القوة المؤثرة على مفصل الأرداف هما H و V ، ولنعتبر أن وزن الجزء العلوي من جسم الرجل هو 250 N بأبعاده المبينة بالشكل .



لكى يستمر هذا « الموبايل » ساكنًا لا يكفى فقط أن يتحقق الشرط الأول للاتزان ، بل لابد أن يتحقق الشرط الثانى حول أى محور تختاره . وعلى وجه التحديد يجب أن تنطبق نقطة تعلق كل جزء فى « الموبايل » على مركز ثقل ذلك الجزء .

عندما يحمل الرجل الكرة في حالة اتزان تصبح المعادلات التي تصف هذه الحالة على الصورة :

$$\Sigma F_x = 0 : \quad H - T_m \cos 12^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 : \quad T_m \sin 12^\circ + V - 60^\circ - 250 = 0$$

$$\Sigma \tau = 0 : \quad (250)(0.50L) + (60)(L) - T_m \sin 12^\circ (0.67\,L) = 0$$

حيث القوى جميعها مقدرة بالنيوتن . (تأكد من فهمك لطريقة الحصول على معادلة عزوم الدوران) . بقسمة طرفى المعادلة الأخيرة على L ثم حلها بالنسبة إلى T_m نجد أن $T_m = 1330$ N . وبالتعويض عن هذه القيمة فى المعادلتين الأخريين نحصل على $H = 1300$ N ، $V = 32$ N .

لاحظ أن هذه القوى كبيرة جدًا فبالرغم من أن كرة البولينج تزن 60 N فقط فإن الشد فى عضلة الظهر 1330 N كما أن القوة المؤثرة على العمود الفقرى فى حدود هذه القيمة . من الواضح إذن أنه عند انحنائك لرفع جسم ما فإنك تسبب إجهادًا شديدًا لظهرك . أما إذا رفعت الجسم وأنت فى وضع القرفصاء وجعلت ظهرك مستقيمًا فإن هذه القوى ستصبح أقل كثيرًا . هذا ويجب عليك إثبات ذلك بالاستعانة بالنموذج المبين بالشكل 16-4ب .

أهداف التعلم

الآن وقد أنهيت هذا الفصل يجب أن تكون قادرًا على :

1 ـ تعريف (أ) الاتزان الاستاتيكى ، (ب) ذراع الرافعة ، (جـ) عزم الدوران ، (جـ) مركز الثقل .

2 ـ إيجاد عزم الدوران الناتج عن قوة معينة بالنسبة إلى محور ثابت وتطبيق اصطلاح الإشارات على عزم الدوران .

3 ـ كتابة شرطى الاتزان الاستاتيكى بالكلمات وفى صورة معادلة .

4 ـ تحديد موضع مركز كتلة بعض الأجسام المنتظمة وتعيين مركز ثقل بعض الأجسام الأكثر تعقيدًا .

5 ـ وضع قوة الجاذبية المؤثرة على جسم فى المخطط البيانى للجسم الحر بالنسبة له .

6 ـ حل المسائل الاستاتيكية البسيط بتطبيق شرطى الاتزان .

ملخص

تعريفات ومبادئ أساسية :

الاتزان الاستاتيكى :

الجسم الساكن والمستمر فى حالة السكون إلى الأبد يقال أنه فى حالة اتزان استاتيكى .

ذراع الرافعة :

ذراع الرافعة لقوة ما حول محور مختار هو المسافة العمودية من المحور إلى خط عمل القوة .

عزم الدوران (τ) :

عزم الدوران الناتج عن قوة معينة حول محور مختار هو حاصل ضرب القوة فى ذراع الرافعة حول ذلك المحور .

$$\tau = \text{القوة} \times \text{ذراع الرافعة}$$

وحدات عزم الدوران فى النظام SI هى m.N .

خلاصة :

يمكن تمييز تأثير عزم الدوران بأنه فى اتجاه دوران عقارب الساعة (cw) أو فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة (ccw) حسب ما إذا كان عزم الدوران يميل إلى تدوير الجسم فى ذلك الاتجاه أو فى الاتجاه المعاكس . ولأخذ هذين الاتجاهين المتعاكسين فى الاعتبار يستخدم اصطلاح الإشارات باعتبار عزوم الدوران فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة موجبة وعزوم الدوران فى اتجاه دوران عقارب الساعة سالبة . ويمكن التعرف على هذه التأثيرات بالاستعانة بالمخطط البيانى للجسم الحر الخاص بالجسم .

مركز الثقل (c.g.) :

هى تلك النقطة التى يمكن اعتبار أن قوة الجاذبية مؤثرة فيها عند حساب عزم الدوران الذى تسببه حول المحور المختار .

خلاصة :

1 ـ يعنى هذا التعريف أنه يمكنك رسم وزن الجسم فى المخطط البيانى للجسم الحر باعتباره مؤثرًا عند مركز ثقل الجسم .

2 ـ يقع مركز الجسم المصنوع من مادة متجانسة والمتماثل الشكل فى مركزه الهندسى .

الشرط الأول للاتزان :

المجموع الاتجاهى لجميع القوى المؤثرة على جسم فى حالة اتزان يجب أن يساوى صفرًا : $\Sigma F = 0$ ، وهذا يعنى أن $\Sigma F_x = 0$ و $\Sigma F_y = 0$ و $\Sigma F_z = 0$.

الشرط الثاني للاتزان :

المجموع الجبرى لعزوم الدوران فى اتجاه دوران عقارب الساعة وفى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة يجب أن يساوى صفرا : $\Sigma \tau = 0$.

خلاصة :

1 - عند تطبيق الشرط الأول للاتزان لا يهم أين تؤثر القوى المؤثرة على الجسم ؛ المهم فقط هو اتجاه هذه القوى .

2 - عند تطبيق الشرط الثانى للاتزان من الضرورى أن نعلم أين تؤثر القوى على الجسم حتى يمكن حساب عزوم الدوران حول المحور المختار حسابًا صحيحًا .

3 - عند تطبيق الشرط الثانى للاتزان يمكن اختيار أى محور تحسب حوله عزوم الدوران حتى إذا كان هذا المحور خارج الجسم .

4 - حيث أن عزم الدوران يساوى صفرًا عندما يمر خط عمل القوة بالمحور فإنه من المناسب اختيار محور يمر به أكبر عدد ممكن من القوى .

أسئلة وتخمينات

1 - تسبب إشارة المرور المعلقة بسلك يمتد عبر الشارع ارتخاء السلك دائمًا . لماذا لا يحاول العمال إزالة هذا الارتخاء عند تعليق السلك ؟

2 - ارسم المخططات البيانية للجسم الحر الخاص بفتاة وزنها 300 N فى مواقف الاتزان الآتيـة : (أ) عندما تقف على قدم واحدة ، (ب) عندما تتعلق فى قضيب بيد واحدة ، (جـ) عندما تقف على رأسها ، (د) عندما تقف على يد واحدة فوق كرسى بدون مسند .

3 - ارجع إلى الشكل 9-4 . هل يزداد الشد فى السلك العلوى أم يقل كلما نقصت الزاوية التى يصنعها مع الرأسى ؟ ماذا ستكون قيمة الشد فى السلك عندما يصبح السلك رأسيًا ؟

4 - يوجد مركز ثقل القشرة الكروية المجوفة داخلها . اذكر بعض الأجسام التى يقع مركز ثقلها خارجها . أين يوجد بالتقريب مركز ثقل طبق العجين ؟ وشماعة الملابس ؟

5 - قيل لك أن أصحاب القوام النحيف أقل تعرضا لآلام الظهر من ذوى القوام الممتلئ . لماذا يجب أن يكون هذا صحيحًا ؟

6 - يشاهد طفل عرضًا وهو جالس على كتفى والده وقد أحاط رقبته برجليه . ناقش مختلف الطرق التى يمكن أن ينزل بها الوالد طفله على الأرض . أى هذه الطرق يمكن أن تؤدى إلى إصابة ظهر الرجل إصابة خطيرة ؟

7 - أسقطت ريح أفقية قوية شجرة على الأرض . لماذا يكون من الخطأ أن تقول أن الريح قد اقتلعت الشجرة من الأرض ؟ اشرح ما يحدث بالفعل .

8 - صبى واقف فى دلو نفايات كبير ، وكانت يد الدلو مربوطة فى حبل يمر على بكرة معلقة فى السقف شد الصبى الطرف الحر للحبل محاولاً رفع نفسه مع الدلو إلى أعلى . ماذا يحدث للشد فى الحبل والقوة التى يؤثر بها الصبى على قاع الدلو كلما زادت قوة شده للحبل ؟ هل يستطيع الصبى رفع نفسه مع الدلو عن الأرضية ؟

9 ـ حاولت امرأة فك صامولة تثبيت سلاح آلة لحش النجيلة فى حديقة باستعمال مفتاح لديها فلم تستطيع لأن قوتها كانت ضعيفة بالنسبة لهذا المفتاح . فكرت المرأة قليلاً ثم أتت بماسورة طولها 80 cm وأدخلتها فى يد المفتاح وكررت محاولة فك الصامولة فنجحت فى ذلك . اشرح السبب .

10 ـ يستغل عزم الدوران فى كل من الأدوات الآتية : قصافة الأسلاك ، عربة اليد ، المفتاح الإنجليزى ، فتاحة الزجاجات ، الطرقة المخلبية ، كسارة البندق . صف عزم الدوران الموجود فى كل حالة .

مسائل

القسمان 1-4 و 2-4

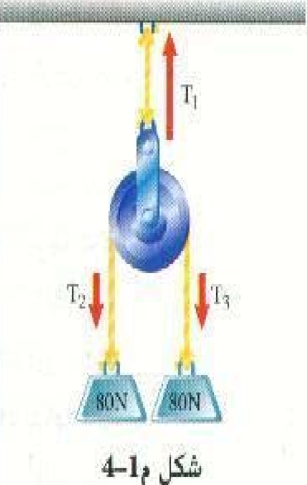
1 ـ ربط مكعب خشبى وزنه 25 N بحبل فى قاع مكعب آخر وزنه 35 N ، وعلق المكعب الأخير بحبل آخر فى السقف . أوجد الشد فى الحبلين العلوى والسفلى .

2 ـ قاموس وزنه 32 N موضوع على سطح منضدة وفوقه كتاب فيزياء وزنه 12.0 N والمجموعة فى حالة اتزان . أوجد (أ) قوة دفع المنضدة على القاموس ، (ب) قوة دفع القاموس على كتاب الفيزياء .

3 ـ ثلاثة حبال تشد جسمًا ، وكانت قوة الشد فى حبلين منها فى المستوى xy الأولى مقدارها 240 N بزاوية 30° والثانية بزاوية 120° . (تقاس الزوايا فى المستوى xy بالطريق المعتادة) . أوجد قوة الشد **F** فى الحبل الثالث إذا كان الجسم فى حالة اتزان .

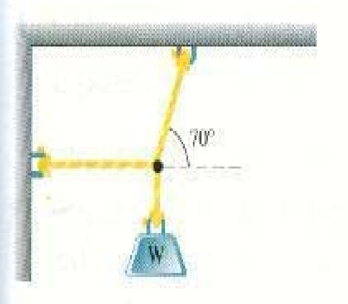
4 ـ يقع جسم تحت تأثير ثلاث قوى تقع كلها فى المستوى xy : الأولى مقدارها 180 N بزاوية قدرها 105° ، والثانية 75 N بزاوية قدرها 240° والثالثة **F** . أوجد **F** إذا كان الجسم فى حالة اتزان .

5 ـ نرى فى الشكل م4-1 جسمين وزن كل منهما 90 N معلقين فى طرفى حبل يمر على بكرة لا احتكاكية معلقة فى السقف . ما قيمة الشد فى الحبال الثلاثة (أ) إذا كان وزن البكرة مهملاً ؟ (ب) إذا كان وزن البكرة 25 N ؟

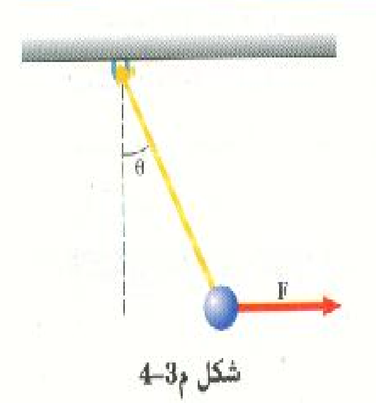


شكل م4-1

6 ـ الوزن W فى الشكل م4-2 يساوى 1600 N . ما قيمة الشد فى (أ) الجزء الأفقى من الحبل ؟ (ب) الحبل المتصل بالسقف ؟



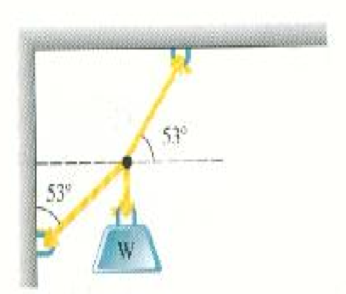
شكل م4-2



شكل م3-4

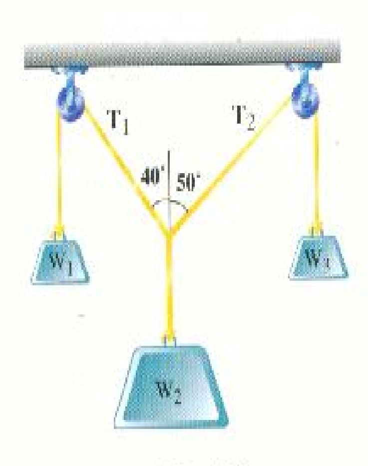
- 7 ـ إذا كـان الشـد فـى الحبل الأفقى بالشكل م3-4 يـساوى 390 N ، فما وزن الجسم ؟
- 8 ـ وجد أن النظام المبين بالشكل م3-4 يكون متزنًا عندما $\theta = 30^\circ$ إذا كانت القوة الأفقية F = 240 N . ما وزن الجسم المعلق فى طرف الحبل ؟
- 9 ـ إذا كان وزن الجسم الموضح بالشكل م3-4 يساوى 575 N . فما قيمة θ اللازمة لكى يتزن النظام عندما تكون F = 310 N ؟
- 10 ـ ما قيمة الشد فى المسألة السابقة ؟

11 ـ يمسك طفل مزلجة وزنـها 100 N فـى حالـة السـكون علـى تـل لا احتكاكى مغطى بالجليد وزاوية ميله 30° باستعمال حبل يمتد موازيًا للتل . أوجد القوة التى يلزم أن يؤثر بـها الطفـل علـى الحبـل حتـى تظل المزلجة فى حالة اتزان .



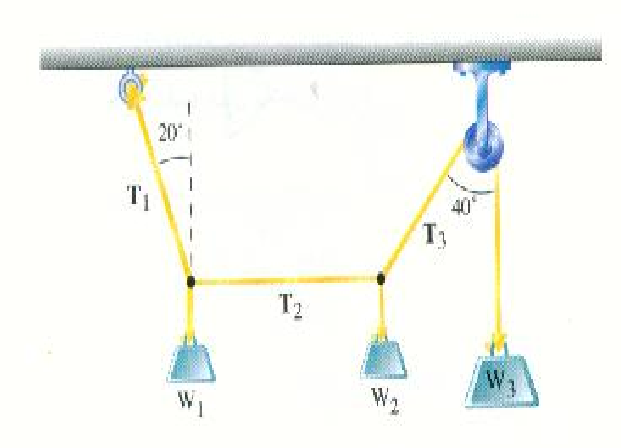
شكل م4-4

- 12 ـ الشد فى الحبل المتصل بالحائط الرأسى فى الشكـل م4-4 يسـاوى 72 N . أوجد (أ) الشـد فـى الحبـل المتصـل بالسـقف . (ب) فـى الحبل المتصل بالوزن W .
- 13 ـ إذا كان $W = 300$ N فى المسألة السابقة ، أوجد الشد في كل من الحبلين .

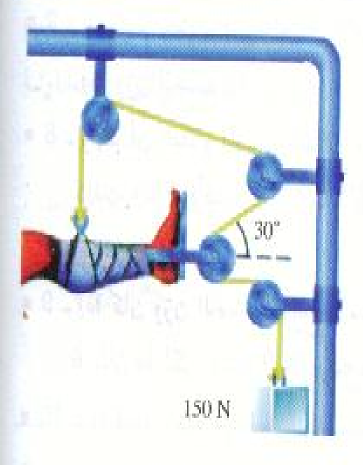


شكل م5-4

- 14 ـ الأوزان الثلاثة W_3 ، W_2 ، W_1 فى الشكل م5-4 فـى حالـة اتـزان ، والبكرتان المستعملتان لا احتكاكيتان بحيث لا تؤثران على الشد فى كل من الحبلين فإذا كان $W_1 = 720$ N ، أوجد W_2 و W_3 .
- 15 ـ إذا كان $W_2 = 200$ N فى المسألة السابقة (شكـل م5-4) ، مـا قيمـة كل من الوزنين W_1 و W_3 حتى تظل المجموعة فى حالة اتزان ؟
- 16 ـ $W_2 = 600$ N فى موقف الاتزان المبين بالشكل م6-4 والبكرتان لا احتكاكيتان بحيث لا تؤثران على الشد فى الحبلين . أوجد الوزنـين W_1 و W_3 والشدين T_1 و T_2 فى الحبلين .
- 17 ـ الشد فى الحبل $T_1 = 1200$ N فى موقف الاتزان المبين بالشكل م6-4 . أوجد الأوزان W_3 ؛ W_2 ، W_1 .



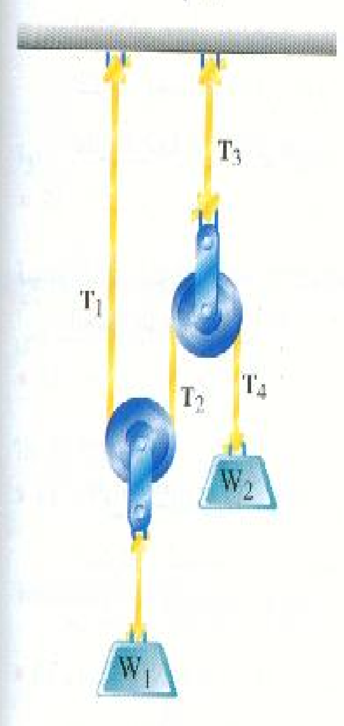
شكل م6-4





شكل م7-4

■ 18 ـ كسرت ساق عداءة ووضعت في الجبس وعلقت كما هو مبين بالشكل م7-4 . افترض أن البكرات لا احتكاكية وأن الشد متساوى في جميع أجزاء الحبل ويساوى بالتحديد 150 N . ما مقدار القوى الأفقية المؤثرة على الرجل ؟ ما مقدار القوة المؤثرة رأسيا إلى أعلى على القدم والرجل معًا ؟



شكل م8-4

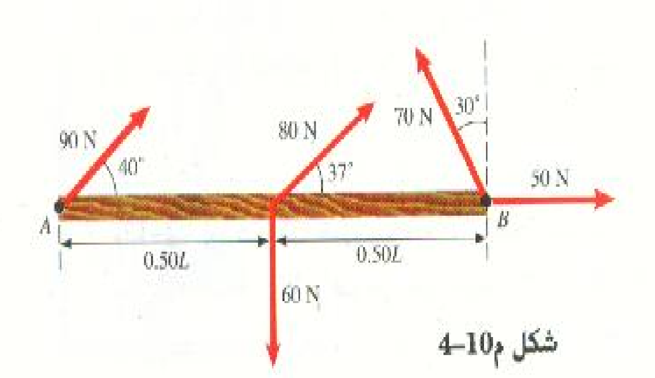
■ 19 ـ البكرتان في الشكل م8-4 لا احتكاكيتان ومهملتا الوزن ، وكان $W_1 = 600\ N$ عند الاتزان . أوجد الوزن W_2 وقيم الشد T_1 ، T_2 ، T_3 ، T_4 .



شكل م9-4

■ 20 ـ البكرتان في الشكل م9-4 لا احتكاكيتان ومهملتا الوزن . بأى قوة يجب أن يشد رجل وزنه 540 N الحبل إلى أسفل لكى يحمل نفسه دون تلامس مع الأرضية ؟

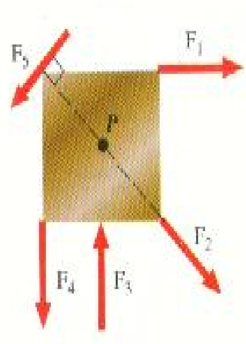
القسم 3-4



شكل م4-10

21 ـ أوجد عزوم الدوران للقوى المبينة بالشكل م4-10 حول محور يمر بالنقطة A إذا كان طول القضيب $L = 5.0$ m.

22 ـ أوجد عزوم الدوران للقوى المبينة بالشكل م4-10 حول محور يمر بالنقطة B إذا كان طول القضيب $L = 8.0$ m.



شكل م4-11

23 ـ مربع طول ضلعه 4 m تؤثر عليه خمس قوى كما هو مبين بالشكل م4-11 . ما قيمة (أ) ذراع الرافعة لكل من القوى المؤثرة على المربع ؟ (ب) عزم دوران كل من هذه القوى حول محور يمر بالنقطة P ؟

▪ 24 ـ بدّال دراجة طول ساعده 16 cm . إذا وضعت فتاة وزنها 360 N كل ثقلها على أحد الساعدين ، فما مقدار عزم الدوران الناتج ؟ (أ) عندما يكون الساعد أفقيًا ؟ عندما يصنع الساعد زاوية قدرها 30° بالنسبة للرأسى ؟

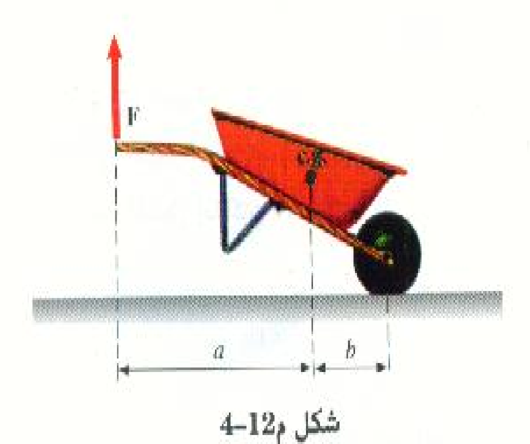
25 ـ تحتاج المسامير المحواة (القلاووظ) فى محرك دراجة نارية (موتوسيكل) عزم دوران قدره 80 N.m لربطها . ما القوة التى يجب أن يؤثر بها ميكانيكى على مفتاح مسامير محواه طوله 20 cm حتى يمكنه فك المسمار ؟

26 ـ يقف غطاس وزنه 500 N فى نهاية لوح قفز طوله 4 m . ما عزم الدوران الناتج عن وزن الغطاس حول محور يمر بنقطة منتصف لوح القفز ؟

▪ 27 ـ ساعة كُبيرة يحتك طرف عقرب دقائقها بالسطح الداخلى لغطائها الزجاجى . فإذا كان قوة الاحتكاك بين طرف العقرب والغطاء الزجاجى 0.04 N وطول العقرب 5 cm ، فما أقل قيمة لعزم الدوران يجب تسليطها على عقرب الدقائق حتى لا تتوقف الساعة ؟

القسمان 4-4 و 4-5

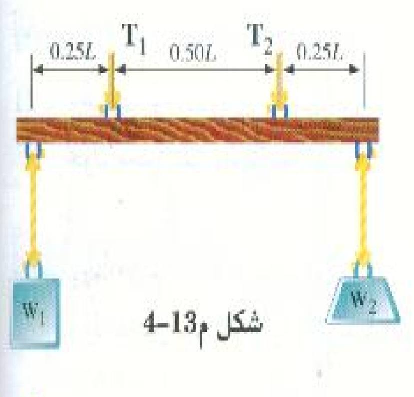
28 ـ كرتان وزنهما 200 N و 240 N على الترتيب مثبتتان فى طرفى قضيب صلب مهمل الوزن طوله 1.2 m . فى أى نقطة يوضع القضيب على حافة حادة بحيث يتخذ وضعًا أفقيًا ؟



شكل م4-12

29 ـ ما مقدار القوة **F** التى يجب أن تؤثر على يدى عربة اليد المبينة بالشكل م4-12 رأسيًا إلى أعلى حتى يمكن رفع حمل وزنه 600 N فى مركز الثقل الموضح ؟ اعتبر أن $a = 0.8$ m ، $b = 0.2$ m .

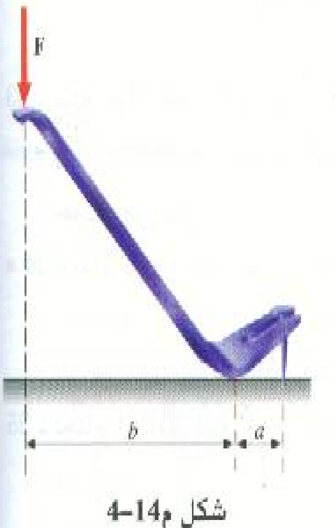
30 ـ طفلان يلعبان على أرجوحة الاتزان ، أحدهما وزنه 400 N ويجلس على بعد 1.2 m من المركز . أين يجلس طفل آخر على الجانب الآخر إذا كان وزنه 480 N بحيث تظل الأرجوحة أفقية ؟



شكل م4-13

■ 31 ـ يمثل الشكل م4-13 لوحًا خشبيًا عديم الوزن معلقًا بحبلين رأسيين الشد فيهما T_1 ، T_2 ويحمل في طرفيه ثقلين وزنهما W_1 ، W_2 . إذا كان $T_1 = 240$ N ، $W_2 = 280$ N ، أوجد قيمة كل من W_1 ، T_2 .

■ 32 ـ لوح خشبي منتظم وزنه 200 N يحمله حبلان كما بالشكل م4-13 . إذا كان كل حبل يستطيع أن يتحمل شدًا قدره 900 N وكان W_2 ضعف W_1 ، فما هي أكبر قيمة للوزن W_1 ؟ افترض أن الحبلين اللذين يحملان الثقلين قويين بدرجة كافية لأن لا ينقطعا .



شكل م4-14

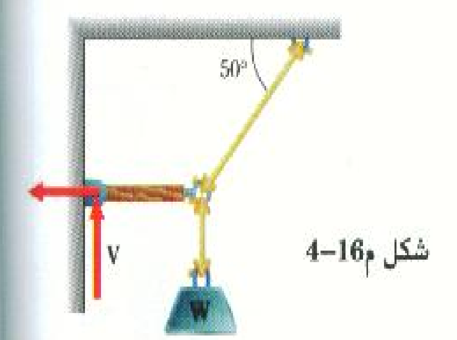
33 ـ إذا كانت القوة المؤثرة على يد كلابة المسامير المبينة بالشكل م4-14 تساوى 240 N ، فما قيمة القوة المؤثرة على المسمار ؟ افترض أن القوة المؤثرة على المسمار رأسية وأن $a = 0.3$ cm و $b = 5$ cm .

■ 34 ـ لتعيين مركز ثقل شخص ما وضع هذا الشخص على ميزانين كما هو موضح بالشكل م4-15 فوجد أن قراءة الميزانين الأيسر والأيمن 260 N و 200 N على الترتيب . افترض أن قراءتى الميزانين مصححتان بطرح قراءتيهما فى عدم وجود الشخص فى مكانه الموضح . أوجد موضع مركز الثقل x إذا كان الطول L يساوى 2 m .



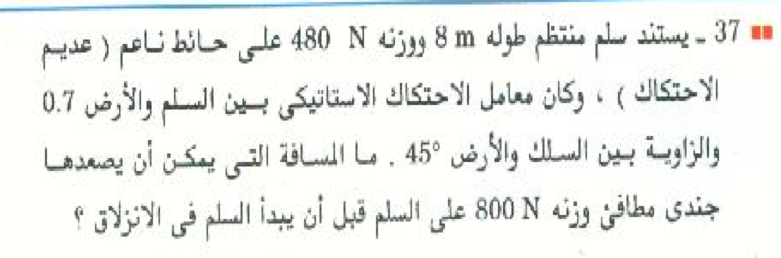
شكل م4-15

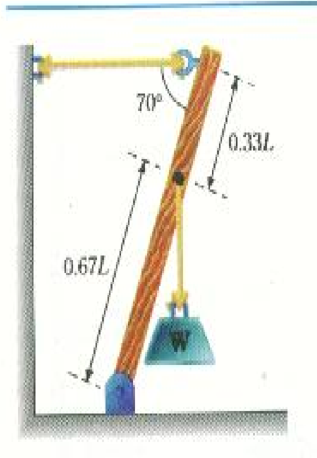
■ 35 ـ وزن العمود المنتظم بالشكل م4-16 يساوى 280 N . أوجد (أ) الشد فى الحبل العلوى . (ب) المركبتان الأفقية H والرأسية V للقوة التى يؤثر بها المسمار إذا كان $W = 840$ N .



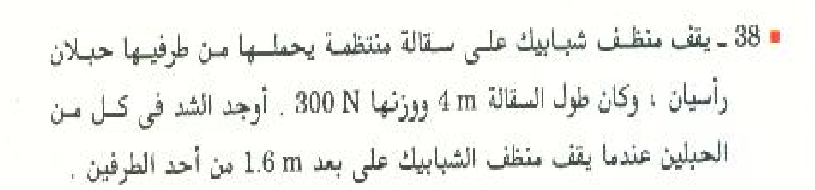
شكل م4-16

■ 36 ـ يحمل عمود منتظم وزنه 540 N ثقلاً كما هو مبين بالشكل م4-17 . (أ) ما أكبر وزن يمكن حمله بهذا الشكل إذا كان الحبل الأفقي يمكن أن يتحمل شدًا قدره 2800 N على الأكثر ؟ ما مقدار المركبتين الأفقية والرأسية للقوة المؤثرة على قاعدة العمود فى هذه الحالة ؟

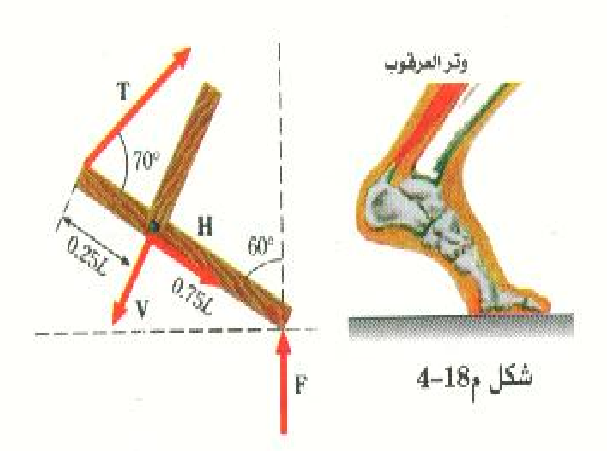

37 - يستند سلم منتظم طوله 8 m ووزنه 480 N على حائط ناعم (عديم الاحتكاك) ، وكان معامل الاحتكاك الاستاتيكى بين السلم والأرض 0.7 والزاوية بين السلك والأرض 45° . ما المسافة التى يمكن أن يصعدها جندى مطافئ وزنه 800 N على السلم قبل أن يبدأ السلم فى الانزلاق ؟



شكل م4-17

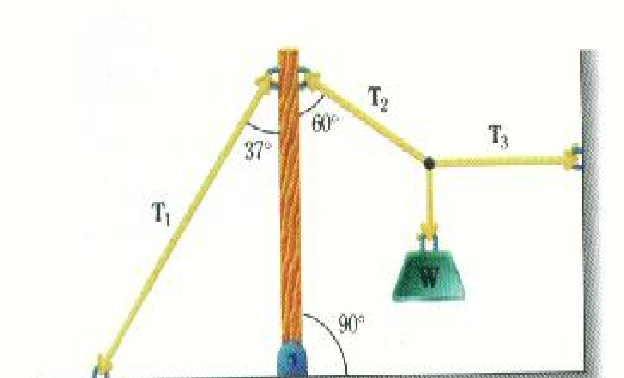

38 - يقف منظف شبابيك على سقالة منتظمة يحملها من طرفيها حبلان رأسيان ، وكان طول السقالة 4 m ووزنها 300 N . أوجد الشد فى كل من الحبلين عندما يقف منظف الشبابيك على بعد 1.6 m من أحد الطرفين .

39 - عندما يقف شخص على أطراف أصابع رجليه يكون الموقف مشابها إلى درجة كبيرة لما هو مبين بالشكل م4-18 . وعندما يقف الشخص على قدم واحدة يكون مقدار دفع الأرضية F مساويًا لوزن هذا الشخص . فإذا كان وزن الشخص 720 N ، أوجد (أ) الشد فى وتر العرقوب ، (ب) المركبتان H و V عند الكاحل .



شكل م4-18

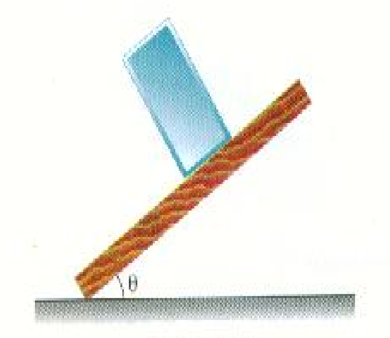
40 - فى الشكل م4-19 وزن العمود 960 N والشد فى الحبل الأفقى $T_3 = 840$ N . أوجد W ، T_2 ، T_1 وقوة دفع العمود لسمار لا احتكاكى فى قاعدته إلى أسفل .



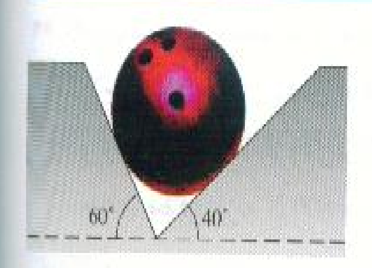

شكل م4-19

القسمان 4-6 و 4-7

41 - القالب المنتظم المبين بالشكل م4-20 طوله يساوى 2.5 مرة قدر عرضه ، والاحتكاك يمنع القالب من الانزلاق . فإذا زيدت الزاوية θ ببطء ، فعند أى ميل ينقلب القالب ؟

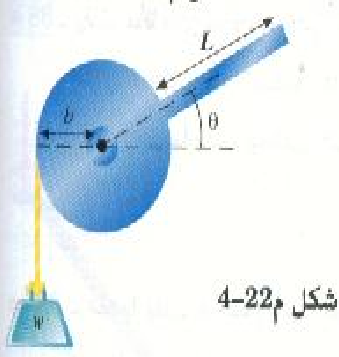


شكل م4-20



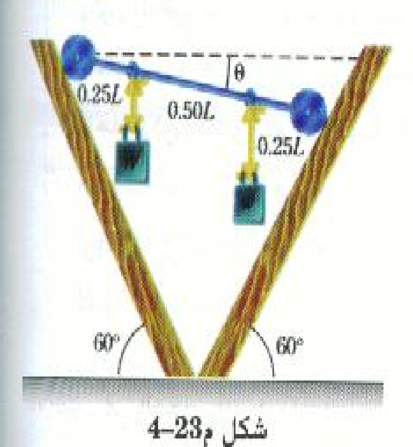
شكل م21-4

42 - الشكل م21-4 يمثل كرة بولينج وزنها 80 N مستقرة فى حالة اتزان فى مجرى ذى حائطين لا احتكاكيين . ما مقدار القوة التى يؤثر بها كل من الحائطين على الكرة ؟ اعتبر الكرة منتظمة متجانسة .



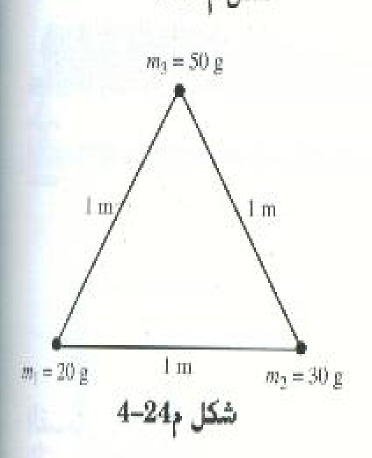
شكل م22-4

43 - يمثل الشكل م22-4 قضيبًا طوله L ووزنه W ملتحمًا بعجلة نصف قطرها b ويمكنها أن تدور دورانًا حرًا حول المحور . ما قيمة وزن جسم W معلق على حافة العجلة يضمن أن يكون النظام متزنًا فى الوضع المبين بالشكل ؟



شكل م23-4

44 - قضيب صلب منتظم طوله L ومهمل الوزن يحمل عند طرفيه عجلتين صغيرتين لا احتكاكيتين يمكنهما التدحرج على الضلعين المائلين لمثلث متساوى الأضلاع كما هو مبين بالشكل م23-4 . علق وزنان w و W فى القضيب بحيث يبعد كل منهما عن أحد طرفى القضيب مسافة قدرها $0.25\,L$ ، فاتزن القضيب فى وضع يصنع زاوية قدرها $\theta = 12°$ مع الأفقى . أوجد النسبة W/w .

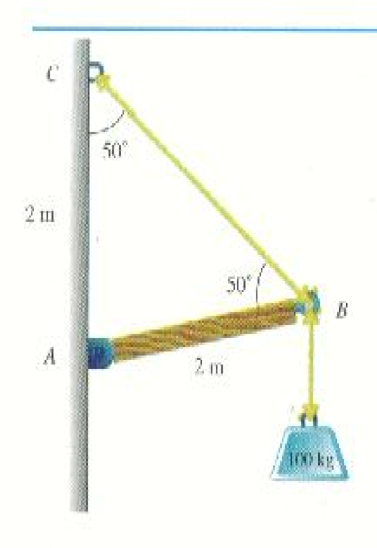


شكل م24-4

45 - رتبت ثلاث كتل على شكل مثلث متساوى الأضلاع باستخدام ثلاثة قضبان دقيقة مهملة الوزن كما هو مبين بالشكل م24-4 . فإذا علق هذا النظام المتماسك فى خيط متصل بالكتلة m_3 ، فما هى الزاوية التى يصنعها الضلع الواصل بين الكتلتين m_3 و m_2 بالنسبة للرأسى ؟

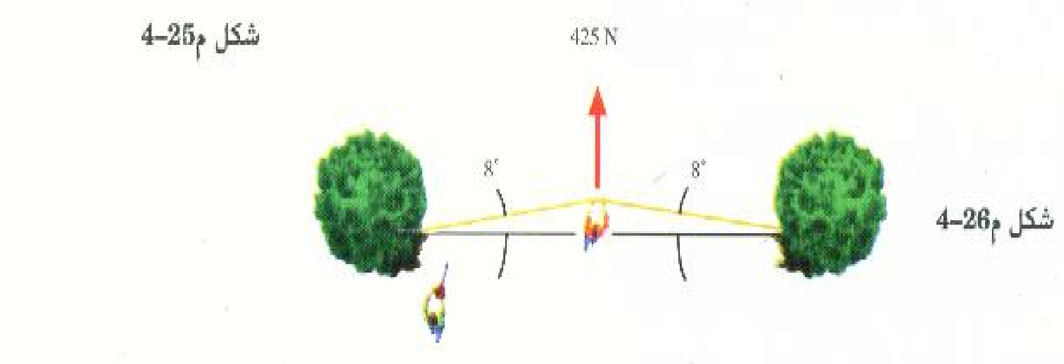
مسائل عامة

46 - يتكون المرفاع (الونش) الموضح بالشكل م25-4 من عمود منتظم طوله 2 m وكتلته 20 kg يمكن أن يدور حول محور ثابت يمر بالنقطة A ، وهناك سلك يتصل أحد طرفيه بالنهاية الأخرى لعمود B ويتصل طرفه الآخر بالنقطة C التى تقع فوق A مباشرة وتبعد عنها مسافة قدرها 2 m . فإذا كان المرفاع متزنا فى الوضع المبين بالشكل عندما كان يحمل ثقلاً معلقًا من النقطة B كتلته 100 kg ، أوجد (أ) القوتين الأفقية والرأسية المؤثرتين على العمود عند النقطة A ، (ب) الشد فى السلك BC .



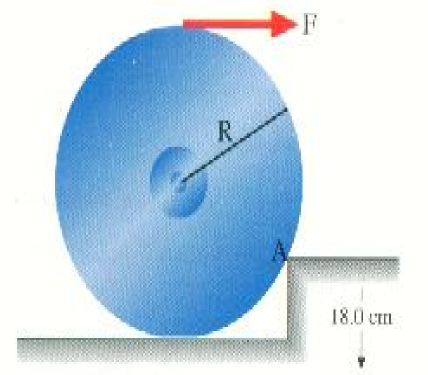
شكل م25–4

■■ 47 ـ تريد أنت وصديقك قطع شجرة بالمنشار بحيث لا تقع الشجرة ناحية منزلك . وأنت تعلم أن بإمكانك بذل قوة قدرها 425 N فقط ، وهذه القوة قد لا تكون كافية لمنع الشجرة من الوقوع على المنزل . ولكونك طالب فيزياء تفهم مركبات القوة فقد قمت بربط أحد طرفي الحبل في الشجرة المراد قطعها وربط الطرف الآخر في شجرة ثانية تقع في الاتجاه البعيد عن المنزل . وبعد ذلك قمت بدفع الحبل جانبًا من منتصفه بقوة قدرها 425 N ، كما هو مبين بالشكل م26–4 . بهذه الطريقة اتخذ الحبل وضعًا يصنع نصفاه زاوية قدرها 8.0° بالنسبة إلى الخط المستقيم الواصل بين الشجرتين . ما مقدار القوة التي تستطيع أن تؤثر بها على الشجرة في الاتجاه البعيد عن المنزل نتيجة لعبقريتك هذه ؟



شكل م26–4

■■ 48 ـ لنفرض أنك تدحرج برميلاً على أرض مستوية فوصلت إلى عتبة ارتفاعها 18.0 cm كما هو مبين بالشكل م27–4 . ولكي يصعد البرميل هذه العتبة كان عليك أن تؤثر بقوة أفقية **F** على قمة البرميل كما هو موضح بالشكل . فإذا كان نصف قطر البرميل 52.5 cm ووزنه 1230 N ، فما أقل قيمة للقوة **F** يمكنها أن ترفع البرميل على العتبة ؟



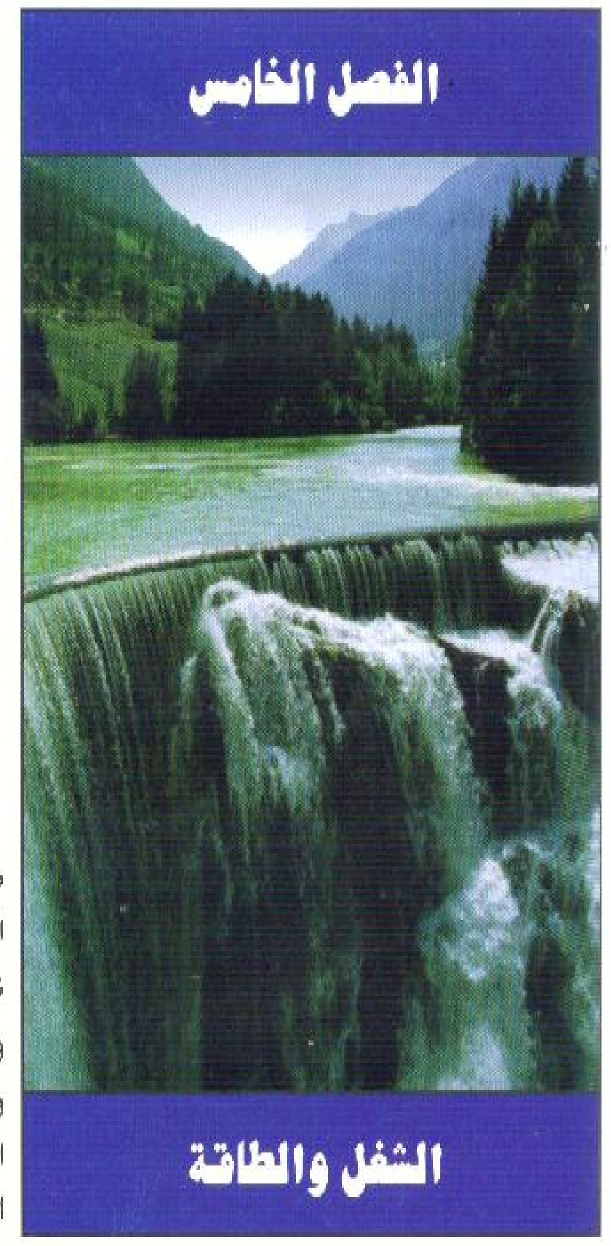
شكل م27–4

■ 49 ـ لوح منتظم كتلته 13.6 kg وطوله 4.4 m مستقر على منصة بحيث يبرز منه في الهواء طول قدره 1.4 m . بدأ كلب كتلته 9.6 kg السير على اللوح تجاه الطرف المعلق في الهواء . إلى أي مسافة من حافة المنصة يستطيع الكلب الوصول قبل أن يبدأ اللوح في الانقلاب ؟

■■ 50 ـ أثناء تحريك صندوق ثقيل صعودًا على درجات سلم كنت أنت وصديقك تمسكان طرفين متقابلين من الصندوق وتبذلان قوتين رأسيتين على القاع . ثم أخبرت صديقك أنك ستسبق إلى أعلى على السلم عندما كان قاع الصندوق يصنع زاوية قدرها 37° فوق الأفقي ؛ ويوضح الشكل م28–4 القوتين المؤثرتين على الصندوق في تلك اللحظة . افترض أن الصندوق منتظم وأن كتلته M وطوله L وارتفاعه $h = 0.4\ L$. أيكما يدفع بقوة أكبر من الآخر .

h L c.m. F_1 37° F_2

شكل م28–4



من ناحية المبدأ ، يمكن وصف جميع أنواع الحركة بدلالة القوى المسببة لها . ولكن مفهومى الشغل والطاقة ، اللذين نقدمهما فى هذا الفصل ، يمكنهما فى كثير من الأحيان تبسيط وصف الحركة تبسيطاً كبيرًا . أحد أسباب ذلك أن الشغل والطاقة كميتان **قياسيتان (غير متجهتين)** ، ولهذا فإن التعامل معهما رياضيًا أسهل كثيرًا من التعامل مع **متجهات القوى** . الأهم من ذلك أننا سنرى أن للطاقة أشكالاً عديدة وأنها توجد فى كل فروع الفيزياء .

يعتبر مبدأ بقاء الطاقة فى كل العمليات الفيزيائية واحدًا من أهم مفاهيم التوحيد فى الفيزياء وأكثرها أساسية . ولكى يمكننا فهم هذا المبدأ علينا أن نتناول فى البداية تعريف كل من الشغل والطاقة .

5-1 تعريف الشغل

عندما تجلس إلى مكتبك لدراسة هذا الكتاب فإنك لا تبذل شغلاً . هذا لا يعنى أنك كسول أو أن تعلم الفيزياء عملية لا تحتاج إلى مجهود ، فهى فقط تقرر حقيقة ناشئة من تعريف الشغل كما يستخدمه العلماء .

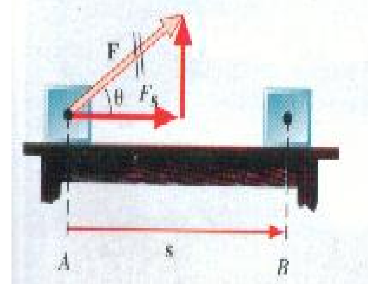
يعرف العلماء الشغل المبذول بواسطة قوة ما بالطريقة الآتية . لنفرض أن القوة **F** تشد جسمًا من A إلى B خلال إزاحة قدرها **s** كما هو مبين بالشكل 1-5 . سوف نرمز لمركبة **F** فى اتجاه **s** بالرمز F_s .

ويعرف الشغل المبذول بواسطة F خلال الإزاحة s بالعلاقة :

$$\text{F الشغل المبذول بواسطة} = F_s\, s \qquad (\text{5-1أ})$$

ونكرر مرة أخرى أن الشغل كمية غير متجهة لا يرتبط بها أى اتجاه .

فى النظام SI تقاس القوة بالنيوتن والمسافة بالمتر ، وعليه فإن وحدة الشغل هى نيوتن ـ متر (N-m) ، وقد أعطيت هذه الوحدة اسمًا خاصًا هو الجول (J) .



شكل 1-5 :
الشغل المبذول بواسطة F فى إزاحة الجسم من A إلى B هو
$F_s\, s = (F\cos\theta)s$

الجول هو الشغل المبذول بواسطة قوة قدرها نيوتن واحد عند تأثيرها خلال مسافة قدرها متر واحد على استقامة خط عمل القوة : 1 J = 1 N.m .

أحيانًا تستخدم وحدات أخرى لقياس الشغل مثل القدم ـ باوند (ft – lb) والإرج والإلكترون فولط (eV) ، حيث :

$$1\ \text{ft . lb} = 1.356\ \text{J}$$

$$1\ \text{erg} = 1\times10^{-7}\ \text{J}$$

$$1\ \text{eV} = 1.602\ \times 10^{-19}\ \text{J}$$

والكميات المقاسة بهذه الوحدات الأخرى يجب دائمًا تحويلها إلى الجول قبل استخدامها فى نظام الوحدات SI .

ويمكن كتابة معادلة تعريف الشغل فى صورة مختلفة عن المعادلة (5-1أ) إذا لاحظنا من الشكل 1-5 أن :

$$F_s = F\cos\theta$$

حيث θ هى الزاوية بين F و s . بالتعويض عن F_s بهذه القيمة فى المعادلة (5-1أ) نحصل على :

$$\text{F الشغل المبذول بواسطة} = F_s\ \cos\theta \qquad (\text{5-1ب})$$

باختصار :

الشغل W المبذول بواسطة قوة F مؤثرة على جسم خلال إزاحة s هو $F_s\, s$ أو $F_s \cos\theta$.

F_s فى هذين التعبيرين المتكافئين هى مركبة F فى اتجاه الإزاحة s والزاوية θ هى الزاوية بين F و s .

لاحظ أن وجود $\cos\theta$ فى المعادلة (5-1ب) يعنى ضمنيًا أن الشغل قد يكون موجبًا أو سالبًا . وهو يكون موجبًا عندما $0° < \theta < 90°$ (F لها مركبة فى اتجاه الإزاحة) وسالبًا عندما $90° < \theta < 180°$ (F لها مركبة فى عكس اتجاه الإزاحة) . هذا التعريف للشغل ينطبق على جميع القوى المؤثرة فى موقف معين كل على حدة . أى أن الشغل المبذول بواسطة كل قوة يمكن حسابه بتطبيق المعادلة (5-1) .



شكل 5-2 :
F لا تبذل شغلاً على الدلو لأن F ليس لها مركبة في اتجاه الإزاحة .

مثال توضيحي 5-1 :

الشكل 5-2 يمثل شخصًا يؤثر بقوة رأسية **F** على دلو أثناء حمله مسافة أفقية قدرها 8.0 m بسرعة مقدارها ثابت . ما قيمة الشغل الذى تبذله **F** ؟

استدلال منطقى :

تعريف الشغل هو $W = F_s \cos\theta$. القوة **F** فى الشكل 5-2 رأسية والإزاحة **s** أفقية . إذن $\theta = 90°$ ، وبالتالى :

$$W = Fs\cos 90° = 0$$

أى أن القوة الرأسية لا تبذل شغلاً لأنها ليست لها مركبة فى اتجاه الحركة . لاحظ أيضًا أن بدء الحركة الأفقية يتطلب مركبة أفقية لحظية للقوة ، ولكن الاحتفاظ بالسرعة الأفقية ثابتة لا يحتاج إلى أية قوة .

مثال توضيحي 5-2 :

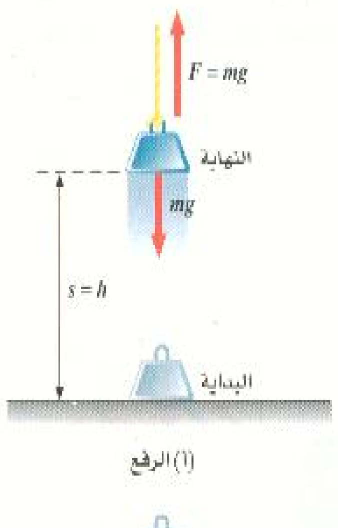
ما مقدار الشغل الذى تبذله على جسم وزنه mg (أ) عند رفعه رأسيًا إلى أعلى مسافة قدرها h بسرعة ثابتة ؟ (ب) عند خفضه لنفس المسافة بسرعة ثابتة أيضًا ؟

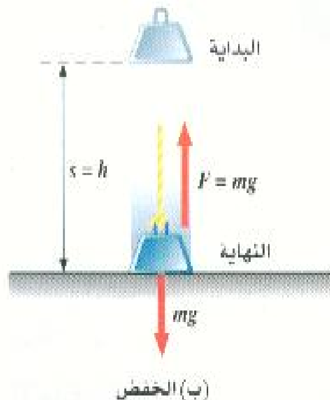
استدلال منطقى :

(أ) موقف الرفع مبين بالشكل 5-3أ . لكى ترفع الجسم يجب أن تجذبه رأسيًا إلى أعلى بقوة تساوى وزنه mg* . وبما أن الإزاحة h فى الاتجاه الرأسى إلى أعلى كما أن القوة الرافعة فى نفس الاتجاه ، إذن ، من تعريف الشغل :

$$W = Fs\cos 0° = (mg)(h)(1) = mgh$$

هذا هو الشغل الذى تبذله أثناء رفع الجسم مسافة قدرها h .





شكل 5-3 :
الشغل المبذول بواسطة القوة الرافعة F يساوى mgh فى (أ) ويساوى $-mgh$ فى (ب) .

(ب) يوضح الشكل 5-2ب ما يحدث عندما نخفض الجسم . الآن **F** و **s** فى اتجاهين متضادين . إذن ، $F = mg$ و $\theta = 180°$. عندئذ سنجد من العلاقة $W = Fs\cos\theta$ أن :

$$W = (mg)(h)(\cos 180°) = mgh(-1) = -mgh$$

أى أن الشغل الذى تبذله سالب فى هذه الحالة لأن القوة التى تسلطها على الجسم **F** فى اتجاه مضاد للإزاحة **s** . ويمكن النظر بطريقة أخرى إلى بذل الشغل السالب بأن نعتبر أن الشغل مبذول **عليك** وليس بواسطتك ، فالجاذبية هى التى تبذل شغلاً موجبًا

---

* يحتاج الجسم قوة أكبر قليلاً من mg حتى يكتسب عجلة ابتدائية فى الاتجاه الرأسى إلى أعلى ، ولكن إن يبدأ الجسم حركته فإن القوة mg إلى أعلى سوف تتزن مع قوة الجاذبية ويستمر الجسم فى الحركة بسرعة ثابتة .

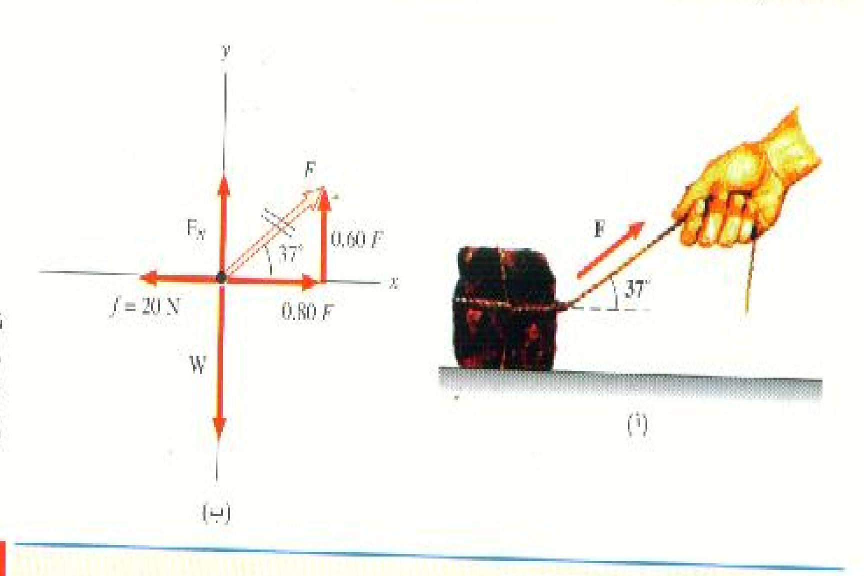
على الجسم فى هذه الحالة . بالمثل ، يمكن القول فى الجزء (أ) أن قوة الجاذبية تبذل شغلاً سالبًا على الدلو أثناء رفعك له .

تمرين : ما مقدار الشغل المبذول بواسطة قوة الجاذبية على الجسم فى المثال التوضيحى 5–2 (أ) عند رفعه إلى أعلى ؟ (ب) عند خفضه إلى أسفل ؟

الإجابة : (أ) $-mgh$ ، (ب) mgh .

مثال 5-1

يقوم شخص بشد صندوق على الأرضية بسرعة ثابتة باستخدام قوة قدرها **F** كما هو مبين بالشكل 5–4 . لنعتبر أن قوة الاحتكاك المضادة للحركة 20 N وأن كتلة الصندوق 30 kg . أوجد مقدار **F** وكمية الشغل المبذول على الصندوق بواسطة **F** عندما يتحرك الصندوق مسافة قدرها 5.0 m .



شكل 5–4 : المركبة الأفقية للقوة تبذل بالفعل شغلاً على الصندوق . بيد أن الشغل المبذول بواسطة المركبة الرأسية يساوى صفرًا .

استدلال منطقى :

سؤال : ما الذى يجب معرفته ليمكن حساب الشغل ؟

الإجابة : قوة الشد ، أو على الأقل مركبتها فى اتجاه الإزاحة ، والزاوية بين **s** و **F** .

سؤال : الإزاحة والزاوية معلومتان ، ولكن قوة الشد **F** مجهولة . ما المفتاح الذى يشير إلى **F** فى نص المسألة ؟

الإجابة : **F** يجب ان تحقق شرط ثبات السرعة على الأرضية ، وهذا يعنى أن $\Sigma F_x = 0$ أو $F_x = f = 20$ N فى الاتجاه المضاد للقوة **f** .

سؤال : ما هى معادلة الشغل المبذول بواسطة القوة **F** فى هذه الحالة ؟

الإجابة : $W = F_x x$.

سؤال : هل تلعب كتلة الصندوق أى دور ؟

الإجابة : لا . الكتلة تلعب دورًا فى تعيين الوزن وقوة الاحتكاك ، ولكن الوزن عمودى

على الإزاحة في هذه الحالة ، ولهذا فهو لا يبذل شغلاً على الصندوق . أي أن f معطاة بشكل مباشر . وعادة ما تكون معطيات المسألة أكثر مما نحتاج إليه في الحل ، والحقيقة أن التعرف على المعلومات المتعلقة بالموقف جزءًا من الحل .

سؤال : ما هي العلاقة بين F_x و F ؟

الإجابة : $F_x = F\cos 37°$

الحل والمناقشة : مقدار القوة المسلطة هو :

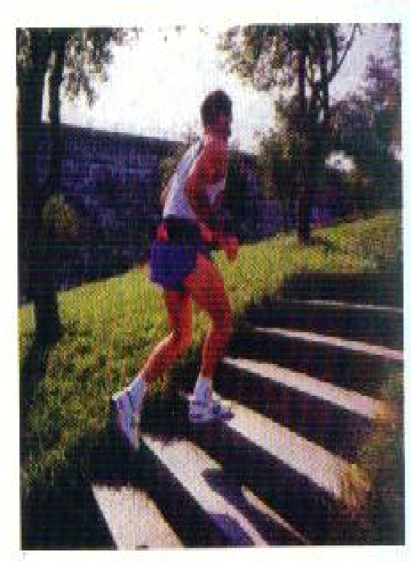
$$F = \frac{F_x}{\cos 37^{0}} = \frac{20\ \text{N}}{0.80} = 25\ \text{N}$$

والشغل المبذول بواسطة **F** هو :

$$W = F_x x = (20\ \text{N})(5.0\ \text{m}) = 100\ \text{J}$$

تذكر أن المركبة العمودية للقوة **F** ، طبقاً للتعريف لا تبذل شغلاً على الصندوق طالما كانت حركة الصندوق أفقية خالصة .

تمرين : احسب الشغل المبذول بواسطة قوة الاحتكاك . **الإجابة** : -100 J .



(أ)



(ب)

من الذي يستهلك قدرة أكبر : العداء في (أ) أم الرجل الذي يصعد السلم في (ب) ؟

5-2 القدرة

عند شرائك لسيارة قد يهمك أن تعرف القدرة الحصانية لمحركها ، فمن المعروف أن السيارة الأعلى في القدرة الحصانية أكثر فعالية في عملية التسارع . لنتعلم الآن المعنى الدقيق للقدرة .

القدرة : مقياس لمعدل بذل الشغل ، ومعادلة تعريفها هي :

$$\text{القدرة} = \frac{\text{الشغل المبذول}}{\text{زمن بذل الشغل}}$$

أو ، بالرموز :

$$P = \frac{W}{t} \qquad (5\text{–}2)$$

وعندما يكون الشغل W مقيسًا بالجول والزمن t بالثانية فإن وحدة القدرة تكون جول لكل ثانية وتسمى واط (W) نسبة إلى جيمس واط مخترع المحرك البخارى .

$$1\ \text{watt} = \frac{1\ \text{J}}{\text{s}}$$

ولكن القدرة للمواتير والمحركات تقاس عادة بالقدرة الحصانية (hp) ، حيث :

$$1\ \text{hp} = 746\ \text{W}$$

وبالطبع ، حيث أن الواط هو وحدة القدرة فى النظام SI فمن الواجب استخدامها هى وليس القدرة الحصانية فى معادلاتنا . فالموتور الكهربائى الذى قدرته القدرة $\frac{1}{4}$ hp مثلا يمكنه أن ينتج قدرة تساوى :

$$\left(\frac{1}{4}\text{hp}\right)\left(746\frac{\text{W}}{\text{hp}}\right) = 186\ \text{W}$$

هذا يعنى أن الموتور يمكنه أن يبذل J 186 من الشغل كل ثانية .

يمكننا الحصول على علاقة مناسبة أخرى للقدرة بملاحظة أن الشغل المبذول على جسم ما بواسطة القوة F_x عندما يزاح الجسم تحت تأثير القوة مسافة قدرها x هو $F_x\,x$. وباستخدام هذا التعبير فى المعادلة (2–5) نجد أن :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F_x x}{t} = F_x\left(\frac{x}{t}\right)$$

والآن ، حيث أن x/t يساوى مقدار السرعة التى يتحرك بها الجسم فى الاتجاه x ، إذن :

$$P = F_x\, v_x \qquad (5\text{–}3)$$

أو :

$$P = Fv\cos\theta$$

حيث θ هى الزاوية بين $\mathbf{F}$ و $\mathbf{v}$. وتفترض المعادلتان (2–5) و (3–5) أن خرج القدرة ثابت . أما إذا تغيرت F_x أو v_x أو تغيرتا كلتاهما مع الزمن فإن المعادلة (2–5) سوف تعطى القدرة المتوسطة خلال الفترة الزمنية t ، بينما ستعطى المعادلة (3–5) القدرة اللحظية عند اللحظة التى تعطى عندها F_x و v_x .

المعادلة (2–5) تستخدم لتعريف إحدى الوحدات الشائع استخدامها لتقدير الشغل .

لاحظ أن :

الزمن × القدرة = الشغل

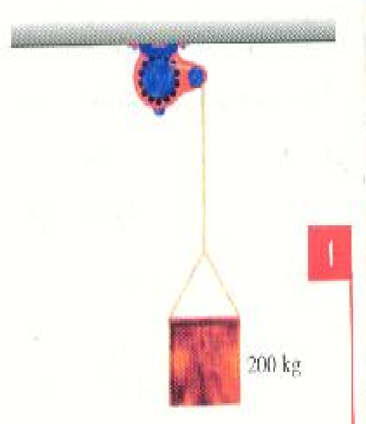
فإذا قيست القدرة بالكيلو واط والزمن بالساعة فإن وحدة الشغل المبذول بواسطة مصدر للقدرة تكون كيلو واط × ساعة ، وهذه الوحدة للشغل تسمى الكيلو واط ساعة . والعلاقة

بين هذه الوحدة والجول هي :

$$1\,\text{kWh} = (1\text{kWh})\left(1000\frac{\text{W}}{\text{kW}}\right)\left(3600\frac{\text{s}}{\text{h}}\right) = 3.60\times10^{6}\ \text{W.s} = 3.60\times10^{6}\ \text{J}$$

مثال 2-5 :

الموتور المبين بالشكل 5-5 يستطيع رفع جسم كتلته 200 kg بسرعة ثابتة قدرها 3.00 cm/s . ما القدرة التي ينتجها الموتور بالقدرة الحصانية ؟



شكل 5-5 :
يراد إيجاد خرج قدرة الموتور عندما يرفع الجسم بسرعة ثابتة قدرها 3.00 cm/s .

استدلال منطقي :

سؤال : ما الكميات الواجب معرفتها لحساب القدرة المنتجة بواسطة الموتور ؟

الإجابة : يمكن حل هذه المسألة باستخدام المعادلة (5-2) أو (5-3) وحيث أن سرعة الجسم معلومة فإن المعادلة (5-3) مناسبة أكثر من الأخرى .

سؤال : ما الشرط الذي تتعين به القوة التي يؤثر بها الموتور على الجسم ؟

الإجابة : الموتور يرفع الحمل بسرعة ثابتة . وبما أن صافي القوة يساوي صفراً ، فإن القوة المؤثرة بواسطة الموتور يجب أن تساوي وزن الحمل : $\mathbf{F} = mg$.

سؤال : ما معادلة القدرة في هذه الحالة ؟

الإجابة : حيث أن السرعة والقوة في نفس الاتجاه $(\theta = 0)$ ، إذن $P = Fv$.

الحل والمناقشة : بالتعويض بالقيم المعطاة :

$$F = (200\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 1960\ \text{N}$$

$$P = (1960\ \text{N})(0.0300\ \text{m/s}) = 58.8\ \text{N.m/s} = 58.8\ \text{W}$$

وبالتحويل إلى القدرة الحصانية نجد أن :

$$58.8\ \text{W}\frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}} = 0.0788\ \text{hp}$$

ولكي نرى ارتباط هذه الطريقة بالمعادلة (5-2) ، لنستعمل المسافة التي يقطعها الجسم في ثانية واحدة ، أي $s = 3.00$ cm . الشغل المبذول بواسطة الموتور خلال هذه السافة هو :

$$W = Fs = (1960\ \text{N})(0.0300\ \text{m}) = 58.8\ \text{J}$$

وحيث أن هذا الشغل قد بذل في زمن قدره 1 s ، فإن القدرة تكون :

$$P = W/t = 58.8\ \text{J/s} = 58.8\ \text{W}$$

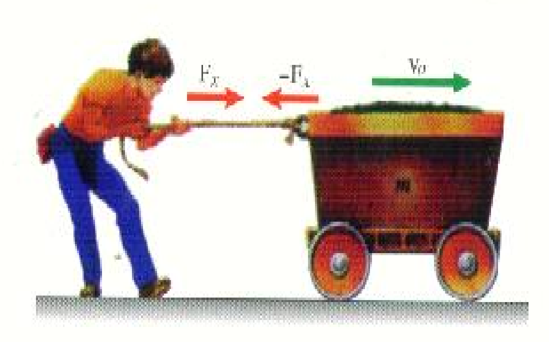
تمرين : ما قيمة خرج قدرة الموتور بالواط عند خفض الحمل بسرعة ثابتة قدرها 3.00 cm/s .

الإجابة : -58.8 W .

5-3 طاقة الحركة

يقال أن للجسم طاقة إذا كان قادرًا على بذل الشغل . لـهذا السبب **يقال عادة أن الطاقة هى المقدرة على بذل الشغل** . وبالرغم من أن مفهوم الطاقة ، كما سوف نرى ، أكثر تعقيدًا من أن يوصف وصفًا تامًا بهذه العبارة المختصرة ، فإن ربط الطاقة بالشغل مازال مفيدا . وهناك أنواع كثيرة من الطاقة ، ولكننا نبدأ دراستنا بمناقشة طاقة الحركة .

من المكن أن تكسر كرة البيسبول المتحركة نافذة عند اصطدامها بها ، كما أن المطرقة المتحركة يمكنها أن تدخل مسمارًا فى الخشب ، وكذلك يمكن للحجر المتحرك إلى أعلى أن يرتفع ضد قوة الجاذبية . من الواضح إذن أن الأجسام المتحركة لـها قدرة على بذل الشغل ، أى أن لـها طاقة . وسوف نسمى الطاقة التى يمتلكها جسم بسبب حركته **بطاقة الحركة*** (KE) .



شكل 6-5:
العربة تفقد طاقة حركة مع تباطؤها نتيجة لشد الشخص لها إلى الخلف .

وكمثال محدد ، لنفرض أن عربة محملة كتلتها الكلية m تندفع بسرعة قدرها v_0 كما بالشكل 6-5 . وكما هو واضح من الشكل ، هناك شخص يقوم بشد العربة بقوة ثابتة $-F_x$ محاولاً إيقافها . وطبقًا لقانون نيوتن الثالث تؤثر العربة على هذا الشخص بقوة مساوية فى المقدار واتجاها إلى الأمام . فإذا تحركت العربة والشخص مسافة قدرها x فإن الشغل المبذول بواسطة العربة على الشخص يكون :

$$W = F_x\, x \quad (\text{على الشخص})$$

لنربط الآن هذه الكمية من الشغل بالتغير الناتج فى حركة العربة .

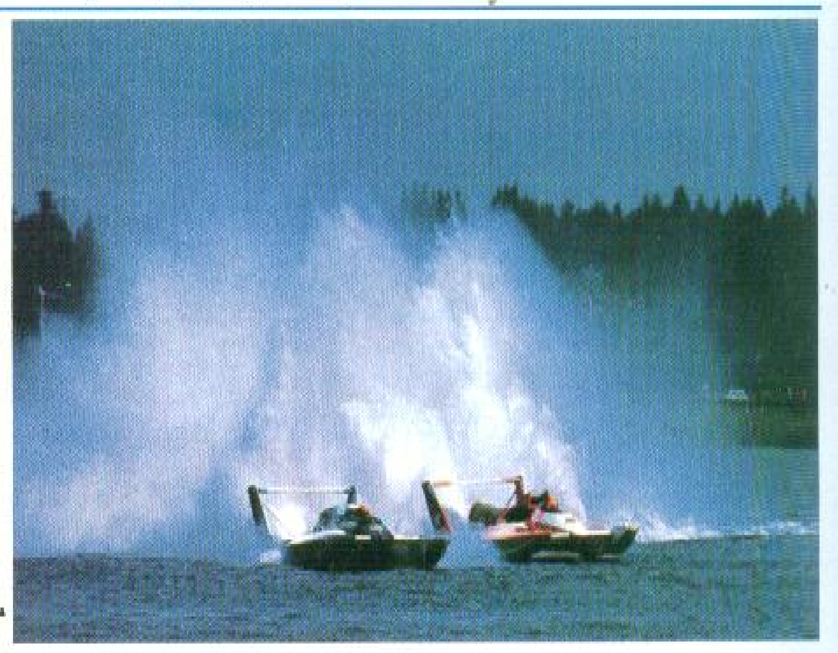
حيث أن القوة المعوقة $-F_x$ تؤثر على العربة فإن العربة لابد أن تتباطأ . وطبقًا لقانون نيوتن الثانى :

$$a_x = \frac{-F_x}{m}$$

وباستعمال معادلة الحركة $v_f^2 - v_0^2 = 2a_x\, x$ (المعادلة 9-2) فى التعويض عن a_x

---

* اشتقت هذه الصفة من الكلمة اليونانية Kinetikos ومعناها يحرك تذكر أننا استخدمنا المصطلح « كينماتيكا » فى الفصل الثانى لوصف دراستنا للحركة كما أطلقنا اسم « الاحتكاك الحركى » فى الفصل الثالث على الاحتكاك الانزلاقى .



مثال مثير للإعجاب عن طاقة الحركة .

بالقدار $(v_f^2 - v_0^2)/2x$ نجد أن :

$$F_x = -\left(\frac{m}{2x}\right)(v_f^2 - v_0^2)$$

وبالتعويض عن F_x بهذه الكمية في معادلة الشغل المبذول على الشخص نحصل على :

$$W = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_f^2 \quad \text{(على الشخص)} \tag{5-4}$$

هذا التعبير يعطينا كمية الشغل المبذول بواسطة جسم متحرك عندما يتباطأ من سرعة مقدارها v_0 إلى سرعة مقدارها v_f . فإذا ما وصلت العربة إلى السكون ، حيث تصبح $v_f = 0$ فإن الشغل الذى تعلكه يكون $\frac{1}{2}mv_0^2$. يستنتج من ذلك إذن أن الجسم الذى كتلته m والمتحرك بسرعة مقدارها v يستطيع أن يبذل شغلاً قدره $\frac{1}{2}mv^2$ قبل أن يصل إلى حالة السكون .

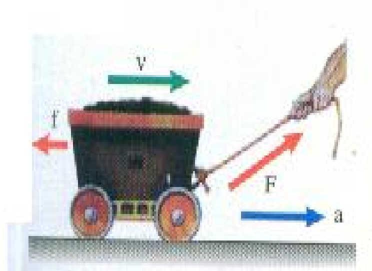
باستخدام هذا المنطق يمكن تعريف طاقة حركة جسم بالطريقة الآتية :

طاقة حركة (KE) جسم كتلته m يتحرك بسرعة مقدارها v هى :

$$\text{KE} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{5-5}$$

ويمكنك أن تتحقق بسرعة باستخدام المعادلة (5-5) أن وحدة طاقة الحركة فى النظام SI هى نفس وحدة الشغل ، أى الجول . لاحظ أن طاقة الحركة كمية غير متجهة ، مثلها فى ذلك مثل جميع أشكال الطاقة الأخرى . وأيضًا ، حيث أن الكتلة m ومربع مقدار السرعة v^2 كميتان موجبتان فإن طاقة الحركة موجبة كذلك .

5-4 نظرية الشغل والطاقة لصافى القوة



شكل 7-5 :
القوة المحصلة المؤثرة على العربــة تسبب تناقص طاقة حركتها .

سنقوم فى هذا القسم باستنتاج علاقة بين الشغل المبذول على جسم والتغير فى طاقــة حركته . كان بالإمكان طبعًا تحقيق ذلك بحساب الشغل المبذول بواسطة العربة المبينة بالشكل 6-5 ، ولكننا سنأخذ حالة أكثر عمومية كالوقف المبين بالشكل 7-5 الذى يمثل عربة كتلتها m تتحرك فى الاتجاه الموجب للمحور x تحت تأثير قوتـين . لـنرمز إلى القوة المحصلة المؤثرة على العربة بالرمز $\mathbf{F}_{\text{net}}$. وحيث أن الحركة فى اتجاه المحــور x فإن العلاقة $\mathbf{F}_{\text{net}} = ma$ تصبح :



$$F_{\text{net}} = ma_x$$

وكما فعلنا فى القسم السابق ، سوف نستخدم المعادلة (9-2) للتعويض عن a_x بدلالة السرعتين الابتدائية والنهائية للجسم والمسافة المقطوعة x لنحصل على :

$$F_{\text{net}}x = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

ولكن $F_{\text{net}}x$ ببساطة هى الشغل المبذول على العربة بواسطة القوة المحصلة المؤثـرة عليـها . إذن ، يمكن تلخيص نتيجتنا فى الشكل الآتى :

التغير فى KE للجسم = الشغل المبذول على العربة بواسطة F_{net}

$$\text{الشغل المبذول بواسطة } F_{\text{net}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \Delta\text{KE} \qquad (5\text{–}6)$$

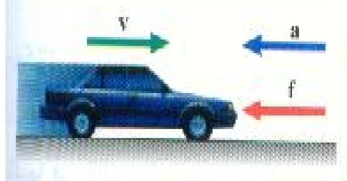
هذه العلاقة تسمى **نظرية الشغل والطاقة لصافى القوة** . وعنـد تطبيـق هـذه النظريـة علينا أن نعى تمامًا أنه إذا كان صافى القوة فــى اتجـاه الحركـة فإنـه يـؤدى إلى تســارع الجسـم وبالتالى إلى زيادة طاقة حركته . أما القوى المعوقة ، كالاحتكاك مثلاً ، فإنها تبـذل شغلاً سالبًا على الجسـم . السبب المباشر لذلك هو أن اتجاه القـوة المعوقـة يكـون مضـادا لاتجاه الإزاحة ، وعليه فـإن الكمية $F_x x \cos\theta$ تصبح $F_x x \cos 180^\circ$ ؛ أى $-F_x x$. وهكذا يمكن القول أن صافى القوة المعوقة يؤدى إلى نقص طاقة الحركة :

صافى القوة فى اتجاه الحركة يسبب زيادة طاقة حركة الجسم ، بينما يسبب صافى قوة الإيقاف نقص طاقة الحركة .

وتعتبر نظرية الشغل والطاقة نظرية فى غايـة الأهميـة ، وسـوف نسـتخدمها كثيرًا فـى مختلف فروع الفيزياء .

مثال 3-5 :

سيارة كتلتها 2000 kg تتحرك بسـرعة مقدارهـا 20 m/s علـى أرض مسـتوية . بـدأت السيارة فى التباطؤ فى لحظة معينة فتوقفت بعد مسافة قدرها 100 m . ما مقدار متوسط قوة الاحتكاك المؤثرة على السيارة ؟ انظر الشكل 8-5 .



شكل 8-5 :
صافى القوة المؤثر على العربة يساوى f .

استدلال منطقى :

سؤال : هل توجد أى قوة أخرى مؤثرة فى الاتجاه الأفقى خلاف الاحتكاك ؟

الإجابة : لا .

سؤال : ما المبدأ الذى يربط متوسط قوة الاحتكاك f بتوقف السيارة ؟

الإجابة : يمكن الرجوع إلى معادلات الكينماتيكا (11-2أ إلى 11-2هـ) لإيجاد عجلة السيارة ثم إيجاد f من قانون نيوتن الثانى كما فعلنا فى الفصل الثالث ، كذلك يمكن استخدام نظرية الشغل والطاقة لصافى القوة والتى تنص على أن التغير فى طاقة الحركة يساوى الشغل المبذول بواسطة صافى القوة . ومن أهم مميزات نظرية الشغل والطاقة أنها تتيح لنا فرصة استخدام الكميات القياسية فى الحسابات مما يبسط الحل فى كثير من الحالات .

سؤال : هل تسمح معطيات المسألة بحساب ΔKE ؟

الإجابة : نعم . $\Delta KE = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ ، حيث $v_f = 0$.

سؤال : ما هى معادلة الشغل التى يمكن استخدامها فى هذه الحالة ؟

الإجابة : $W = fs \cos 180°$ ، لأن f و s فى اتجاهين متضادين .

الحل والمناقشة : تقول نظرية الشغل والطاقة أن :

$$\frac{1}{2}\,[0 - (2000\text{ kg})(20\text{ m/s})^2] = f(100\text{ m})(-1)$$

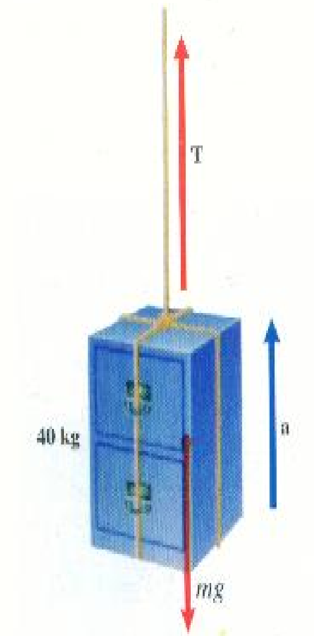
ومنه :

$$f = \frac{\frac{1}{2}(2000\text{ kg})(400\text{ m}^2/\text{s}^2)}{100\text{ m}} = 4000\text{ kg.m/s}^2 = 4000\text{ N}$$

تمرين : إذا كانت قوة الاحتكاك المؤثرة على السيارة فى المثال 5-3 ثابتة وتساوى 4000 N ، استخدم نظرية الشغل والطاقة لإيجاد مقدار سرعة السيارة بعد أن تقطع مسافة قدرها 50 m . الإجابة : 14.1 m/s .

مثال 5-4 :

يراد رفع خزانة ملفات كتلتها 40 kg رأسيًا إلى أعلى كما بالشكل 5-9 بحيث تتسارع من السكون إلى سرعة مقدارها 0.30 m/s خلال مسافة قدرها 50 cm . استخدم نظرية الشغل والطاقة لإيجاد الشد اللازم فى الحبل .



شكل 5-9 :
لكى يتسارع الجسم رأسيًا إلى أعلى يجب أن يكون T أكبر من mg .

استدلال منطقى :

سؤال : كيف تتضمن نظرية الشغل والطاقة الشد فى الحبل ؟

الإجابة : الشد هو إحدى القوى المكونة لصافى القوة ، وصافى القوة يبذل شغلا مساويًا للتغير فى طاقة الحركة .

سؤال : ما قيمة صافي القوة المؤثرة على الخزانة ؟

الإجابة : $T - mg$. واتجاه صافي القوة هذا يجب أن يكون رأسيًا إلى أعلى لكي يتسارع الجسم إلى أعلى .

سؤال : ما قيمة الشغل الذي يبذله صافي القوة ؟

الإجابة : حيث أن F_{net} والإزاحة s متوازيان ، إذن $\cos\theta = 1$ و $W = (T-mg)s$.

سؤال : ما المعادلة التي تعطيها نظرية الشغل والطاقة ؟

الإجابة : $(T-mg)s = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0$ ، حيث T هو المجهول الوحيد .

الحل والمناقشة : بحل المعادلة الأخيرة بالنسبة إلى T .

$$T = \frac{\frac{1}{2}mv_f^2}{0} + mg = \frac{\frac{1}{2}(40\text{ kg})(0.30\text{ m/s})^2}{0.50\text{ m}} + (40\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 396\text{ N}$$

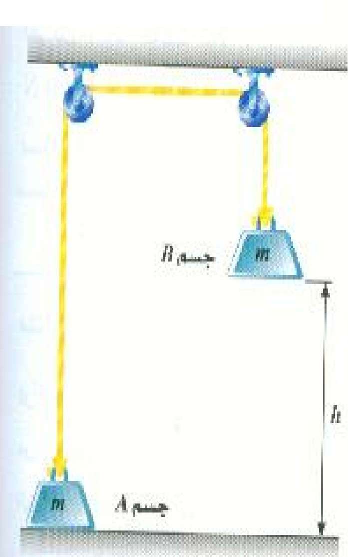
لاحظ أن الشغل المبذول بواسطة الشد هو $Ts = (396\text{ N})(0.50\text{ m}) = 198\text{ J}$. أما الشغل المبذول بواسطة الجاذبية فيساوي :

$$-mgs = -(40\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(0.50\text{ m}) = -196\text{ J}$$

تمرين : إذا كان الحبل ينقطع عندما يزيد الشد عن 600 N ، فما أكبر سرعة يمكن أن تعطى للخزانة خلال المسافة 50 cm المطلوب أن ترتفعها الخزنة ؟ **الإجابة** : 2.28 m/s .

5-5 طاقة الجهد التثاقلي

رأينا فيما سبق أن بعض الأجسام يمكنها أن تبذل شغلاً بفضل حركتها فيكون لديها طاقة حركة . لكن هناك أجسام أخرى تستطيع أن تبذل شغلاً إما بسبب موضعها أو بسبب شكلها ، وعندئذ يقال أن مثل هذه الأجسام لها **طاقة جهد (أو طاقة وضع)** . لنبدأ دراستنا لطاقة الوضع بمناقشة الطاقة التي يكتسبها جسم بسبب قوى الجاذبية .



شكل 10-5 :
عند سقوط الجسم B فإنه يبذل شغلاً على الجسم A .

تأمل النظام المبين بالشكل 10-5 الذي يمثل بكرتين لا احتكاكيتين تحملان جسمين متساويي الكتلة أي أن وزن الجسمين واحد ويساوي mg . وعليه ، فإذا دُفع الجسم B دفعة صغيرة إلى أسفل فإنه سوف يبدأ في السقوط ببطء تجاه الأرضية بسرعة ثابتة المقدار ، وسوف يبدأ الجسم A في الارتفاع إلى أعلى في نفس الوقت . وعندما يكون الجسم B قد سقط مسافة h تجاه الأرضية سيكون الجسم A قد ارتفع نفس المسافة h عن الأرضية .

الآن نسأل : ما مقدار الشغل المبذول بواسطة الحبل على الجسم A أثناء رفعه من سطح الأرضية بسرعة ثابتة المقدار ؟ حيث أن الشد في الحبل يساوي وزن الجسم A وهو mg فإن الشغل المبذول بواسطة الحبل ، طبقًا لتعريف الشغل هو :

mgh = (المسافة) (الشد) = الشغل المبذول أثناء الرفع .

من أو ما هو العامل الخارجي الذي يبذل هذا الشغل ؟ بما أن الجسم B يشد الجسم A إلى أعلى ، إذن الجسم B هو الذي يبذل الشغل . يستنتج من ذلك إذن أن الجسم B كان لديه القدرة على بذل الشغل عندما كان معلقًا في موضعه الابتدائي فوق الأرضية ، وكمية الشغل التي يمكن أن يبذلها الجسم B تساوي mgh ، حيث h المسافة التي يسقط منها الجسم B . بناء على ذلك يمكننا وضع التعريف الآتي :

$$\text{(GPE) طاقة الجهد التثاقلي} = mgh \qquad (5\text{-}7)$$

ومرة أخرى نكرر أن وحدة GPE في النظام SI مثلها في ذلك مثل جميع أشكال الطاقة ، هي الجول .

من الجدير بالذكر أن طاقة الجهد التثاقلي لا يمكن تعيين قيمتها المطلقة . بل أنها تعتمد على الموضع الرأسي المستخدم كنقطة إسناد مرجعية . فإذا اختار شخصان مختلفان مستويي إسناد مختلفين لحساب GPE في حالة معينة ما فإنهما سيحصلان قيمتين تختلف إحداهما عن الأخرى بمقدار ثابت معين . لنأخذ على سبيل المثال حالة الكرة المبينة بالشكل 11–5 . إذا اعتبر شخص ما أن سطح المنضدة هو مستوى الإسناد ستكون GPE للكرة mgh_1 ، ولكن شخصًا آخر يختار مستوى الأرضية كمستوى إسناد سيقول أن GPE للكرة هي mgh_2 . كلتا القيمتان **صحيحتان** طالما كان مستوى الإسناد معرفًا .

الكمية التي لها معنى من وجهة نظر الفيزياء هي التغير في طاقة الوضع نتيجة لتغير الوضع الرأسي للجسم . فإذا سقطت الكرة المبينة في الشكل 11–5 مسافة قدرها 1 m فإن التغير في موضعها سيكون واحدًا بالنسبة لأي مستوى إسناد نختاره .

من الممكن أن تكون طاقة الوضع سالبة . لنفرض مثلاً أننا نقيس المسافة بالنسبة إلى السطح العلوي للمنضدة . عندما تكون الكرة على بعد h فوق المنضدة ستكون طاقة وضعها mgh ؛ وإذا أنزلت إلى سطح المنضدة سوف تقل طاقة وضعها إلى الصفر . أما إذا أنزلت أكثر من ذلك سيكون الإحداثي y سالبًا ومن ثم تصبح طاقة الجهد التثاقلية سالبة . هذا يعني ببساطة أن طاقة وضع الكرة أسفل المنضدة أقل من قيمتها على سطح المنضدة ، وهو الوضع الصفري المختار اعتباطيًا لطاقة الوضع . ولإعادة الكرة إلى المستوى الصفري لطاقة الوضع يجب رفعها إلى مستوى سطح المنضدة مرة أخرى .

h_1

h_2 h_3

شكل 11–5 :
الأرضية وسطح المنضدة يمثلان اختيارين مناسبين لمستوى الإسناد الذي يقاس الارتفاع بالنسبة إليه . وعليه فإن طاقة الجهد التثاقلي قد تكون mgh_1 أو mgh_2 تبعا لمستوى الإسناد المختار . لاحظ أن الفرق بين القيمتين يساوي مقدارا ثابتا هو mgh_3 .

هذا رباع طوله 1.6 m . هل يمكنك أن تحسب قيمة تقريبية لطاقة الجهد التثاقلي للأوزان التي يحملها بالنسبة للأرضية ؟

مثال توضيحي 3–5

أنت في غرفة يرتفع سقفها عن أرضيتها بمقدار 3.00 m ويوجد بها منضدة ارتفاعها 1.10 m بالنسبة للأرضية . هذه المنضدة تحمل على سطحها كيسًا من الدقيق كتلته 2.27 kg .

الجزء (أ) : ما قيمة طاقة الجهد التثاقلي للكيس بالنسبة إلى (أ) الأرضية ؟ (ب) سطح المنضدة ؟ (جـ) سقف الغرفة ؟

استدلال منطقى : وزن الكيس فى كل حالة هو $mg = 22.2\ \text{N}$ ، والمواضع الرأسية للكيس بالنسبة إلى مستويات الإسناد الثلاثة هى :

$$h_a = (1.10\ \text{m}) \qquad h_b = 0 \qquad h_c = -1.90\ \text{m}$$

إذن ، القيم الثلاث لطاقة الجهد التثاقلى GPE تكون :

(أ) $\text{GPE} = (22.2\ \text{N})(1.10\ \text{m}) = 24.4\ \text{J}$

(ب) $\text{GPE} = 0$

(جـ) $\text{GPE} = (22.2\ \text{N})(-1.90\ \text{m}) = -42.2\ \text{J}$

الجزء (ب) : ما مقدار التغير فى GPE بالنسبة إلى مستويات الإسناد الثلاثة فى الجزء (أ) إذا حرك الكيس من سطح المنضدة إلى الأرضية ؟

استدلال منطقى : بما أن mg مقدار ثابت فإن ΔGPE عمومًا تكون :

$$\Delta\text{GPE} = \Delta(mhg) = mg\Delta h$$

وحيث أن $\Delta h = -1.10\ \text{m}$ فى كل من هذه الحالات الثلاث ، إذن :

$$\Delta\text{GPE} = (22.2\ \text{N})(-1.10\ \text{m}) = -24.4\ \text{J}$$

ومن ثم تكون التغيرات فى ΔGPE فى كل من هذه الحالات كما يأتى :

(أ) $\Delta\text{GPE} = 0 - (+24.4\ \text{J}) = -24.4\ \text{J}$

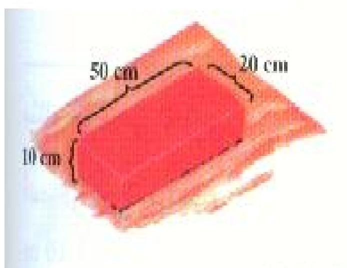
(ب) $\Delta\text{GPE} = -24.4 - 0 = -24.4\ \text{J}$

(جـ) $\Delta\text{GPE} = -66.6\ \text{J} - (-42.2\ \text{J}) = -24.4\ \text{J}$

وهكذا فإن التغير فى GPE لا يعتمد على مستوى الإسناد المختار . هذه التغيرات فقط هى التى تحمل معنى فيزيائيًا .

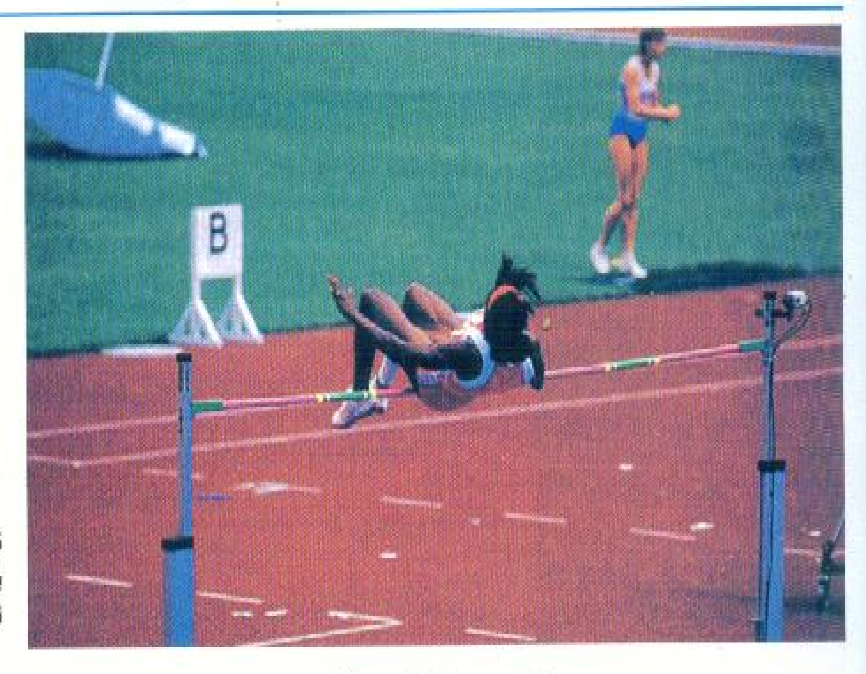
5-6 مركز الكتلة

فى مناقشتنا السابقة لطاقة الجهد التثاقلى اعتبرنا الأجسام نقطًا كتلية (مادية) لا حجم لها . وعند حساب GPE للأجسام الحقيقية لابد أن نتساءل من أى نقطة يقاس ارتفاع الجسم عن مستوى الإسناد ؟ إذا رفع الجسم بحيث لا يعانى أى دوران ، فإن كل نقط الجسم سوف ترتفع بنفس المقدار ، ومن ثم يمكن استخدام أى نقطة لقياس GPE . ولكن لنفرض مثلًا أننا نعالج حالة قالب مستطيل منتظم مستقر على وجهه الأكبر كما هو مبين بالشكل 12-5 . ما مقدار الشغل اللازم بذله لكى يقلب هذا القالب على أصغر وجه له ؟



شكل 12-5 :
قالب منتظم متجانس على سطح منضدة . ما مقدار الشغل اللازم لإيقاف القالب على الوجه الأصغر ؟

بناء على مناقشاتنا السابقة يمكن القول أن هذا الشغل يساوى الزيادة فى GPE لأن الأنواع الأخرى من طاقة القالب لا تتغير :



تقوس لاعبة الوثب العالى جسمها بحيث يكون مركز كتلتها منخفضا عن قضيب تحديد الارتفاع .

$$W = \Delta GPE = mg\,\Delta h$$

لاحظ مع ذلك أن ارتفاعات جميع نقط القالب لا تتغير بنفس المقدار . وحيث أن مختلف أجزاء القالب تتغير ارتفاعاتها الرأسية بمقادير مختلفة لن يمكننا تحديد قيمة Δh بشكل حاسم .

إن مفتاح الحل لمعرفة قيمة Δh الواجب استخدامها فى المعادلة السابقة هو ما يسمى **مركز كتلة (c.m.)** الجسم . وقد سبق أن عرفنا مركز الثقل فى الفصل الرابع بأنه نقطة تأثير قوة الجاذبية على الجسم . فإذا كانت عجلة الجاذبية عند مختلف نقط الجسم ثابتة فإن مركز الثقل ينطبق على مركز الكتلة ، وهذا ينطبق على معظم المسائل التى سنقابلها فى هذا الكتاب . كذلك وجدنا فى الفصل الرابع أن مركز ثقل .c.g الأجسام المتماثلة هندسيًا والمنتظمة الكثافة يقع فى مراكزها الهندسية ، وبناء على ذلك يمكننا اعتبار أن مركز كتلة .c.m مثل هذه الأجسام يقع أيضًا فى **مراكزها الهندسية** . (من الممكن بالطبع إيجاد مركز كتلة .c.m أى جسم غير متماثل هندسيًا أو غير منتظم الكثافة وذلك من تعريف مركز الكتلة ، ولكننا لن نحتاج إلى ذلك هنا) .

الآن يمكننا استخدام مفهوم مركز الكتلة لتحديد معنى Δh :

التغير فى طاقة الجهد التثاقلى لجسم يعتمد على التغير فى الموضع الرأسى لمركز كتلة ذلك الجسم .

إذن ، بالقرب من سطح الأرض ، يمكن كتابة العلاقة :

$$\Delta GPE = mg\,\Delta h_{c.m.} \qquad (5\text{–}8)$$

مثال توضيحى 5-4

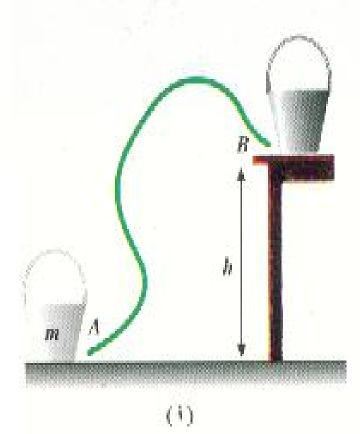
احسب الشغل اللازم لرفع القالب المبين بالشكل 12-5 بحيث يقف على الوجه الأصغر . كتلة القالب 10 kg .

استدلال منطقى : نحتاج إلى تعيين الموضعين الابتدائى والنهائى لمركز كتلة القالب . وحيث أن القالب منتظم يمكن اعتبار أن c.m. يقع فى المركز الهندسي . وبالرجوع إلى الشكل 12-5 سنرى أن هذه النقطة ترتفع بمقدار 5 cm عن سطح المنضدة عندما ينام القالب على الوجه الأكبر . أما إذا كان القالب واقفًا على الوجه الأصغر سوف يقع c.m. على بعد 25 cm من سطح المنضدة وعليه فإن $\Delta h_{c.m.} = 20\ cm = 0.20\ m$ ، وبذلك يكون ΔGPE :

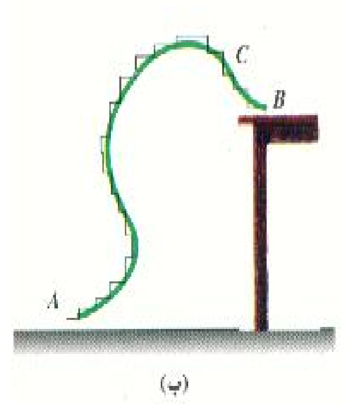
$$\Delta GPE = mg\, \Delta h_{c.m.} = (10\ kg)(9.8\ m/s^2)(0.20\ m)$$

هذه هى كمية الشغل اللازم لقلب القالب على وجهه الأكبر . ■

5-7 قوة الجاذبية قوة محافظة



(أ)



(ب)

شكل 13-5 :
يمكن تقريب المسار المبين فى (أ) بسلسلة من الخطوات الأفقية والرأسية الموضحة فى (ب) .

لكى نرفع جسمًا رأسيًا إلى أعلى بسرعة ثابتة المقدار فإننا نحتاج إلى قوة تساوى وزن الجسم mg ، ونتيجة لذلك سيكون الشغل المبذول فى رفع الجسم رأسيًا إلى أعلى مسافة قدرها h هو mgh . سوف نثبت الآن أن نفس هذه النتيجة تظل صحيحة حتى إذا لم يرفع الجسم إلى أعلى فى شكل رأسى .

لنفرض أننا نريد رفع الدلو المبين بالشكل 13-5 أ من الأرضية إلى سطح المنضدة . ما مقدار الشغل اللازم بذله لتحقيق ذلك ؟ دعنا نرفع الجسم على طول المسار الممثل بالخط الواصل بين A و B بحيث تكون قوة الرفع متجهة رأسيًا إلى أعلى خلال الحركة كلها .

لحساب الشغل المبذول فى رفع الدلو من A إلى B يمكننا تقريب المسار الفعلى إلى مسار مدرج كالمبين بالجزء (ب) من الشكل . بجعل أطوال الدرجات صغيرة جدًا سيصبح المسار المدرج مماثلاً للمسار الأملس المبين بالشكل 13-5ب . ونظرًا لأن قوة الرفع رأسية كما نعلم فإنها لا تبذل أى شغل فى الحركات الأفقية على المسار المدرج ، أى أن قوة الرفع تبذل شغلاً فى الحركات الرأسية فقط . يلاحظ كذلك أن الشغل المبذول يكون موجبًا عند ارتفاع الدلو ، ولكنه يكون سالبًا إذا انخفض الجسم فى أى نقطة على مساره (بالقرب من C مثلاً) . معنى ذلك أن الشغل المبذول فى الحركات الرأسية إلى أسفل يلاشى الشغل المبذول فى الحركات الرأسية المكافئة إلى أعلى . ويستنتج من ذلك أن الشغل المبذول يعتمد فقط على صافى تأثير جميع الحركات الرأسية . الخلاصة إذن أن انتقال الدلو وكتلته m ، من A إلى B معناه أن الدلو قد ارتفع إلى أعلى مسافة قدرها h ، ومن ثم فإن الشكل المبذول فى هذه العملية يساوى mgh وهو نفس الشغل المبذول فى رفع الجسم من A مسافة رأسية قدرها h ثم تحريكه جانبًا إلى النقطة B . وحيث أن المسار الموضح من A إلى B اختيارى تمامًا فى الواقع يمكننا استنتاج أنه :

إذا كانت النقطة A تقع على بعد قدره h تحت النقطة B فإن الشغل المبذول ضد قوة الجاذبية لرفع كتلة قدرها m من A إلى B يساوى mgh .

هذه النتيجة صحيحة لأى مسار بين A و B طالما لم تتغير g نتيجة للانتقال من A إلى B . ومن الطبيعى أنه إذا خفضت الكتلة من B إلى A فإن الشغل المبذول ضد الجاذبية سيكون $-mgh$.

قوة الجاذبية مثال لما يسمى **بالقوة المحافظة** .

يقال أن القوة محافظة إذا كان الشغل المبذول فى تحريك جسم من نقطة A إلى أخرى B ضد هذه القوة لا يعتمد على مسار الحركة .

وسوف نرى فيما بعد أن القوى الكهروستاتيكية والنووية هى قوى محافظة . هذا صحيح أيضًا بالنسبة للقوى المرنة مثل القوى المتولدة فى زنبرك ممتد أو منضغط . أما قوى الاحتكاك ، من ناحية أخرى ، فهى قوى غير محافظة . هذا ما يمكنك التحقق منه بسهولة بأن تزلق كتابك من نقطة إلى أخرى على منضدة حيث سيتضح لك أنك ستضطر إلى بذل شغل أكبر عندما تزلقه فى مسار معقد طويل عنه فى حالة اتباعك لمسار على هيئة خط مستقيم . بناء على ذلك يقال لقوة بأنها قوة غير محافظة إذا كان الشغل المبذول بواسطة القوة يعتمد على مسار الحركة بين نقطتين معينتين ، كما فى حالة الاحتكاك .

الطريقة المكافئة الأخرى للتمييز بين القوى المحافظة وغير المحافظة هى أنه من الممكن تعريف طاقة جهد مرتبطة بالقوة المحافظة ، بينما هذا غير ممكن فى حالة القوى غير المحافظة لأنها تعتمد على المسار وليس على مجرد الموضع فقط .

ولكى نرى لماذا توصف بعض القوى بأنها محافظة سوف تعرف **الطاقة الميكانيكية** (ME) للنظام بأنها مجموع طاقتى الحركة والجهد لهذا النظام :

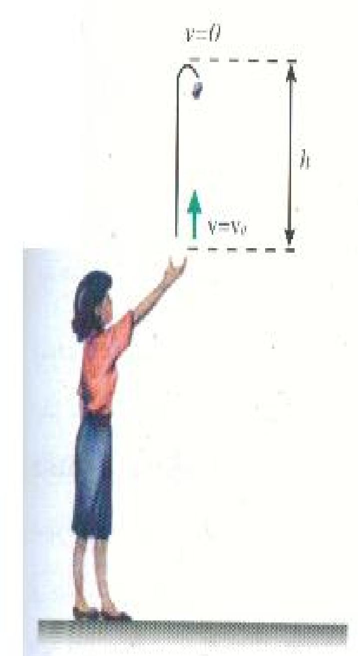
$$ME = KE + PE$$

حيث يمكن أن يتضمن الحد الممثل **لطاقة الجهد** فى هذا التعريف أكثر من نوع واحد من طاقة الجهد عندما يؤثر على النظام أكثر من قوة محافظة واحدة . وهنا نجد أن الطاقة الميكانيكية للنظام تظل محفوظة ، أو ثابتة ، أثناء حركة النظام تحت تأثير القوة المحافظة فقط . ومن ثم يمكننا تلخيص خاصية فى غاية الأهمية للقوى المحافظة على الصورة الآتية :

القوى المحافظة هى تلك القوة التى تحفظ الطاقة الميكانيكية للنظام .

هذه الصيغة هى إحدى صور صيغة أكثر عمومية تسمى بقاء الطاقة ، والتى سوف نتعرض لمناقشتها فى فصول لاحقة . هذا وتعتبر قوانين البقاء من أهم القوانين فى الفيزياء عمومًا إذ أنها تخبرنا أى الكميات الفيزيائية تظل ثابتة عند حدوث تغيرات فى النظام الفيزيائى .

5-8 التحول المتبادل لطاقتى الحركة والوضع



شكل 14-5 :
تتحول طاقة حركة قطعة العملة المعدنية إلى طاقة جهد تثاقلى أثناء حركتها إلى أعلى . كذلك تتحول طاقة الوضع مرة ثانية إلى طاقة حركة أثناء السقوط .

فى كل مرة تقذف فيها جسمًا فى الهواء أو تسقطه فيه فإنك ترى مثالًا للتحول المتبادل لطاقة الحركة وطاقة الجهد التثاقلى . فمثلا ، عندما تقذف قطعة عملة معدنية إلى أعلى تتحول طاقة حركتها إلى طاقة جهد تثاقلى ، وهذا ما سنقوم بإثباته حالاً .

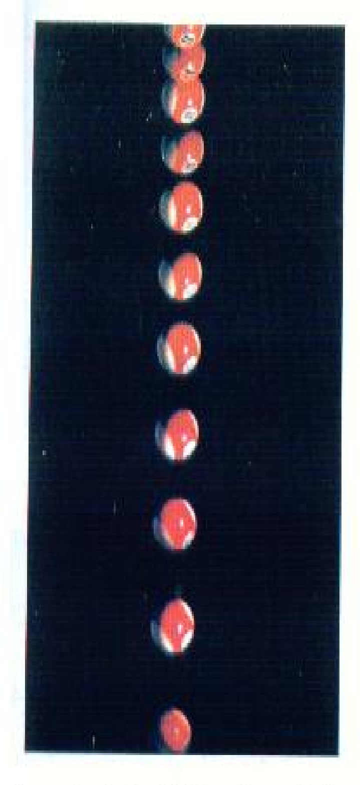
نرى فى الشكل 14-5 شخصًا يقذف قطعة عملة معدنية كتلتها m رأسيًا إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها v_0 . وعندما تصل القطعة المعدنية إلى أعلى نقطة فى المسار يصبح ارتفاعها $y = h$ وتصبح سرعتها النهائية $v_f = 0$. وحيث أن عجلة القطعة المعدنية أثناء الحركة تظل ثابتة ، $a = -g$ ، يمكننا باستخدام المعادلة (9-2) ، $v_f^2 - v_0^2 = 2ay$ ، أن نحصل على :

$$0 - v_0^2 = -2gh$$

وبحل هذه المعادلة بالنسبة إلى h سنجد أن $h = v_0^2/2g$. وبالتعويض عن h بهذه القيمة فى معادلة GPE لقطعة العملة عند أعلى نقطة فى مسار الحركة نجد أن :

$$\text{GPE} = mgh = mg\frac{v_0^2}{2g} = \frac{1}{2}mv_0^2$$

هذا يبين أن **طاقة الجهد التثاقلى لجسم عند قمة مساره تساوى طاقة حركته عند قاع المسار** ، هذا بفرض أن مقاومة الهواء مهملة .



نظرة أخرى إلى سقوط الأجسام تبين تحول طاقة الجهد التثاقلى إلى طاقة حركة ــ كلما نقص ارتفاع الجسم قلت طاقة الجهد التثاقلى GPE وزادت سرعته .

يتضح مما سبق أن طاقة الحركة الابتدائية تتحول إلى GPE أثناء ارتفاع قطعة العملة إلى أعلى . هذا التحول يحدث أيضًا عندما تسقط قطعة العملة سقوطًا حرًا فى الهواء إذ تفقد قطعة العملة طاقة الجهد التثاقلى GPE ولكنها تكتسب كمية مكافئة من طاقة الحركة KE ، وهذا مثال لبقاء الطاقة الميكانيكية . فإذا كانت قوة الجاذبية هى القوة الوحيدة المؤثرة على الجسم ، يمكننا التعبير عن بقاء الطاقة الميكانيكية رياضيًا على الصورة :

$$\Delta\text{ME} = 0 = \Delta\text{KE} + \Delta\text{GPE}$$

إذن :

$$\Delta\text{KE} = -\Delta\text{GPE}$$

أما إذا وجدت قوى محافظة أخرى فإن التغيرات فى طاقات الجهد المناظرة يمكن التعبير عنها بنفس الطريقة تمامًا مثل ΔGPE .

5-9 قانون بقاء الطاقة

إذا ما تذكرنا أن الطاقة مرتبطة بالمقدرة على بذل الشغل سيتضح لنا أن هناك صورًا عديدة أخرى للطاقة . فالفحم وزيت البترول والبنزين وغير ذلك من أنواع الوقود يحتوى على طاقة لأنها يمكن أن تحترق احتراقًا كيميائيًا تتحول فيه بعض الطاقة المختزنة إلى

شغل ميكانيكي . وتعرف هذه الطاقة المختزنة **بالطاقة الكيميائية** . كذلك فإن بعض الأنوية الذرية يمكنها أن تنشق أو **تنشطر** في المفاعلات النووية محررة كمية كبيرة من الطاقة التي يمكن استغلالها في تشغيل التوربينات المولدة للكهرباء . وعليه فإن الأنوية تحتوى على طاقة تسمى **الطاقة النووية** . علاوة على ذلك فإن الشحنات الكهربائية يمكنها أن تبذل شغلاً ، أى أن الشحنات الكهربائية لها **طاقة كهربائية** . وأخيرًا وليس آخرًا يمكن أن تخزن الطاقة في الأجهزة المرنة ، فالزنبرك الممتد ووتر قوس الرماية له **طاقة جهد مرن** يمكن أن تتحول إلى طاقة حركة للكتلة المتصلة بالزنبرك أو السهم المنطلق من القوس .



طاقة وضع كرة هدم المبانى على وشك التحول إلى طاقة حركة .

تعتبر الطاقة المرتبطة بحركة ذرات وجزيئات المادة واحدة من أهم صور الطاقة . وبالرغم من أن حركة هذه الجزيئات تتضمن طاقة حركة الذرات المنفردة ، فإن الذرات تتحرك في اتجاهات عشوائية بسرعات مختلفة المقدار . هذا السلوك يختلف بالطبع عن حركة الجسم بأكمله حيث تتحرك جميع ذراته معًا بنفس سرعة الجسم ، ولهذا أمكن وصف طاقة حركة الجسم بدلالة كتلته ومقدار سرعته $(\frac{1}{2}mv^2)$. هذه الحركات العشوائية للذرات والجزيئات هي إحدى صور الطاقة التي تمثل خاصية داخلية للمادة تعرف باسم **الطاقة الحرارية** (TE) . هذا وترتبط كمية الطاقة الحرارية للجسم بدرجة حرارته ، ولكننا سنؤجل مناقشة هذه العلاقة بالتفصيل إلى فصول لاحقة من هذا الكتاب . أما الآن فيمكننا أن نتحقق من أن بذل الشغل على الجسم يؤدى إلى تغيير طاقته الحرارية .

فمثلاً ، إذا دفعت كتابك لينزلق على الأرضية سوف تختفى طاقة الحركة التى أمدت بها الكتاب عندما يصل الكتاب إلى السكون . ومع ذلك فإن الكتاب لم يكتسب GPE لأن الأرضية مستوية . ماذا حدث للطاقة الأصلية للكتاب عندما تركته يدك ؟ إن القوة الوحيدة المؤثرة على الكتاب في اتجاه الإزاحة هى قوة الاحتكاك الحركى ، وهى

تبذل شغلاً كما رأينا سابقًا . وقد علمتنا الخبرة أن الكتاب (والأرضية) « يسخنان » قليلاً عند وجود الاحتكاك . وهذه عادة هي الطريقة المعتادة للاستدلال على زيادة الطاقة الحرارية لهذه المواد . بناء على ذلك يمكننا الإجابة عن السؤال المتعلق بما حدث لطاقة الحركة KE الأصلية ، لقد تحولت عن طريق الشغل المبذول بواسطة قوى الاحتكاك إلى طاقة حرارية TE للكتاب والمنضدة . ويمكن التعبير عن هذه الحقيقة بأسلوب آخر وهو أن الشغل المبذول بالاحتكاك يظهر في صورة زيادة في TE .

$$-W_{fr} = \Delta TE$$

والإشارة السالبة ضرورية هنا لأن W_{fr} سالب دائمًا ، بينما تزداد TE .

في أي عملية فيزيائية توجد دائمًا تحولات لبعض صور الطاقة إلى صور أخرى ، وتخضع مثل هذه التحولات للقيد الآتي :

الطاقة لا تخلق ولا تفنى . فإذا حدث فقد في إحدى صور الطاقة تحدث زيادة مساوية في صور أخرى .

هذه العبارة تسمى قانون بقاء الطاقة . ويستمد هذا القانون صحته من حقيقة أن التجربة لم تدحضه على الإطلاق ، كما أنه يعتبر واحدًا من أقوى مبادئ الفيزياء وأكثرها عمومية . وأيضًا ، حيث أن الطاقة في أي صورة من الصور توجد في كل فروع الفيزياء ، فإن قانون البقاء هذا يعتبر واحدًا من أهم مبادئ التوحيد في الفيزياء كلها .

ولكي تتحقق الاستفادة العملية من مفهوم بقاء الطاقة يجب علينا (1) فصل القوى المحافظة عن القوى غير المحافظة ، (2) تعريف النظام المطلوب حساب طاقته تعريفًا دقيقًا . وعلينا أن نتذكر في هذا الصدد أن القوة المحافظة الوحيدة التي تعاملنا معها حتى الآن هي قوة الجاذبية . ولكننا سوف نقابل لاحقًا قوى محافظة أخرى نذكر منها القوى المرنة والقوى الكهربائية بين الشحنات . أما جميع القوى كالشد والدفع واللزوجة فهي قوى غير محافظة . وبدلالة القوى غير المحافظة يمكن كتابة قانون بقاء الطاقة كصورة موسعة لنظرية الشغل والطاقة السابق مناقشتها :

الشغل المبذول بواسطة القوى غير المحافظة الخارجية بالنسبة لنظام ما تساوي مجموع التغير في طاقة الحركة والتغير في طاقة الوضع والتغير في الطاقة الحرارية .

$$W_{ext} = \Delta KE + \Delta PE + \Delta TE \qquad (5\text{–}9)$$

مع ملاحظة أن ΔTE ناتجة عن الشغل المبذول بواسطة قوى الاحتكاك داخل النظام ، بما في ذلك لزوجة الموائع ومقاومة الهواء .

هذه الصورة لنظرية الشغل والطاقة تأخذ في الاعتبار كل تحولات الطاقة داخل وخارج النظام . فإذا بذل الشغل على النظام سوف يستهلك جزء منه في تغيير حركة النظام ويستغل الجزء الآخر في تغيير مواضع أجزاء النظام . ويدخل الجزء الأخير في الحركة الجزيئية الداخلية (الحرارية) .


قوى الاحتكاك المؤثرة بواسطة مادة الهدف تسبب إيقاف الأسهم ، محولة طاقة حركتها إلى طاقة حرارية .

عندما لا تؤثر على النظام أى قوة غير محافظة سوف تأخذ المعادلة (9-5) الصورة :

$$\Delta KE + \Delta PE + \Delta TE = 0 \qquad (\text{أ}5\text{-}9)$$

وتنص هذه المعادلة على أن الزيادة فى الطاقة الحرارية للنظام تأتى على حساب النقص فى الطاقة الميكانيكية . وعندما يكون الاحتكاك مهملاً فإن $\Delta TE = 0$ ، وتكون الطاقة الميكانيكية محفوظة :

$$\Delta KE + \Delta PE = 0 \qquad (\text{ب}5\text{-}9)$$

المعادلة (9-5) إذن هى صيغة عامة جدًا تتضمن كل الحالات الخاصة . ومن الأهمية بمكان أن ندرك أن تأثير كل القوى المحافظة المؤثرة على النظام يؤخذ فى الاعتبار من خلال حد طاقة الوضع فى المعادلة (9-5) .

مثال 5-5

عندما كانت سيارة كتلتها 900 kg متحركة فى طريق أفقى بسرعة قدرها 20 m/s ضغط السائق على الفرامل فتزحلقت السيارة مسافة قدرها 30 m قبل أن تتوقف تمامًا . استخدم مفهومى الشغل والطاقة لإيجاد قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والطريق .

استدلال منطقى :

سؤال : يجب أن تنطبق نظرية الشغل والطاقة الموسعة على جميع الحالات . ما هو النظام الذى يهمنا هنا ؟

الإجابة : إذا اعتبرنا أن نظامنا مكون من السيارة والطريق يمكننا القول أن : $W_{ext} = 0$.

سؤال : كيف تدخل قوة الاحتكاك فى نظرية الشغل والطاقة ؟

الإجابة : الشغل السالب المبذول بواسطة الاحتكاك يساوى الزيادة فى الطاقة الحرارية للطريق زائدًا الإطارات .

$$-W_{fr} = \Delta TE$$

سؤال : ما هى التغيرات التى حدثت فى صور الطاقة الأخرى ؟

الإجابة : GPE لم تتغير لأن السيارة تتحرك أفقيًا ، أما KE فتقل من قيمتها الابتدائية إلى الصفر .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من نظرية الشغل والطاقة فى هذه الحالة ؟

الإجابة : $\Delta KE + \Delta TE = 0$ التى تصبح على الصورة :

$$(0 - \frac{1}{2}mv_0^2) + fs = 0$$

حيث $s = 30$ m . لاحظ أن $fs = -W_{fr}$.

الحل والمناقشة : بحل المعادلة السابقة بالنسبة إلى f :

$$f = \frac{mv_0^2}{2s} = \frac{(900\ \text{kg})(20\ \text{m/s})^2}{2(30\ \text{m})} = 6000\ \text{N}$$

تمرين : ما مقدار الطاقة الحرارية المتولدة فى الإطارات نتيجة الاحتكاك ؟

الإجابة : 180 kJ .

تمرين : ما قيمة معامل الاحتكاك الحركى بين الإطارات والطريق ؟

الإجابة : 0.68 .

مثال 5-6

سقطت كرة كتلتها 3.0 kg على الأرض من ارتفاع قدره 4.0 m . استخدم مفاهيم الطاقة لتعيين سرعة الكرة قبل اصطدامها بالأرض مباشرة . إهمل مقاومة الـهواء .

1

استدلال منطقى :

سؤال : ما هو النظام الذى يهمنا فى هذه المسالة ؟

الإجابة : الكرة فقط لأنها لا تتفاعل مع الـهواء أو الأرض .

سؤال : هل توجد حدود مساوية للصفر فى نظرية الشغل والطاقة ؟

الإجابة : نعم ؛ $\Delta TE = 0$ عندما يمكن إهمال مقاومـة الـهواء . وأيضـًا $W_{ext} = 0$ لأنـه لا يوجد أى قوى غير محافظة مؤثرة على النظام (الكرة) .

سؤال : ولكـن ، أليست الجاذبية قـوة خارجية بالنسبة للكرة . كيف يمكن أخذها فـى الاعتبار ؟

الإجابة : الجاذبية قوة محافظة ، وهى بالفعل مأخوذة فى الاعتبار من خلال حد طاقة الوضع PE فى نظرية الشغل والطاقة .

سؤال : ما هى المعادلة المحددة التى تعطيها نظرية الشغل والطاقة فى هذه الحالة ؟

الإجابة : هذا مثال آخر لبقاء الطاقة الميكانيكية

$$\Delta KE + \Delta GPE = 0$$

الحل والمناقشة : إذا أخذنا سطح الأرض كمستوى إسناد لطاقة الجهد التثاقلى GPE ، عندئذ يكون :

$$\Delta KE = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \quad \text{و} \quad \Delta GPE = 0 - mg(4.0\ \text{m})$$

هذا يعطى :

$$\frac{1}{2}mv^2 - mg(4.0\ \text{m}) = 0$$

لاحظ أن كتلة الكرة قد اختصرت فى الحدين . بالحل بالنسبة إلى v :

$$v_f = (2gh_0)^{1/2} = [2(9.8\ \text{m/s}^2)(4.0\ \text{m})]^{1/2} = 8.9\ \text{m/s}$$

أكوام الرمل الممتصة للطاقة فى الطرق الجبلية المنحدرة وخلفها شاحنة طوارئ .

مثال 5-7

سقط صندوق شحن كتلته 50 kg من سطح مبنى ارتفاعه عن الشارع 40 m ، وكانت سرعته لحظة ارتطامه بأرض الشارع 20 m/s . باستخدام مفاهيم الطاقة ، أوجد متوسط قوة مقاومة الهواء أثناء سقوط الصندوق .

استدلال منطقى :

سؤال : هل يجب إدخال الهواء كجزء من النظام ؟

الإجابة : يمكن معالجة المسالة بإحدى طريقتين . إذا كان الهواء جزءًا من النظام سوف يظهر الشغل المبذول بواسطة مقاومة الهواء فى صورة حد موجب ΔTE فى نظرية الشغل والطاقة . وإذا كان صندوق الشحن وحده هو النظام فإن قوة مقاومة الهواء سوف تبذل شغلاً **خارجيًا** W_{ext} بالنسبة للنظام ، وهذه كمية سالبة من الشغل تظهر فى الطرف الأيسر لمعادلة الشغل والطاقة . والواقع أن كلتى الحالتين تمثلان نفس الشيء من الناحية الرياضية . المهم هو تعريف النظام بعناية ثم الالتزام به .

سؤال : سوف نعتبر أن الهواء جزء من النظام . ما قيمة التغير فى كل من حدود الطاقة فى معادلة الشغل والطاقة ؟

الإجابة : قوة مقاومة الهواء تبذل شغلاً خلال مسافة السقوط h ، وعليه :

$$\Delta TE = -W_{fr} = f_{air}(40\text{ m})$$

طاقة الحركة KE تزداد من 0 إلى $\frac{1}{2}m\,(20\text{ m/s})^2$ ، كما أن GPE تتغير بمقدار $mg(-40\text{m})$.

سؤال : هل توجد أى قوى غير محافظة أخرى مؤثرة على النظام ؟

الإجابة : لا . لا يوجد أى مصدر آخر للاحتكاك ، كما لا توجد حبال خارجية أو قوى أخرى مؤثرة على صندوق الشحن .

سؤال : ما هى المعادلة الناتجة من تطبيق نظرية الشغل والطاقة ؟

الإجابة : $0 = \frac{1}{2}\text{m}(20\text{ m/s})^2 - \text{mg}(40\text{ m}) + f_{air}(40\text{ m})$

تأكد من فهمك لإشارات كل هذه الحدود .

الحل والمناقشة : بحل المعادلة بالنسبة إلى f_{air} نحصل على :

$$f_{air} = mg - \frac{mv^2}{2h}$$

$$= (50\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) - \frac{(50\text{ kg})(20\text{ m/s})^2}{2(40\text{ m})}$$

$$= 240\text{ N}$$

تمرين : احسب التغيرات فى كل من الحدود فى نظرية الشغل والطاقة فى المسألة السابقة .

الإجابة : $\Delta KE = +10{,}000\text{ J}$, $\Delta TE = +9600\text{ J}$ ، $\Delta GPE = -19{,}600\text{ J}$.

مثال 5-8

تبدأ عربة من عربات الأفعوانية* حركتها من السكون عند النقطة A بالشكل 15-5 وتهبط تلقائيًا على القضبان . إذا كانت قوة الاحتكاك المعوقة N 20 فما سرعة العربة (أ) عند النقطة B ؟ (ب) عند النقطة C ؟

شكل 15-5 : تتحول طاقة الجهد التثاقلي للعربة عند A إلى طاقة حركة وطاقة حرارية متولدة نتيجة للاحتكاك عند وصول العربة إلى النقطة B ثم C .

استدلال منطقي (أ) :

سؤال : ما هي التغيرات التي تحدث في KE و GPE للعربة عندما تنتقل من A إلى B ؟

الإجابة : GPE تتغير بمقدار $mg\Delta h$ ، حيث $\Delta h = -10$ m . كذلك تتغير KE من 0 إلى $\frac{1}{2}mv_B^2$ ، حيث v_B هو المجهول المطلوب إيجاده .

سؤال : هل يجب إدخال القضبان كجزء من النظام ؟

الإجابة : لنا الحرية في أن نختار النظام كما نريد . كما فعلنا في المثال السابق ، طالما تؤخذ قوة الاحتكاك في الاعتبار بطريقة صحيحة .

سؤال : في هذه المرة نعتبر أن العربة وحدها هي النظام . أي حد في نظرية الشغل والطاقة يتضمن الاحتكاك ؟

الإجابة : إذا عاملنا الاحتكاك كقوة خارجية فإن $W_{ext} = -fs$ ، حيث $s = 40$ m وهي المسافة من A إلى B على القضبان .

سؤال : ما المعادلة التي نحصل عليها من نظرية الشغل والطاقة ؟

الإجابة :
$$-fs = (\frac{1}{2}mv_B^2 - 0) + mg\,\Delta h$$

الحل والمناقشة : بحل المعادلة السابقة بالنسبة إلى v_B والتعويض بالقيم العددية :

$$v_B = [2(9.8\ m/s^2)(10\ m) - 2(20\ N)(40\ m)/(300\ kg)]^{1/2}$$

استدلال منطقي (ب) :

سؤال : هل يجب أن نبدأ من A مرة ثانية حتى يمكن إيجاد v_C ؟

* الأفعوانية (Roller coaster) سكة حديد مرتفعة (في مدينة الملاهي) تتلوى وتنخفض وتجري فوق قضبانها عربات صغيرة (المترجم) .

الإجابة : يمكن أن نبدأ من A أو B مع استخدام الشروط عند أي منـهما كشروط ابتدائيـة فإذا اخترنا A كنقطة بداية فلن نحتاج إلى معرفة ما حـدث عنـد B حتـى يمكـن الحـل بالنسبة للنقطة C .

سؤال : ما مقدار التغير في GPE بين A و B ؟ وبين B و C ؟

الإجابة : $\Delta GPE = mg\,\Delta h$. حيث $\Delta h = -2m$ من A إلى C ؛ وبالمثل $\Delta h = +8$ m من B إلى C .

سؤال : ما مقدار الشغل المبذول بالاحتكاك بين A و B ؟ وبين B و C ؟

الإجابة : مرة ثانية W_{ext} يعتمد على طول المسار . وعليه فإن :

$W_{ext} = -(20\ \text{N})(60\ \text{m}) = -1200\ \text{J}$ من A إلى C ،

وبالمثل : $W_{ext} = -(20\ \text{N})(20\ \text{m}) = -400\ \text{J}$ من B إلى C .

سؤال : ما مقدار التغير في KE من A إلى C ومن B إلى C ؟

الإجابة : وجدنا أن العربة تتحرك بسرعة مقدارها 13.8 m/s عند النقطة B ، وهذه القيمة تمثل مقدار السرعة الابتدائية للقطعة $B-C$.

$$\Delta KE_{A\text{-}C} = \frac{1}{2}mv_C^2 - 0 \quad \text{و} \quad \Delta KE_{B\text{-}C} = \frac{1}{2}m[v_C^2 - (13.8\ \text{m/s})^2]$$

الحل والمناقشة : بتطبيق نظرية الشغل والطاقة نحصل على المعادلتين :

$$A\text{-}C: \quad -1200\ \text{J} = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(-2\ \text{m})$$

$$B\text{-}C: \quad -400\ \text{J} = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}m(13.8\ \text{m/s})^2 + mg(8\ \text{m})$$

يجب أن تكون قادرًا على إثبات أن $v_C = 5.6$ m/s في كلتا الحالتين .

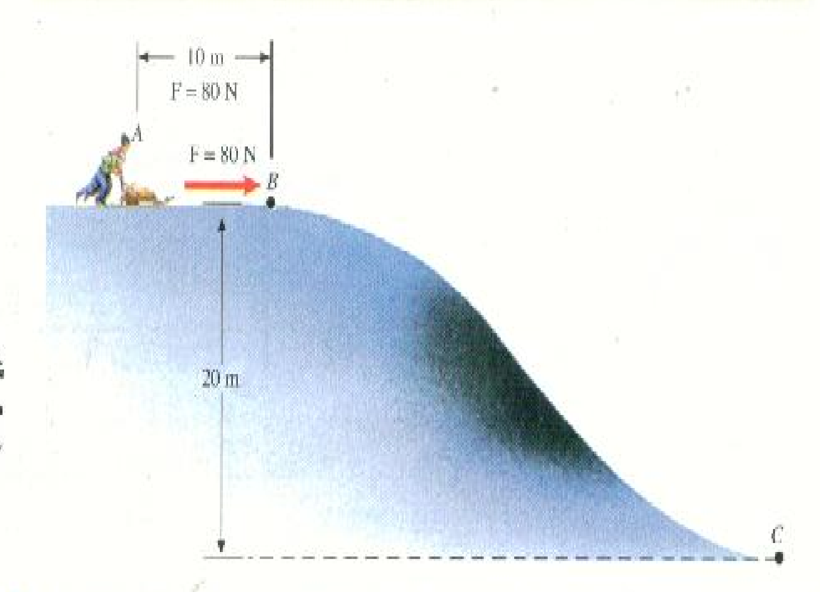
تأكد أنك تلاحظ أن ΔGPE يعتمد فقط على الفرق بين الوضعين الرأسين للنقطتين A و B ، بينما W_{ext} (إذا أخذت القضبان كجزء من النظام) يعتمد على **المسافة الفعلية على طول المسار** من A إلى B . خلاصة القول أن تغيرات الطاقة نتيجة للقوى المحافظة تعتمد فقط على الموضعين الابتدائي والنهائي ، ولكـن تغيرات الطاقـة نتيجـة للقوى غير المحافظة تعتمد على مسار الحركة الفعلي .

تمرين : ما مقدار سرعة حركة العربة عند النقطة C إذا كـان مقـدار سـرعتها 5.0 m/s عند A بفرض إهمال قوى الاحتكاك ؟ **الإجابة** : 14.9 m/s .

مثال 5-9

ابتدأ طفلان في دفع مزلجة كتلتها 50 kg من السكون كمـا هـو مبيـن بـالشكل 16-5 ، وكانت القوة التي يؤثران بها N 80 أثناء دفعهما للمزلجة مسافة قدرها 10 m على القمة المستوية لتل مغطى بالثلج الأملس اللااحتكاكي . وعندما وصلت المزلجة إلى الحافة تركها الطفلان لتبدأ الـهبوط وحدها على المنحدر . وفـي طريقـها إلى أسـفل التـل مـرت

المزلجة على بعض الحصى الذى يغطى الثلج ، وعندما وصلت المزلجة إلى قاع المنحدر الذى ينخفض عن القمة مسافة رأسية قدرها 20 m كان مقدار سرعتها 14 m/s . ما مقدار الطاقة المتولدة نتيجة للاحتكاك مع الحصى ؟



شكل 16-5 :
ما مقدار الشغل المبذول بواسطة الاحتكاك على المزلجة بسبب الحصى ؟

1

استدلال منطقى :

سؤال : أعتقد أن الشغل المبذول بواسطة الاحتكاك يعتمد على مسار الحركة ، ولكن المسار غير معلوم هنا . كيف يمكن الحل بدون ذلك ؟

الإجابة : هذه العبارة صحيحة فى حالة استخدامنا لتعريف الشغل . لكننا نعلم مع ذلك أن الطاقة الكلية محفوظة . فإذا أخذت الأرض كجزء من النظام فإن الشغل المبذول بواسطة الاحتكاك سوف يظهر فى صورة TE ، وهو المطلوب إيجاده .

سؤال : هل يجب إيجاد مقدار سرعة المزلجة عند B أم يمكن استخدام النقطتين A و C باعتبارهما نقطتى البداية والنهاية ؟

الإجابة : يمكن إيجاد مقدار السرعة عند B ، ولكن قانون بقاء الطاقة صحيح دائمًا بين أى نقطتين ، وبذلك تكون النقطتان A و C الطريق المباشر إلى الإجابة .

سؤال : ما مقدار التغير فى KE بين A و C ؟

الإجابة : $\text{KE} = 0$ عند A ؛ $\text{KE} = \frac{1}{2} m(14\ \text{m/s})^2$ عند C .

سؤال : ما قيمة التغير فى PE بين A و C ؟

الإجابة : $\Delta\text{PE} = mg(-20\text{m})$.

سؤال : ما قيمة ΔTE ؟

الإجابة : ΔTE هى المجهول المطلوب تعيينه .

سؤال : هل تبذل أى قوى غير محافظة شغلاً على النظام ؟

الإجابة : نعم . الشغل المبذول بواسطة الطفلين بين A و B ، فهما يمثلان عاملاً خارجيًا بالنسبة للنظام المكون من المزلجة والتل ، ويؤثران بقوة غير محافظة تبذل كمية من الشغل قدرها $W_{ext} = (80\ \text{n})(10\ \text{m}) = +800\ \text{J}$.

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها عند تطبيق نظرية الشغل والطاقة بين A و C ؟

الإجابة : $+800\ \text{J} = \frac{1}{2}m(14\ \text{m/s})^2 + mg(-20\ \text{m}) + \Delta\text{TE}$

الحل والمناقشة : بحل المعادلة السابقة بالنسبة إلى ΔTE نحصل على :

$$\Delta\text{TE} = 800\ \text{J} - \frac{1}{2}(50\ \text{kg})(14\ \text{m/s})^2 + (50\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(20\ \text{m})$$

$$= 5700\ \text{J}$$

بالنظر إلى كل حد على حدة سنجد أن الطفلين يعطيان المزلجة 800 J من طاقة الحركة ويضاف إلى ذلك 9800 J نتيجة لتأثير الجاذبية أثناء الهبوط ، ويستهلك الاحتكاك 5700 J فيتبقى بعد ذلك 4900 J فى صورة KE عند القاع . هذا يعنى أن مقدار سرعة الجسم ، وكتلته 50 kg ، عند القاع تساوى 14 m/s لاحظ مرة ثانية أن الطاقة محفوظة .



شكل 17-5 :
استهلكت طاقة الجهد التثاقلى للكرة عند A فى بذل شغل احتكاكى على الرمل خلال الزمن الذى استغرقته الكرة للوصول إلى السكون عند النقطة C .

مثال 10-5

سقطت كرة كتلتها 2.000 kg من ارتفاع قدره 10.00 m فى صندوق مليء بالرمل كما هو مبين بالشكل 17-5 فوصلت إلى السكون على بعد قدره 3.00 m تحت سطح الرمل . ما القيمة المتوسطة للقوة التى يؤثر بها الرمل على الكرة ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما هو المبدأ الذى يتضمن القوة المتوسطة التى يؤثر بها الرمل على الكرة ؟

الإجابة : إذا اعتبرنا أن نظامنا يتكون من الكرة والرمل ، فإن نظرية الشغل والطاقة تحتوى على الحد الآتى :

$$\Delta\text{TE} = f_{\text{sand}}\,(0.030\ \text{m})$$

سؤال : فى أى مستوى يمكن اعتبار PE صفرًا ، عند A أم B أو C ؟

الإجابة : يمكن اختيار مستوى أى نقطة منها ، ولكن حيث أن معرفة مقدار السرعة عند B غير ضرورى ، فإن مستوى B سيكون اختيارًا ملائمًا .

سؤال : إذا أخذنا A كنقطة إسناد ، فماذا ستكون قيمة كل من ΔKE و ΔGPE بين النقطتين A و C ؟

الإجابة : الكرة تكون ساكنة عند كلتا النقطتين ، وعليه فإن $\Delta\text{KE} = 0$. وحيث أن نظرية الشغل والطاقة تظل صحيحة بين أى نقطتين فى المسار فإن

$$\Delta\,\text{GPE} = mg(h_C - h_A) = mg(-10.03\ \text{m})$$

سؤال : ما قيمة W_{ext} ؟

الإجابة : $W_{\text{ext}} = 0$ لأننا اعتبرنا أن الرمل جزء من نظامنا .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من نظرية الشغل والطاقة ؟

الإجابة : $\Delta GPE + \Delta TE = 0$ حيث $\Delta TE = -W_{fr}$.

الحل والمناقشة : في هذه الحالة تتحول GPE الابتدائية كلها إلى طاقة حرارية للكرة والرمل لأن $\Delta KE = 0$.

$$\Delta TE = -\Delta GPE = (2.000\ kg)(9.800\ m/s^2)(10.03\ m) = 196.6\ J$$

إذن :

$$f_{sand} = \frac{196.6\ J}{0.030\ m} = 6550\ N$$

مثال 5-11

البندول عبارة عن كرة معلقة في طرف خيط كما هو مبين بالشكل 18-5أ . إذا بدأت الكرة حركتها من السكون عند النقطة A ، فما مقدار سرعة الكرة (أ) عند B ؟ (ب) عند C ؟ إهمل الاحتكاك الهوائي وأي احتكاك عند نقطة تعليق البندول .

استدلال منطقي :

سؤال : هل تتولد أي طاقة حرارية ؟

الإجابة : لا ، لأن الاحتكاك عند نقطة التعليق وكذلك الاحتكاك الهوائي يمكن إهمالهما . ومن ثم لن نتعامل مع الطاقة الحرارية في هذه المسألة .

سؤال : هل يبذل أي شغل خارجي على الكرة ؟

الإجابة : لا ، فالقوة الوحيدة المؤثرة على الكرة خلاف قوة الجاذبية هي الشد في الخيط . ومن الواضح أن هذا الشد عمودي دائمًا على اتجاه حركة الكرة ، ولذلك فإنها لا تبذل شغلاً .

سؤال : ما شكل نظرية الشغل والطاقة هنا ؟

الإجابة : $\Delta KE + \Delta PE = 0$.

سؤال : ما مقدار ΔPE بين A و B ؟ وبين A و C ؟

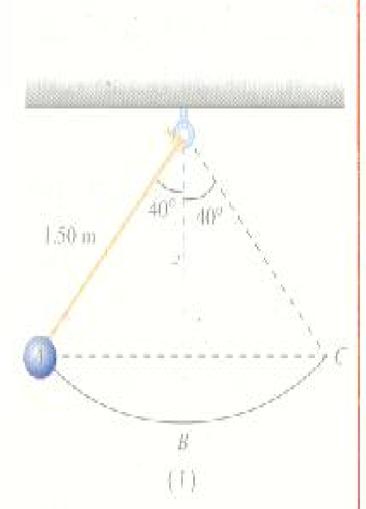
الإجابة : النقطتان A و C تقعان على نفس المستوى ، ومن ثم $\Delta PE_{A-C} = 0$. وكما هو واضح من الشكل 19-5ب ، تقع النقطة B على بعد قدره $(1.50\ m)\ \cos 40° = 1.15\ m$ تحت نقطة التعليق مباشرة . إذن ، النقطة B تقع أسفل النقطة A بمسافة قدرها $1.5\ m - 1.15\ m = 0.35\ m$ ، وعليه : $\Delta PE_{A-B} = mg(-0.35\ m)$.

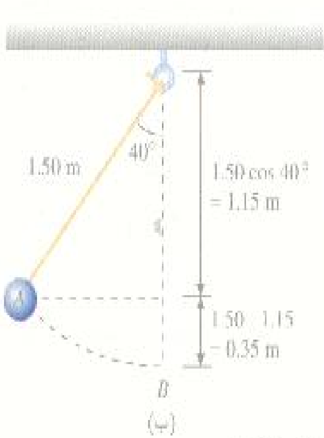
سؤال : ما هما المعادلتان اللتان نحصل عليهما من نظرية الشغل والطاقة ويمكن استخدامهما لتعيين v_B و v_C ؟

الإجابة : حيث أن $\Delta PE_{A-C} = 0$ ، إذن لن يحدث تغير في KE ، وعليه فإن $0 = v_C$.

إذن ، بالنسبة إلى المسار $A-B$:

$$(\frac{1}{2}mv_B^2 - 0) + mg(-0.35m) = 0$$





شكل 18-5 :
عندما يتأرجح البندول ذهابًا وإيابًا تتحول طاقة الحركة إلى طاقة وضع وبالعكس .

الحل والمناقشة : من المعادلة السابقة نجد أن :

$$v_B = [2(9.8\ m/s^2)(0.35\ m)]^{1/2} = 2.62\ m/s$$

هذا مثال للتذبذب الدائم ، أو تحول طاقة الحركة إلى طاقة وضع وبالعكس عند غياب الاحتكاك أو أى قوى خارجية . كذلك يوضح هذا المثال بصورة مباشرة معنى القوة المحافظة فى مقابل القوة المولدة للحرارة (غير المحافظة) والتى تسبب تضاؤل الحركة مع الزمن .

مثال 5-12

الاحتكاك الاستاتيكى بين إطارات السيارة والطريق هو الذى يمكن السيارة من التسارع عندما يسلط المحرك عزم ازدواج على عجلتها . لنفرض أن السيارة الموضحة بالشكل 5-19 ، وكتلتها 2000 kg يمكنها التسارع من الصفر إلى 15.0 m/s على طريق مستو . فإذا كان متوسط القوة المعوقة للحركة نتيجة للاحتكاك بالهواء والاحتكاك فى كراسى التحميل خلال هذه الفترة الزمنية 500 N ، (أ) ما متوسط القوة التى يجب أن يؤثر بها الطريق على السيارة حتى تكتسب هذا التسارع ؟ (ب) ما القدرة المتوسطة التى تنتجها هذه القوة إذا كانت عجلة السيارة ثابتة ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما مكونات النظام الذى يهمنا فى هذه الحالة ؟

الإجابة : السيارة والهواء . وعليه فإن القوى المولدة للحرارة ، ومجموعها 500 N ، هى قوى داخلية ، وهى المسئولة عن ΔTE .

سؤال : ماذا عن الاحتكاك الاستاتيكى بين الإطارات والطريق ؟

الإجابة : الاحتكاك الاستاتيكى لا يولد حرارة ، ذلك أن قطعة الإطار الملامسة للطريق لا تنزلق على سطح الطريق ، وبدوران الإطار سوف تحل محلها قطعة جديدة أثناء حركة السيارة . وإذا عاملنا الطريق باعتباره خارج النظام يمكن تعيين الشغل المبذول بواسطة قوة الاحتكاك الاستاتيكى عند نقطة التلامس . وسوف يظهر هذا الشغل فى صورة W_{ext} فى نظرية الشغل والطاقة .

سؤال : ما التغيرات التى تحدث فى صور الطاقة الأخرى ؟

الإجابة : GPE لا تتغير لأن الطريق مستوى .

$$\Delta KE = \frac{1}{2}(2000\ kg)(15.0\ m/s)^2 - 0 \quad \text{و} \quad \Delta TE = (500\ N)(80\ m)$$

سؤال : ماذا تعطينا نظرية الشغل والطاقة ؟

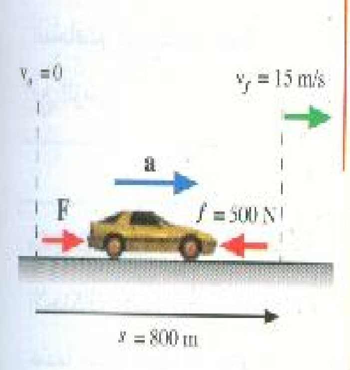
الإجابة : $W_{ext} = F(80\ m) = \Delta KE + \Delta TE$

سؤال : بالنسبة للجزء (أ) : ما علاقة القدرة المتولدة بالقوة المولدة لها ؟

الإجابة : القدرة هي الطاقة لوحدة الزمن ، أو معدل توليد الطاقة . والقدرة المتولدة في هذه الحالة تساوي الشغل المبذول بواسطة القوة F مقسومة على الزمن اللازم لقطع المسافة 80 m .

سؤال : بماذا يتعين هذا الزمن ؟

الإجابة : يفترض أن العجلة ثابتة ، وعليه يمكن تطبيق معادلات الحركة ذات العجلة المنتظمة هذه المعادلات على وجه التحديد $s = \bar{v}t$ حيث $s = 80$ m وأيضًا $\bar{v} = \frac{v}{2} = 7.5$ m/s



شكل 5-19 :
ما مقدار القوة المسئولة عن العجلة ؟

الحل والمناقشة الجزء (أ) :

من معادلة الشغل والطاقة :

$$W_{ext} = 225{,}000 \text{ J} + 40{,}000 \text{ J} = 265{,}000 \text{ J}$$

الحد الأول يمثل الزيادة في KE ، بينما يمثل الحد الثاني الطاقة الحرارية المتولدة بواسطة الاحتكاك الهوائي والاحتكاك داخل السيارة . ويمكن إيجاد القوة F المؤثرة عند مساحات التلامس بين الطريق والإطارات من العلاقة :

$$W_{ext} = F(80 \text{ m}) = 265{,}000 \text{ J}$$

إذن :

$$F = 3310 \text{ N}$$

الحل والمناقشة الجزء (ب) :

الزمن اللازم لقطع المسافة 80 m هو :

$$t = \frac{s}{v/2} = \frac{80 \text{ m}}{7.5 \text{ m/s}} = 10.7 \text{ s}$$

القدرة المتوسطة المتولدة بواسطة القوة F هو :

$$\bar{P} = \frac{W_{ext}}{t} = \frac{265{,}000 \text{ J}}{10.7 \text{ s}} = 24{,}800 \text{ W} = 33.2 \text{ hp}$$

تذكر أن هذه القدرة **المتوسطة** . وحيث أن $P = Fv$ فإن القدرة المستهلكة تزيد بزيادة السرعة .

من المعلوم أن حوالي 25 في المائة من قدرة محرك السيارة يتحول إلى طاقة حركة ، ومن ثم فإن المحرك يجب أن يكون قادرًا على توليد 115 hp = (28.8 hp)4 على الأقل لتحقيق الحركة السابق وصفها .

5-10 الآلات البسيطة

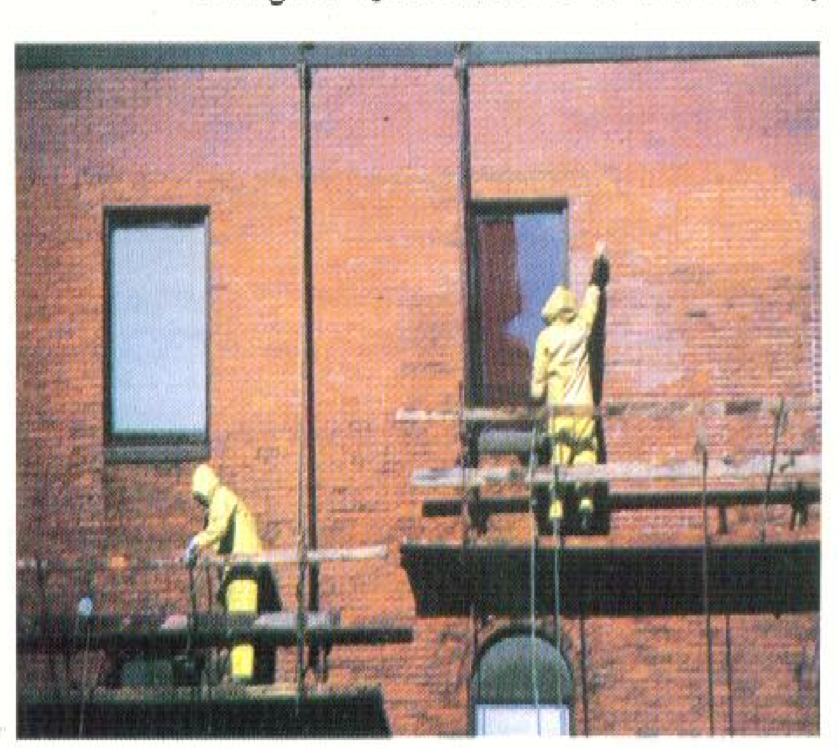
الآلات هي أجهزة تستخدم لمساعدتنا في بذل الشغل . **والآلة البسيطة** هي جهاز ميكانيكي يمكنه أن يؤثر على جسم بقوة معينة في نقطة معينة عندما تؤثر على الجهاز قوة

خارجية فى نقطة أخرى . وتمثل الروافع والبكرات والعجلة ذات المحور (الدنجل) والمرفاع بعض أمثلة الآلات البسيطة .

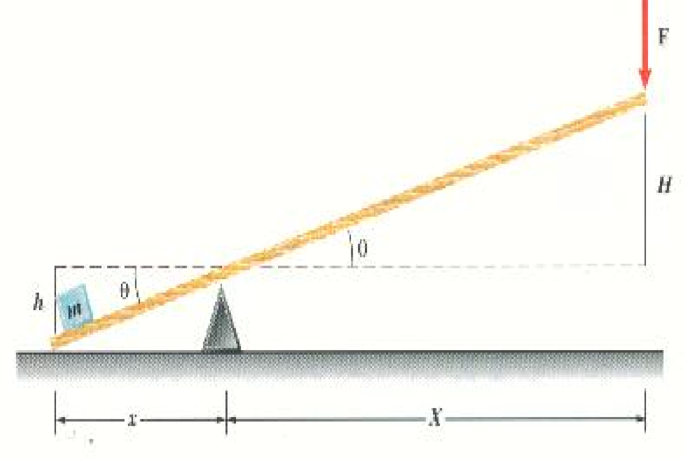
الآلات البسيطة لا تخلق الطاقة . فطبقًا لقانون بقاء الطاقة لا تستطيع الآلة أن تعطى خرج شغل أكبر من كمية الشغل التى تزود به . ونظرًا لأن الآلات لا تخلو دائمًا من بعض الاحتكاك فإن خرج الشغل يكون فى الحقيقة أقل من دخل الشغل بكمية تساوى الطاقة الحرارية المتولدة . وتعتبر **كفاءة الآلة** مقياسًا لدرجة تحويل دخل الشغل إلى خرج الشغل .

$$\text{الكفاءة \%} = \frac{\text{خرج الشغل}}{\text{دخل الشغل}} \times 100 \qquad (5\text{-}10)$$

ويقال أن الآلة **مثالية** إذا كانت تعمل بكفاءة قدرها 100 فى المائة .



يستخدم عمال نظافة الشبابيك أنظمة البكرات لرفع وخفض السقالات .



شكل 20-5 :
رافعة بسيطة .

وبالرغم من أن الآلة لا تستطيع أن تخلق الطاقة فإنها تستطيع تكبير دخل القوة ، وهذه فى الواقع هى فائدتها الأساسية . لنتأمل الرافعة البسيطة المبينة بالشكل 20-5 ؛

ولنفرض أن الاحتكاك فى محور ، أو **المرتكز** ، مهمل بحيث تكون الآلة مثالية . عند تسليط القوة F على بعد H يكون دخل الشغل :

$$FH = \text{دخل الشغل}$$

نتيجة لذلك سوف يرتفع الثقل mg ، ويسمى الحمل ، مسافة قدرها h ، ومن ثم يكون خرج الشغل :

$$mgh = \text{خرج الشغل}$$

وحيث أننا افترضنا أن **الآلة مثالية** ، إذن

$$\text{خرج الشغل} = \text{دخل الشغل}$$

أو :

$$FH = mgh$$

يلاحظ من الشكل 20-5 أن المثلثين المظللين على **الجانبين الأيمن والأيسر لنقطة الارتكاز** متشابهان ، وعليه فإن $h/H = x/X$. إذن :

$$F = mg\frac{h}{H} = mg\frac{x}{X}$$

ومن هذه المعادلة نرى أن القوة اللازمة لرفع الحمل F أقل من mg بنسبة قدرها x/X . فمثلاً ، إذا كانت $x = \frac{1}{2}X$ فإن F ستكون $\frac{1}{2}mg$ فقط . هذا يعنى أن الرافعة قد ضاعفت دخل القوة بمعامل قدره 2 .

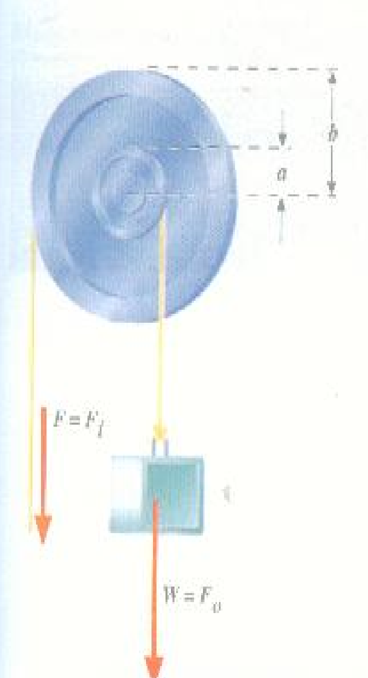
الآلات البسيطة يمكنها مضاعفة القوة المسلطة عليها

تسمى قدرة الآلة البسيطة على مضاعفة القوى **بالفائدة الميكانيكية** . فإذا كانت F_0 هى خرج القوة للآلة وكانت F_i القوة المؤثرة عليها (**أى دخل القوة**) ، **يمكن كتابة** تعريف الفائدة الميكانيكية الفعلية AMA على الصورة :

$$(\text{AMA}) = \frac{F_0}{F_i} \qquad (5\text{-}11)$$

وعلى سبيل المثال : يحتاج مرفاع السيارة إلى دخل قوة قدره 100 N لرفع حمل قدره 5000 N ، ومن ثم فإن AMA للمرفاع :

$$\text{AMA} = \frac{F_0}{F_i} = \frac{5000\ \text{N}}{100\ \text{N}} = 50$$



شكل 21-5 : **IMA للعجلة ومحور العجلة (الدنجل) يساوى نسبة نصف قطر العجلة إلى نصف قطر محور العجلة .**

يتلخص الثمن الذى ندفعه لمضاعفة قوة باستخدام آلة بسيطة فى أن المسافة التى يتحركها الحمل أقصر من المسافة التى تؤثر القوة المسلطة خلالها . فلكى يتحرك حمل مسافة قدرها y فى حالة الرافعة السابق وصفها يجب أن تؤثر قوة قدرها $\frac{1}{2}mg$ خلال

مسافة قدرها $2y$. هذا الفرق فى المسافة هو مجرد نتيجة لبقاء الطاقة . إذن ، فى حالة الآلة المثالية :

$$F_i s_i = F_0 s_0 \qquad \text{(للآلة المثالية فقط)}$$

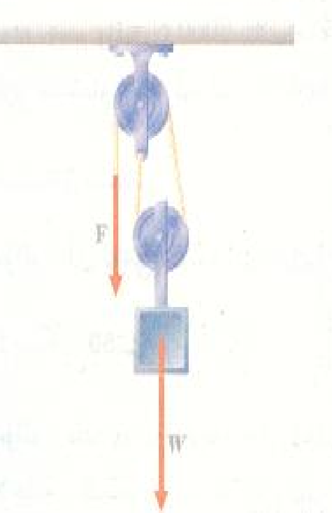
حيث s_i المسافة التى تؤثر خلالها القوة المسلطة ، s_0 المسافة التى يتحركها الحمل .

يمكن التعبير عن الكفاءة الميكانيكية لآلة مثالية بالنسبة بين خرج الإزاحة ودخل الإزاحة .

$$\text{الفائدة الميكانيكية المثالية} \quad (\text{IMA}) = \frac{s_i}{s_0} \qquad (5\text{-}12)$$

وباستخدام تعريفى AMA و IMA يمكن كتابة كفاءة الآلة على الصورة :

$$\text{الكفاءة} \ \% = \frac{\text{AMA}}{\text{IMA}} \times 100 \qquad (5\text{-}13)$$



شكل 22-5 :
IMA لهذه البكارة يساوى 2 .

سنقوم الآن بتوضيح فائدة هذه المعادلات بالرجوع إلى الآلة البسيطة الموضحة بالشكل 21-5 . هذه الآلة تسمى العجلة (الدنجل) ومحور العجلة وهى تستخدم لرفع حمل ثقيل W باستعمال دخل قوة صغير . ويمكن حساب IMA للآلة بملاحظة أنه عندما تدور العجلة ومحور العجلة دورة كاملة سوف يلتف من أحد الحبلين وينفك من الآخر طول يساوى محيط الدائرة المناظرة ، ومن ثم فإن $s_i = 2\pi b$ ، $s_0 = 2\pi a$. إذن :

$$\text{IMA} = \frac{s_i}{s_0} = \frac{2\pi b}{2\pi a} = \frac{b}{a}$$

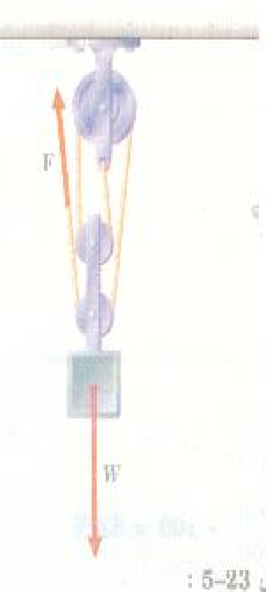
وإذا كانت كفاءة الآلة 100 فى المائة فإن القوة F يمكنها أن ترفع حملاً وزنه :

$$W = \frac{b}{a} F$$

وبجعل نصف قطر العجلة أكبر كثيرًا من نصف قطر محور العجلة فإننا نحصل على جهاز ذى كفاءة رفع عالية جدًا .

تعتبر البكارات أيضًا آلات بسيطة هامة . والبكارة الموضحة بالشكل 22-5 تستطيع رفع جسم وزنه M عندما يشد الحبل المار على البكرة العلوية بقوة F . هذه البكرة مثبتة فى السقف ، بينما تتحرك البكرة السفلى إلى أسفل عند شد الحبل بالقوة F . لاحظ أن البكرة السفلى سوف تتحرك مسافة قدرها $0.5\, s_i$ عندما يشد الحبل مسافة قدرها s_i على البكرة العليا . (يقصر كل من الحبلين اللذين يحملان البكرة السفلى بمقدار $0.5 \ s_i$ ، وبذلك يكون النقص الكلى فى طول الحبل بين البكرتين s_i ؛ ومن ثم :

$$\text{IMA} = \frac{s_i}{s_0} = \frac{s_i}{0.5 s_i} = 2.00$$



شكل 23-5 :
IMA للبكارة يساوى 4 .

هذه البكارة لـها IMA قدره 2 . يجب أن تكون قادرًا على إثبات أن الفائدة الميكانيكيـة للبكارة الموضحة بالشكل 23–5 تساوى 4 .

من الجدير بالذكر أن الفائدة الميكانيكية الفعلية لـهاتين البكارتين أقل كثيرًا مـن الفائدة الميكانيكية المثالية لـهما . هـذا ليس بسبب الاحتكاك الموجود فـى البكارتين فقط ، ولكن أيضًا لأن البكارتين ترفعان أيضًا حملاً إضافيًا غير نافع هو وزن البكـرة المتحركة . وبالرغم من ذلـك فـإن البكـارات تـستخدم علـى نطاق واسـع فـى رفـع الأجسام الثقيلة .

مثال 13-5 :

لـرفع جسم وزنـه 2000 N بالاستعانة بالبكارة (منظومة بكرات) الموضحة بالشكل 24–5 يلزم استخدام دخل قوة قدره 800 N . أوجد IMA و AMA وكفاءة هذه البكارة .

استدلال منطقى :

سؤال : أى نوعى الفائدة الميكانيكية يتضمن دخل وخرج القوة ؟

الإجابة : $AMA = \frac{F_0}{F_i} = \frac{2000\ N}{800\ N} = 2.50$

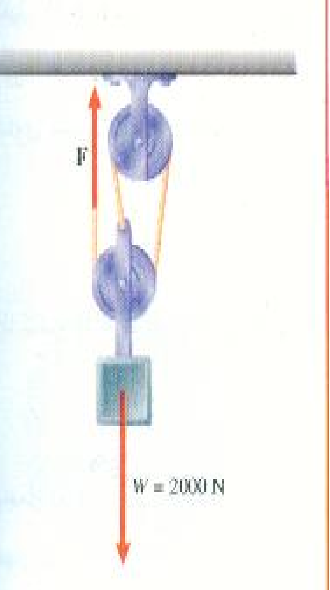
سؤال : ماذا يجب معرفته حتى يمكن حساب IMA ؟

الإجابة : النسبة بين المسافة التى تؤثر القوة المسلطة خلالـها والمسافة التى يتحركها الحمل .

سؤال : كيف نعرف مقدار الحمل المرفوع عند شد الطرف الحر للحبل ؟

الإجابة : فى أى رسم تخطيطى كهذا علينا عد عدد الحبال المشتركة فى رفع الحمل ؛ أى الحبال المؤثرة بشد الحمل إلى أعلى . وعندئذ تقسم أى إزاحة للطرف الحر للحبل بالتساوى بين هذا العدد من الحبال المشتركة فى الرفع . ففى الشكل 23–5 مثلاً تقسم القوة بين الحبال الأربعة . أما هنا ، فى الشكل 24–5 ، فهناك ثلاثة حبال تشـد إلى أعلى ؛ وعليه فإن المسافة التى يتحركها الحمل تساوى ثلث المسـافة التى تتحركـها F . إذن :

$$IMA = \frac{s_0}{s_i} = \frac{3s_0}{s_0} = 3.00$$

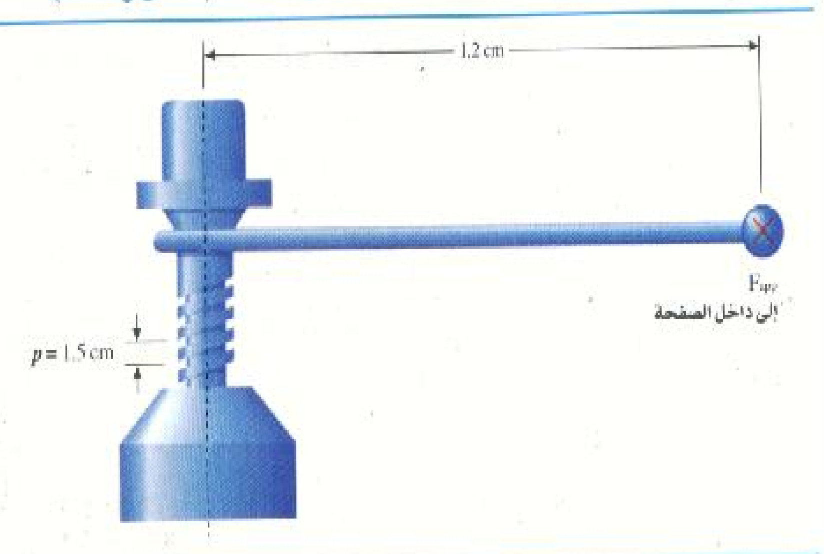


شكل 24–5 :
ما قيمة IMA لهذه البكارة ؟

سؤال : كيف تعتمد الكفاءة على الفائدتين الميكانيكيتين ؟

الإجابة : $\text{الكفاءة \%} = \frac{AMA}{IMA} \times 100$

$$= \frac{2.50}{3.00} \times 100 = 83\ \%$$



شكل 25-5 :
مرفاع السيارة .

مثال 14-5 :

يستخدم مرفاع السيارة المبين بالشكل 25-5 لرفع حمل مقداره 15,000 N وتدور يد المرفاع ، وطولها 1.2 m ، فى دائرة أفقية عمودية على مستوى الصفحة ، وتبين العلامة × الموضحة فى طرف اليد أن هناك قوة مسلطة عند هذا الموضع اتجاهها عمودى على مستوى الصفحة إلى الداخل . (أ) إذا كانت AMA لهذه الآلة 125 عندما تؤثر القوة عند طرف اليد ، فما مقدار القوة اللازمة لرفع الحمل ؟ (ب) إذا علمت أن خطوة اللولب ، وهى المسافة الرأسية بين سنين متتاليين ، 1.5 cm ، ما قيمة IMA ؟ (جـ) ما مقدار الطاقة الحرارية المتولدة عند ارتفاع الحمل مسافة رأسية قدرها 30 cm ؟

استدلال منطقى الجزء (أ) :

سؤال : كيف ترتبط القوة المستخدمة بالحمل و AMA ؟

الإجابة :
$$AMA = 125 = \frac{\text{الحمل}}{\text{القوة المستخدمة}}$$

الحل والمناقشة : الحل سهل :

$$\text{القوة المسلطة} = \frac{\text{الحمل}}{125} = \frac{15,000\ N}{125} = 120\ N$$

لاحظ أن المسألة تنص على أن القوة مسلطة تؤثر عند طرف اليد . أما إذا أثرت القوة فى نقطة أخرى على اليد سوف يختلف ذراع الرافعة حول محور الدوران ، وبالتالى ستختلف قيمة القوة اللازمة لتحريك الحمل كما ستختلف AMA أيضًا . معنى ذلك أن AMA للآلة يعتمد على تفاصيل كيفية استعمال الآلة .

استدلال منطقى الجزء (ب) :

سؤال : ما علاقة IMA بخطوة اللولب ؟

الإجابة : IMA هى النسبة بين المسافة التى يؤثر خلالها دخل القوة والمسافة التى

يقطعها الحمل . ومعنى أن خطوة اللولب 1.5 cm هـو أن الحمـل يرتفـع 1.5 cm كلما دارت اليد دورة كاملة . من المهم أيضًا أن يلاحظ أن دخل القوة يؤثر خلال مسافة قدرها طول محيط دائرة نصف قطرها 1.2 m عندما تدور اليد دورة كاملة .

هذه الإجابات تفيد أن $s_i = 2\pi(1.2\text{ m}) = 7.54\text{ m}$ لكل إزاحة رأسية للحمل إلى أعلى قدرها $s_o = 1.5 \times 10^{-2}\text{ m}$ إذن :

$$\text{IMA} = \frac{7.54\text{ m}}{1.5\times10^{-2}\text{ m}} = 500$$

استدلال منطقى الجزء (جـ) :

سؤال : نظرية الشغل والطاقة تحتـوى علـى ΔTE . كيـف تنطبق النظريـة علـى هـذه الحالة ؟

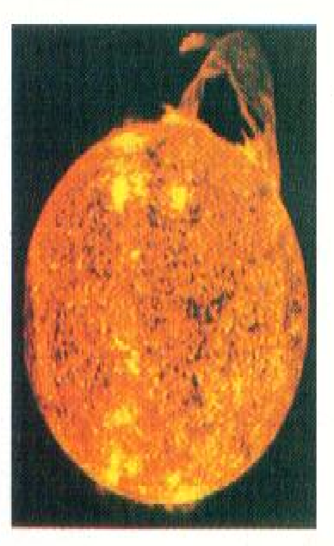
الإجابة : الشغل المبذول بواسطة دخل القوة هو $W_{ext} = F_i\, s_i$ ، وهـذا يمكـن حسـابه لكل دورة من دورات اللولب . وحيث أن الحمل يكـون سـاكنًا فـى بدايـة ونهايـة الحركـة ، إذن ΔKE = 0 . علاوة على ذلك تزداد GPE فى كل دورة بمقدار $\Delta GPE = (15{,}000\text{ N})\, s_o$. هكذا يتبين لنا أن ΔTE هو الحد المجهول الوحيد فى نظرية الشغل والطاقة .

الحل والمناقشة : نعلم أن $W_{ext} = (120\text{ N})(7.54\text{ m}) = 905\text{ J}$ لكل دورة . وهكذا سـوف تتخذ نظرية الشغل والطاقة الشكل الآتى :

$$905\text{ J} = 225\text{ J} + \Delta TE \qquad \text{(لكل دورة)}$$

هذه المعادلة تعطى ΔTE = 680 J لكل دورة ، ومن ثم فإن ΔTE = 13,600 J للعشرين دورة التى تمثل إزاحة رأسية للحمل قدرها 30 cm .

5-11 وجهة نظر حديثة : تكافؤ الكتلة والطاقة



تتولد الطاقة التى تشعها الشمـس نتيجـة لتحول الكتلة إلى طاقـة خـلال الاندماج النووى الذى يحدث فى أعماق قلب الشمس .

فى أوائل هذا القرن توصل ألبرت أينشتين إلى المعادلة $E = mc^2$ أثنـاء بلـورة نظريـة النسبية . ومن بين كل معادلات الفيزياء ربما كانت هذه المعادلة أكثرها بساطة ومن ثم أكثرها شهرة بين عامة الناس . ولكن ماذا تعنى هذه العبارة البسيطة والعميقة فى آن واحد ؟

أولاً وقبل كـل شىء علمنا فـى القسـم 12-3 أن c تـرمز لسرعة الضوء وتساوى 3×10^8 m/s ، وهـذا عدد كبير جدًا ويزداد كبرًا عند تربيعه . أمـا الرمز m فيمثل كتلة جسم أو مجموعة من الأجسـام ، بينما يرمز الحـرف E إلى كميـة الطاقـة . تقـول العبارة $E = mc^2$ أن هناك طاقة تسمى الطاقة الكتلية مرتبطة بوجود المـادة . فمثـلاً ، كمية الطاقة التى تمتلكها كتلة قدرها 1 kg هى :

$$E = (1\text{ kg})(3 \times 10^8\text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{16}\text{ J}$$

ومع ذلك فإن إجراء هذه العملية الحسابية لا يعطى أى فكرة متعمقة عن صورة هذه الطاقة أو كيفية تفسير هذه المعادلة .

قد يكون من المفيد فى هذا الشأن النظر بإمعان إلى تركيب المادة . تتكون المواد التى نتعامل معها فى حياتنا اليومية من ذرات مختلف العناصر الكيميائية المترابطة مع بعضها البعض فى صورة جزيئات بقوى كهرومغناطيسية ، ويمكن أن تتغير البنية الجزيئية للمادة نتيجة للتفاعلات الكيميائية كالاحتراق مثلاً . وعند ترتيب الذرات على هيئة جزيئات تبذل قوى الترابط شغلاً وهذا يؤدى إلى تغير طاقة جهد النظام . تذكر أن طاقة الجهد تنشأ نتيجة لمواضع أو هيئة الأجسام المتفاعلة . وعليه فإن التغير فى البنية الجزيئية هو تغير فى الهيئة ، ويمثل بالتالى تغيرًا فى طاقة جهد الجزئ ، وهو ما يسمى **طاقة الارتباط** .

عندما تكون الذرات فى البنية الجزيئية الجديدة أشد ترابطًا مما كانت قبل إعادة توزيعها تقل طاقة جهد النظام ، وتنبعث الطاقة من النظام فى صورة حرارة أو ضوء عادة . أما إذا كان التفاعل ينتج جزيئات جديدة ذات ذرات أقل ترابطًا فإن النظام لابد أن يكتسب بعض الطاقة ، ربما فى صورة حرارة .

تعنى معادلة أينشتين التى تربط الكتلة بالطاقة أن التغيرات فى طاقة النظام يصحبها تغيرات فى كتلة النظام ، ويمكن كتابة المعادلة $E = mc^2$ فى الصورة البديلة الآتية :

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \qquad (5\text{-}14)$$

من المعلوم أن القيمة النمطية للطاقة المتحررة نتيجة للاحتراق الكامل لأنواع الوقود العادى حوالى 10^7 J لكل kg من المادة الداخلة فى التفاعل (الوقود زائد الأكسجين) . بماذا تخبرنا معادلة أينشتين عن مقدار التغير فى كتلة كل كيلو جرام من المادة عند احتراقه ؟ تخبرنا المعادلة (14–5) أن كل كيلو جرام من الكتلة يتغير بمقدار :

$$\Delta m = \frac{1\times10^7\ \text{J}}{(3\times10^8\ \text{m/s})^2} = 1.1\times10^{-10}\ \text{kg}$$

وعليه فإن التفاعل الكيميائى النمطى يمكن أن يغير كتلة المواد المتفاعلة بما يعادل جزءًا واحدًا من عشرة بلايين جزء ، وهذا التغير فى الكتلة لا يمكن قياسه بأكثر الطرق ضباطة فى الوقت الحالى . وهكذا فإننا فى خبراتنا اليومية مع التفاعلات الكيميائية لا نحس إطلاقا بأى تغير فى الكتلة .

ولكن عند دراسة الأنوية الذرية سنجد أن البروتونات والنيوترونات ، والتى تسمى **بالجسيمات الأولية** ، مترابطة مع بعضها البعض بقوة ترابط نووى أشد كثيرًا من القوى الكهرومغناطيسية بين الذرات . كذلك فإن التفاعلات الكيميائية لا تغير هذه البنى النووية ، ولكن التفاعلات النووية كالانشطار والاندماج تغيرها . والانشطار هو عملية تنشق فيها الأنوية الثقيلة كاليورانيوم والبلوتونيوم إلى شظايا أخف ، وهى مصدر الطاقة فى المفاعلات النووية الحالية . أما الاندماج فيتضمن التصاق واندماج

الأنوية الخفيفة مكونة بنى نووية أكثر تعقيدًا . ومن أهم التفاعلات الاندماجية النووية اندماج أربع أنوية أيدروجين لتكوين نواة هيليوم واحدة ، وهذا هو المصدر الرئيسى لتوليد الطاقة فى الشمس .

عند قياس الكتلة الكلية قبل وبعد التفاعل النووى الانشطارى أو الاندماجى بعناية شديدة سوف نجد أنها قد نقصت نقصًا كبيرًا . علاوة على ذلك فإن هذا النقص فى الكتلة يرتبط بالطاقة المتحررة فى التفاعل بصورة تتفق تمامًا مع المعادلة (14–5) . ففى حالة الانشطار سنجد أن حوالى 0.1 فى المائة من الكتلة الأصلية للنواة الثقيلة يتحول إلى طاقة ، بينما ترتفع هذه النسبة إلى 0.8 فى المائة تقريبًا فى حالة الاندماج ومن الواضح أن هاتين القيمتين تمثلان تغيرًا محسوسًا فى الكتلة ، بعكس ما يحدث فى التفاعلات الكيميائية النمطية . وهكذا فإن كمية الطاقة المتحررة فى التفاعلات النووية لكل كيلو جرام من المادة المتفاعلة أكبر من نظيرتها فى التفاعلات الكيميائية بمقدار 10 إلى 100 مليون مرة تقريبًا .

يمكن حدوث التحول النهائى للمادة إلى طاقة إذا وجدت عملية ما تختفى فيها الكمية الابتدائية من المادة تمامًا وتحل محلها طاقة إشعاعية صرفة (ضوء) عديمة الكتلة هذا التحول بنسبة 100 فى المائة شوهد بالفعل فى المختبر فى عملية تسمى **فناء المادة وضديد المادة** . ذلك أن لكل جسيم أولى نسخة ضديدة مطابقة لا توجد فى حالة مستقرة ، ولكنها تتكون لفترات وجيزة فى التفاعلات النووية . وعلى سبيل المثال يمكننا ذكر ضديد الإلكترون ، أو البوزيترون ، وهو جسيم له نفس الخصائص الفيزيائية المميزة للإلكترون باستثناء شحنته الكهربائية فهى موجبة . وعندما يتصادم الإلكترون والبوزيترون ينتهى وجودهما تمامًا ويخلق بدلاً منهما شعاعان من أشعة جاما عديمة الكتلة . وهى طاقة إشعاعية (أو ضوء) ذات طول موجة قصير جدًا . وبقياس الطاقة الكلية لشعاعى جاما وجد أنها تساوى بالضبط الكتلة الكلية الأصلية للإلكترون والبوزيترون مضروبة فى c^2

كذلك أمكن مشاهدة العملية العكسية ، أى خلق أزواج المادة وضديد المادة من إشعاع جاما صرف . هذه النتائج تمثل تحققًا أكيدًا لا شك فيه لنظرية أينشتين النسبية .

أهداف التعلم

الآن وقد أنهيت هذا الفصل يجب أن تكون قادرًا على :

1 ـ تعريف (أ) الشغل ، (ب) الجول ، (جـ) القدرة ، (د) الواط ، (هـ) الكيلو واط . ساعة ، (و) طاقة الحركة ، (ز) طاقة الجهد التثاقلى ، (ح) نظرية الشغل والطاقة ، (ط) قانون بقاء الطاقة ، (ى) كفاءة الآلة ، (ك) IMA و AMA للآلة .

2 ـ الشغل المبذول على جسم بواسطة قوة معينة عندما يتحرك الجسم مسافة معينة .

3 ـ حساب القدرة فى المواقف البسيطة . التحويل من الواط إلى القدرة الحصانية والعكس .

4 ـ التغير فى طاقة حركة جسم يقع تحت تأثير صافى قوة معلوم خلال مسافة معلومة .

5 ـ حساب التغير فى طاقة الجهد التثاقلى لجسم عندما ينتقل من مكان إلى آخر .

6 ـ التفرقة بين القوى المحافظة وغير المحافظة .

7 ـ ضرب بعض الأمثلة للتحول المتبادل لطاقة الحركة وطاقة الوضع وكذلك للتحول المتبادل لطاقة الحركة والطاقة الحرارية .

8 ـ ذكر ما يحدث للطاقة المفقودة عندما يبذل شغل ضد قوى الاحتكاك .

9 ـ استخدام قانون بقاء الطاقة فى صورة نظرية الشغل والطاقة الموسعة لحل المسائل البسيطة التى تتضمن التحول المتبادل لطاقتى الحركة والوضع والطاقة الحرارية فى نظام بما فى ذلك الحالات التى يبذل فيها شغل على الجسم .

10 ـ حساب IMA و AMA وكفاءة آلة بسيطة بمعلومية البيانات اللازمة .

11 ـ استخدام المعادلة $E = mc^2$ لحساب كمية الطاقة المتحررة فى تفاعل تقل فيه الكتلة بمقدار معلوم .

ملخص

الوحدات المشتقة والثوابت الفيزيائية :

الشغل والطاقة :

$$1 \text{ Joule (J)} = 1 \text{ N.m}$$

القدرة :

$$1 \text{ Watt (W)} = 1 \text{ J/s}$$

تعريفات ومبادئ أساسية :

الشغل : الشغل المبذول بواسطة قوة F تؤثر على جسم بينما يعانى الجسم إزاحة s هو :

$$W = Fs \cos \theta$$

حيث θ الزاوية بين متجهى القوة والإزاحة .

خلاصة :

1 ـ بالرغم من أن القوة والإزاحة كميتان متجهتان إلا أن الشغل كمية غير متجهة .

2 ـ الشغل يمكن أن يكون صفرًا بثلاث طرق : (أ) القوة تساوى صفرًا ، (ب) الإزاحة تساوى صفرًا ، (جـ) $\cos \theta = 0$ أى عندما تكون القوة عمودية على اتجاه الحركة ($\theta = 90°$) .

3 ـ الشغل يمكن أن يكون موجبًا أو سالبًا تبعًا للزاوية بين F و s . إذا كانت $\theta < 90°$ يكون الشغل موجبًا ، عندما تكون $\theta = 90°$ يكون الشغل صفرًا ، عندما تكون $\theta > 90°$ يكون الشغل سالبًا . فى حالة الاحتكاك تكون $\theta = 180°$ ، وهذا يعنى أن الشغل المبذول بواسطة القوى الاحتكاكية يساوى $-fs$.

4 ـ إذا أثرت على الجسم قوى عديدة يحسب الشغل المبذول بواسطة كل قوة على حدة . صافى الشغل المبذول على الجسم يساوى المجموع الجبرى لهذه الإسهامات المنفردة . هذه هى نفس النتيجة التى نحصل عليها إذا أوجدنا صافى القوة أولا ثم حسبنا الشغل المبذول بواسطتها .

القدرة :

القدرة هى معدل بذل الشغل

$$P = \frac{W}{t}$$

خلاصة :

1 ـ القدرة تقاس بالواط (الجول لكل ثانية) فى النظام SI وبالقدرة الحصانية (hp) فى النظام البريطانى : 1 hp = 746 W .

2 ـ إذا أثرت القوة F التى تبذل شغلاً على جسم سرعته v فإن القدرة التى تمد بها القوة هذا الجسم تكون :

$$P = Fv\cos\theta$$

حيث θ هى الزاوية بين F و v .

3 ـ من تعريف القدرة يمكن كتابة :

الزمن × القدرة = الشغل

هذا يوصلنا إلى وحدة الطاقة الشائع استعمالها فى الصناعات الكهربائية وهى الكيلو واط ـ ساعة (kwh) :

$$1\ \text{kwh} = (1000\ \text{W})(3600\ \text{s}) = 3.6 \times 10^{6}\ \text{J}$$

طاقة الحركة :

طاقة الحركة (KE) هى الطاقة التى يكتسبها الجسم بسبب حركته .

$$\text{KE} = \frac{1}{2}mv^2$$

خلاصة :

1 ـ تقاس KE فى النظام SI بالجول كما فى حالة الشغل وكل أشكال الطاقة .

2 ـ KE يجب أن تكون موجبة دائمًا لأن m و v^2 لا يمكن أن تكونا سالبتين .

نظرية الشغل والطاقة لصافى القوة :

$$\Delta\text{KE} = W_{ext} = \text{الشغل المبذول بواسطة صافى القوة}$$

طاقة الجهد التثاقلى :

طاقة الجهد التثاقلى (GPE) تعتمد على الارتفاع أو الموضع الرأسى للجسم بالنسبة إلى مستوى إسناد مختار ما . وطالما كان الجسم تحت تأثير قوة جاذبية ثابتة mg يمكن كتابة :

$$\text{GPE} = mgh$$

خلاصة :

1 ـ GPE يمكن أن تكون موجبة أو سالبة أو صفرًا ، ويعتمد ذلك على اختيار مستوى الإسناد الذى تقاس h بالنسبة إليه .

2 ـ التغيرات فى GPE لا تعتمد على المسار الذى يتخذه الجسم أثناء تغيير موضعه ، ولكنه يعتمد على الموضعين الرأسيين الابتدائى والنهائى .

3 ـ بالنسبة للأجسام ذات الأبعاد تعرف GPE بدلالة الموضع الرأسى لمركز الكتلة وفى حالة الأجسام المتماثلة المنتظمة يقع مركز كتلتها فى مركزها الهندسى .

القوى المحافظة :

إذا كان الشغل المبذول بواسطة قوة ما يعتمد فقط على موضعى نقطتى نهايتى المسار وليس على تفاصيل المسار يقال أن هذه القوة محافظة . وتعتبر قوة الجاذبية والقوى المرنة والقوى الكهروستاتيكية أمثلة للقوى المحافظة . وعندما تكون القوة محافظة يمكن تعريف طاقة الجهد المرتبطة بموضع الجسم .

الطاقة الحرارية :

الطاقة الحرارية TE هى الطاقة الداخلية للمادة والمرتبطة بالحركة العشوائية لذراتها وجزيئاتها . وإذا أثرت قوى الاحتكاك ، بما فى ذلك المقاومة الهوائية ولزوجة الموائع ، على نظام سوف تزداد TE للنظام بمقدار يساوى كمية الشغل المبذول بواسطة هذه القوى .

قانون بقاء الطاقة :

الطاقة لا يمكن أن تخلق أو تفنى فى أى عملية فيزيائية . عندما يحدث فقد فى أحد صورة الطاقة تحدث زيادة مساوية فى صور أخرى للطاقة .

خلاصة :

لا يوجد قانون بقاء لأى صورة معينة من صور الطاقة ، وينطبق القانون فقط على مجموع كل صور الطاقة التى قد توجد فى حالة محددة .

نظرية الشغل والطاقة الموسعة :

$$W_{ext} = \Delta KE + \Delta PE + \Delta TE$$

خلاصة :

1 ـ هذه النظرية ببساطة هى طريقة للتعبير عن قانون بقاء الطاقة عند تطبيقه على نظام معين .

2 ـ عند تطبيق نظرية الشغل والطاقة الموسعة يؤخذ الشغل المبذول بواسطة القوة المحافظة على النظام فى الاعتبار من خلال الحد ΔPE ، ويظهر الشغل المبذول بواسطة قوى الاحتكاك كزيادة فى الطاقة الحرارية ΔTE للنظام . W_{ext} يمثل الشغل المبذول بواسطة أى قوى غير محافظة مؤثرة على النظام من الخارج مثل قوى الشد أو الدفع على النظام . W_{ext} قد يكون موجبًا أو سالبًا .

الفائدة الميكانيكية للآلات البسيطة :

$$\text{الفائدة الميكانيكية الفعلية (AMA)} = \frac{F_0}{F_i}$$

حيث F_0 خرج القوة ، F_i دخل القوة .

$$\text{الفائدة الميكانيكية المثالية (AMA)} = \frac{s_i}{s_0}$$

حيث s_i ، s_0 هما المسافتان اللتان يؤثر خلالهما خرج القوة ودخل القوة على الترتيب .

كفاءة الآلات البسيطة :

$$\text{الكفاءة \%} = 100 \times \frac{\text{خرج الشغل}}{\text{دخل الشغل}} = 100 \times \frac{AMA}{IMA}$$

خلاصة :

الكفاءة مقياس للنسبة المئوية من دخل الشغل الذى يتحول إلى خرج شغل بواسطة الآلة . الكفاءة التى قيمتها 100 % هى النسبة المئوية من دخل الشغل الذى يتحول إلى طاقة حرارية .

أسئلة وتخمينات

1 ـ يسافر عامل متجول ذو ضمير حي في إحدى الشاحنات الصندوقية بقطار شحن متجه من شيكاغو إلى بيوريا ، وطوال الطريق ظل هذا العامل يدفع بيديه الجدار الأمامي للشاحنة الصندوقية . ونظرًا لأنه كان طالب فيزياء في يوم ما اعتقد هذا الرجل أن قوة دفعه تبذل كمية كبيرة من الشغل لأن F_s و s كبيرتين . ما الخطأ في تفكيره ؟

2 ـ شخص يقف ساكنًا ليتحدث مع صديقه وهو يحمل كيسًا به بعض حاجياته من منتجات البقالة ، وسيارة تقف ساكنة وموتورها دائر . ما وجه الشبه بين هذين الموقفين من وجهة نظر الشغل والطاقة ؟

3 ـ عندما يدخل الصاروخ في الغلاف الجوي في طريق عودته من الفضاء تصبح مقدمته ساخنة جدًا . من أين تأتي هذه الطاقة الحرارية ؟

4 ـ عندما يدور قمر صناعي في مدار غير دائري حول الأرض يتغير مقدار سرعته باستمرار . اشرح سبب ذلك باستخدام مبدأ التحول المتبادل لطاقة الحركة والوضع . أين يصبح مقدار السرعة أكبر ما يمكن ، عند نقطة الأوج (أبعد نقطة عن الأرض) أو نقطة الحضيض (أقرب نقطة من الأرض) ؟

5 ـ صف موقفًا تكون فيه طاقة الجهد التثاقلي لجسم سالبة . هل يوافق الجميع على أنها سالبة ؟ هل يمكن أن تكون طاقة حركة جسم سالبة ؟

6 ـ لا تستطيع أي سيارة أن تتسارع على طريق زلق جدًا . افترض أن سيارة كتلتها m تتسارع من السكون إلى سرعة مقدارها v على طريق أفقي وأن عجلاتها لا تنزلق . ما مقدار الشغل المبذول بواسطة قوة الاحتكاك بين العجلات وسطح الطريق في هذه العلملية ؟

7 ـ هل الطاقة كمية متجهة أو قياسية ؟

8 ـ معامل الاحتكاك الانزلاقي لقالب على مستوى مائل كبير بدرجة كافية لكي لا يتحرك القالب من تلقاء نفسه . أثرت على القالب قوة موازية للمستوى المائل إلى أعلى فتحرك تحت تأثيرها بسرعة ثابتة . قارن بين مقادير الشغل المبذول بواسطة (أ) قوة الشد ، (ب) قوة الاحتكاك ، (جـ) قوة الجاذبية . كرر ذلك عندما يكون القالب متحركًا على المستوى المائل إلى أسفل .

9 ـ تزود السيارات والدارجات وكثير من الأجهزة بأنظمة تروس يمكن تغييرها بالنقل . ناقش لماذا يستخدم النقل بفرض أن هذه الأجهزة آلات مثالية .

10 ـ ما مقدار القدرة الحصانية التقريبية التي يمكن أن ينتجها إنسان لفترة زمنية قصيرة أثناء صعوده لمجموعة من درجات السلم بسرعة ؟

11 ـ قدر القيمة التقريبية للقوة التي يتعرض لها سائق سيارة عند تصادم سيارته بسيارة أخرى تصادمًا مباشرًا . افترض أن السيارتين متماثلتين وأن مقدار سرعة كل منهما 25 m/s . ناقش تأثير أحزمة الأمان وغيرها من وسائل الأمان .

12 ـ يستهلك قلب الإنسان حوالى 1 J من الطاقة في كل ضربة . كم جولاً من الطاقة يجب أن يوفرها الطعام للشخص يوميًا لكي تستهلك على هذا النحو ؟ تذكر لأغراض المقارنة أن السعر الغذائي من طاقة الطعام يكافئ 4184 J .

مسائل

القسم 1-5

1 ـ ما مقدار الشغل المبذول في شد صندوق مسافة قدرها 2 m على سطح منضدة بقوة أفقية قدرها 35 N ؟

2 ـ القوة اللازمة لشد عربة أطفال تساوى 240 N بحيث تؤثر فى اتجاه يصنع زاوية قدرها 30° فوق الأفقى . ما مقدار الشغل المبذول خلال حركة العربة مسافة قدرها 10 m ؟

3 ـ تدفع امرأة جزازة عشب بقوة قدرها 180 N فى اتجاه يصنع زاوية قدرها 24° تحت الأفقى . ما مقدار الشغل الذى تبذله المرأة عندما تدفع الجزازة مسافة أفقية قدرها 50 m ؟

■ 4 ـ تزحلقت سيارة كتلتها 1250 kg فوصلت إلى حالة السكون خلال 36 m . ما مقدار قوة الاحتكاك بين إطاراتها المتزحلقة الأربعة وسطح الطريق إذا كان معامل الاحتكاك 0.7 ؟ ما مقدار الشغل الذى تبذله قوة الاحتكاك على السيارة ؟

5 ـ رباع يرفع أثقالاً وزنها 400 N من الأرض إلى ارتفاع قدره 1.8 m . ما مقدار الشغل الذى يبذله الرجل بفرض أنه يحرك الأثقال بسرعة ثابتة المقدار ؟

6 ـ يرفع رجل دلوًا وزنه 200 N بسرعة ثابتة من بئر رأسية . فإذا كان الشغل المبذول لرفع الدلو إلى فتحة البئر 8 kJ . فما عمق البئر ؟

7 ـ يبذل بواب شغلاً قدره 360 J ضد قوة الاحتكاك ومقدارها 20 N فى دفع مكنسة قوية على الأرضية لمدة 4.5 s بفرض أن المكنسة تتحرك بسرعة ثابتة المقدار ، ما قيمة هذه السرعة ؟

8 ـ تشد طالبة كرتونة كتلتها 30 kg على أرضية بهو مدينتها الجامعية بقوة ثابتة F . إذا كان معامل الاحتكاك بين الكرتون والأرضية 0.5 ، ما مقدار الشغل اللازم أن تبذله الفتاة لتحريك الكرتونة 8 m ؟

9 ـ ما مقدار الشغل المبذول بواسطة لاعبة رياضية كتلتها 60 kg فى صعود مجموعة متتابعة من درجات السلم ارتفاعها الكلى 6 m ؟

10 ـ دفع صندوق شحن كتلته 80 kg مسافة قدرها 3.5 m إلى أعلى على معبر منحدر لا احتكاكى يميل بزاوية قدرها 24° بالنسبة للأفقى . ما مقدار الشغل المبذول فى دفع صندوق الشحن ؟ افترض أن صندوق الشحن يدفع بسرعة ثابتة المقدار .

11 ـ ما مقدار الشغل اللازم بذله فى المسألة السابقة إذا كان معامل الاحتكاك بين صندوق الشحن والمنحدر 0.3 وكانت قوة الدفع موازية للمنحدر ؟

12 ـ بتغيير زاوية ميل معبر مائل وجد عامل بالمرفأ أن كرتونة كتلتها 50 kg يمكن أن تنزلق إلى أسفل على معبر منحدر بسرعة ثابتة عندما تكون زاوية الميل 36° . ما مقدار الشغل الذى تبذله قوة الاحتكاك على الكرتونة أثناء انزلاقها 2.5 m ؟

القسم 2-5

13 ـ ما مقدار القدرة الحصانية لمصباح كهربائى قدرته 100 W ؟

14 ـ ما مقدار القدرة بالوات اللازمة لدفع عربة سوبر ماركت محملة بقوة أفقية قدرها 50 N مسافة أفقية مقدارها 20 m خلال 5 s ؟

15 ـ قوة احتكاك مقدارها 20 N تعاكس انزلاق كرتونة كتلتها 6 kg على أرضية أفقية . ما قيمة القدرة اللازم إمداد الكرتونة بها عند سحبها على الأرضية بسرعة ثابتة مقدار 0.6 m/s ؟

16 ـ ترفع آلة صندوق شحن كتلته 240 kg بسرعة ثابتة مسافة قدرها 5 m رأسيًا إلى أعلى خلال 6 s . ما قيمة خرج قدرة الآلة ؟

17 ـ يحتاج موتور قارب 100 hp لتحريك القارب بسرعة ثابتة مقدارها 16 m/s . ما قيمة قوة مقاومة الماء عند هذه السرعة ؟

18 ـ يستطيع جرار شد مقطورته بقوة ثابتة مقدارها 12,000 N عندما تكون سرعته 2.5 m/s . ما قيمة قدرة الجرار بالوات والقدرة الحصانية تحت هذه الشروط ؟

19 ـ ما مقدار السرعة المتوسطة التى يجب أن يتسلق بها طالب كتلته 64 kg حبلاً طوله 5 m حتى تتطابق قدرته مع مصباح كهربائى قدرته 150 W ؟

20 ـ يراد استخدام مضخة لرفع الماء من بئر إلى ارتفاع كلي قدره 3.0 m بمعدل قدره 0.6 kg/min . ما قيمة أقل قدرة للمضخة بالواط والقدرة الحصانية ؟

21 ـ استخدم موتور كهربائي يمكنه أن يعطى قدرة قيمتها 1.6 hp لرفع كرتونة كتلتها 20 kg مسافة قدرها 8 m . ما هي القيمة الصغرى للزمن اللازم لرفع الكرتونة ؟

22 ـ مصعد قدرة موتوره 11 hp . ما هي القيمة العظمى للثقل الذى يستطيع المصعد رفعه بسرعة ثابتة ارتفاعًا قدرها 36 m فى 10 s ؟

القسمان 3-5 و 4-5

23 ـ ما طاقة حركة عربة كتلتها 2000 kg تتحرك بمعدل 20 m/s ؟

24 ـ ما هي النسبة بين طاقة حركة سيارة تتحرك بسرعة مقدارها 100 km/h وطاقة حركة سيارة أخرى لها نفس الكتلة ولكنها تتحرك بمعدل 25 m/s ؟

25 ـ ما المسافة التي تقطعها رصاصة كتلتها 1.2 g وطاقة حركتها 1.2 J خلال 2.0 s ؟

26 ـ بأى سرعة يجب أن يجرى عداء كتلته 72 kg لتكون له نفس طاقة حركة سيارة كتلتها 1200 kg وسرعتها 2.0 km/h ؟

27 ـ ما مقدار الشغل اللازم لزيادة سرعة سيارة سيدان كتلتها 800 kg من 10 إلى 20 m/s . قارن هذا الشغل بالشغل اللازم بذله لزيادة السرعة بنفس المقدار ، ولكن من 20 إلى 25 m/s . إهمل قوى الاحتكاك .

28 ـ ما مقدار القوة اللازمة لكي يتسارع بروتون ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) من السكون إلى 3×10^{7} m/s خلال مسافة قدرها 2.0 m ؟ (البروتون هو ذرة أيدروجين فقدت إلكترونها) .

29 ـ يستطيع معجل الجسيمات المعروف باسم مولد فان دى جراف تعجيل حزمة من البروتونات ($m = 1.76 \times 10^{-27}$ kg) من السكون إلى سرعة قدرها 10^{7} m/s . إذا استخدمت إحدى هذه الآلات فى تعجيل 3.6×10^{16} بروتونًا فى الثانية ، فما مقدار القدرة بالواط التى تنتجها هذه الآلة ؟

30 ـ قذف الرامى فى فريق البيسبول الكرة بسرعة مقدارها 80 mi/h . ما مقدار طاقة حركة كرة البيسبول إذا كانت كتلتها 160 g ؟

31 ـ تتحرك عربة كتلتها 1000 kg بسرعة مقدارها 18 m/s . ما مقدار الشغل اللازم بذله بواسطة الفرامل لإيقاف العربة تمامًا خلال مسافة قدرها 24 m ؟

32 ـ اصطدمت رصاصة كتلتها 1.5 g وسرعتها 400 m/s بقالب خشبى فوصلت إلى السكون على عمق 5 cm . (أ) ما مقدار متوسط قوة التقاصر ؟ (ب) ما الزمن الذى تستغرقه الرصاصة للوصول إلى السكون ؟

33 ـ بينما كان أحد لاعبى كرة القدم وكتلته 90 kg يجرى بسرعة قدرها 6 m/s قام لاعب من الفريق الآخر بشده من الخلف فتوقف بعد أن قطع مسافة قدرها 1.8 m . (أ) ما مقدار متوسط القوة التى سببت إيقاف اللاعب ؟ ما الزمن الذى استغرقه اللاعب ليتوقف تمامًا ؟

34 ـ ركل طفل مزلجته وكتلتها 8 kg على بركة متجمدة فاكسبها سرعة ابتدائية مقدارها 2 m/s ، وكان معامل الاحتكاك بين قاع المزلجة والثلج 0.12 . استخدم طريقة الطاقة لإيجاد المسافة التى تقطعها المزلجة قبل الوصول إلى السكون .

الأقسام من 5-5 إلى 7-5

35 ـ ما قيمة طاقة الجهد التثاقلى لكرة بولينج كتلتها 12 kg على قمة مبنى ارتفاعه 150 m بالنسبة إلى الأرض ؟

36 ـ آنية زهور (فازة) كتلتها 2.0 kg موضوعة على رف يرتفع بمقدار 0.5 m عن سطح منضدة ارتفاعها عن الأرض 0.8 m . ما مقدار طاقة الجهد التثاقلى لآنية الزهور (أ) بالنسبة إلى سطح المنضدة ؟ (ب) بالنسبة إلى الأرض ؟

37 - كرتان كتلة الأولى 5 kg وكتلة الثانية 3.0 kg معلقتان بحبل على بكرة بحيث كانت الكرة الأولى مستقرة على سطح منضدة . ما مقدار التغير في طاقة وضع النظام عندما ترتفع الكرة الأولى مسافة قدرها 50 cm ؟

38 - يصعد جوّال كتلته 75 kg تلاً ارتفاعه 600 m . (أ) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة الجوّال ضد الجاذبية ؟ (ب) هل تعتمد هذه الكمية من الشغل على المسار الذي يتخذه الجوّال ؟ (إهمل قوة الاحتكاك) . (أ) إذا استغرق الجوال 96 min في صعود التل ، ما متوسط القدرة الحصانية المستهلكة ؟

القسمان 8-5 و 9-5

39 - استغرقت شاحنة لنقل البضائع كتلتها 16,000 kg زمنًا قدره 45 min في الصعود على طريق جبلي من ارتفاع قدره 1500 m إلى آخر قدره 2700 m. ما مقدار الشغل الذي تبذله الشاحنة ضد الجاذبية ؟ (ب) ما قيمة القدرة الحصانية المتوسطة التي تستهلكها الشاحنة ضد الجاذبية ؟

40 - بأي سرعة ترتطم كرة كتلتها 0.5 kg بالأرض إذا أسقطت من ارتفاع قدره 40 m ؟ (إهمل الاحتكاك) .

41 - ينزلق صندوق بضائع بقالة من السكون وبدون احتكاك على معبر منحدر يصنع زاوية قدرها 30° مع الأفقي . ما سرعة الصندوق بعد انزلاقه مسافة قدرها 2.0 m على المعبر المنحدر ؟

42 - قذف جسم رأسيا إلى أعلى فوصل إلى ارتفاع قدره h . إلى أي ارتفاع ، بدلالة h ، يصل الجسم عندما يكون قد فقط نصف طاقة حركته ؟ وما مقدار سرعة الجسم عند هذه النقطة ؟

43 - أسقط صندوق كتلته 3 kg من ارتفاع قدره 10 m وكانت سرعته قبل الاصطدام بالأرض مباشر 10 m/s . ما مقدار القوة المتوسطة المعوقة للحركة ؟

44 - يستطيع موتور أن يرفع مصعدًا كتلته 960 kg من السكون عند مستوى سطح الأرض بحيث يصل مقدار سرعته إلى 3.2 m/s على ارتفاع قدره 24 m . ما قيمة الشغل الذي يبذله الموتور ؟ ما هي النسبة المئوية من الشغل الكلي التي تظهر كطاقة حركة ؟

45 - بدأت كتلة مقدارها 3.2 kg الحركة من السكون من قمة مستوى مائل زاويته 30° وطوله 6.0 m فوصلت سرعته إلى 3.0 m/s عند القاع . استخدم طرق الطاقة لإيجاد متوسط قوة الاحتكاك التي تعوق الحركة الانزلاقية .

46 - انزلق صندوق على منحدر زاويته 30° فوصلت سرعته عند القاع إلى 5.0 m/s . (أ) ما هي المسافة التي انزلقها الصندوق على المنحدر إذا كان الاحتكاك مهملا ؟ (ب) ما قيمة هذه المسافة إذا كان معامل الاحتكاك الحركي 0.2 ؟

■ 47 - بدأت قاطرة في شد مجموعة من الشاحنات الصندوقية من السكون إلى أعلى على مستوى مائل زاويته 3° ، فوصلت السرعة إلى 45 km/h بعد أن قطع القطار مسافة قدرها 2.4 km . افترض أن الكتلة الكلية للقطار 6.4×10^5 kg . (أ) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة القاطرة ؟ (ب) ما هي النسبة بين الشغل المبذول ضد الجاذبية والشغل الكلي ؟ (جـ) ما الزمن الذي يستغرقه القطار للوصول إلى هذه السرعة بفرض أن العجلة ثابتة ؟ (د) ما متوسط القدرة الحصانية التي تستهلكها القاطرة خلال هذا الزمن ؟

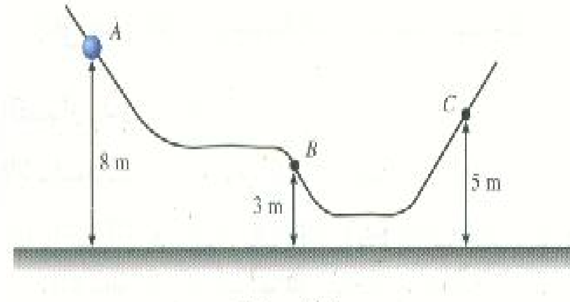
■ 48 - يستخدم موتور كهربائي لتشغيل مضخة تستطيع رفع 1.0 kg من الماء الموجود في خزان إلى ارتفاع قدره 2.2 m خلال 200 s . افترض أن سرعة الماء عند القمة 1.5 m/s . ما قيمة خرج القدرة الحصانية للموتور إذا كانت سرعة الماء في الخزان مهملة ؟

■ 49 - قذفت كرة كتلتها 240 g رأسيًا إلى أعلى بسرعة قدرها 14 m/s . (أ) إلى أي ارتفاع تصل الكرة إذا كان الاحتكاك مهملا ؟ (ب) إذا وصلت الكرة إلى ارتفاع قدره 6.5 m ، فما هي القيمة المتوسطة لمقاومة الهواء التي تعوق الحركة ؟ (جـ) بأي سرعة تعود الكرة إلى القاذف إذا أخذ تأثير قوة الاحتكاك في الجزء (ب) في الاعتبار .

50 ـ بدأ قالب من الثلج الانزلاق من السكون من قمة مستوى مائل زاويته $30°$ وطوله 160 cm . ما مقدار سرعة القالب عند القاع ، (أ) إذا كان المستوى المائل لا احتكاكيا ؟ (ب) إذا كانت قوة الاحتكاك 1.0 N ؟

■ 51 ـ بدأت طفلة الانزلاق من السكون عند قمة مزلقة أطفال ارتفاعها 4 m . إذا وصلت الطفلة إلى القاع بسرعة مقدارها 6 m/s ، فما هي النسبة المئوية المفقودة من طاقتها الكلية عند قمة المزلقة نتيجة للاحتكاك ؟

52 ـ تبدأ عربة من عربات الأفعوانية من السكون عند النقطة A لتتحرك على القضبان كما هو مبين بالشكل م1-5 . أوجد مقدار سرعة العربة عند النقطتين B و C بفرض أن القضبان لا احتكاكية .



شكل م1-5

53 ـ أوجد مقدار سرعة العربة عند النقطتين B و C في المسألة السابقة بفرض أن القضبان لا احتكاكية وأن سرعتها 1.5 m/s إلى اليسار عند المرور بالنقطة A .

■ 54 ـ في الشكل م1-5 تبدأ عربة كتلتها 400 kg الحركة من السكون عند A وتمر بالنقطة B بسرعة مقدارها 3 m/s . إذا كانت المسافة من A إلى B على طول القضبان 20 m ، فما متوسط قوة الاحتكاك التي تعوق حركة العربة .

55 ـ علقت كرة كتلتها كثقل بندول في طرف خيط طوله 3.6 m . إذا بدأت الكرة الحركة من السكون عندما كان الخيط يصنع زاوية قدرها $60°$ مع الرأسي ، فما مقدار سرعة الكرة عندما تمر بالنقطة التي تقع تحت نقطة التعليق مباشرة ؟ (إهمل الاحتكاك الهوائي)

56 ـ ما مقدار سرعة كرة البندول في المسألة السابقة عندما يصنع الخيط زاوية قدرها $30°$ مع الرأسي ؟

■ 57 ـ عند السرعات العالية تتناسب قوى الاحتكاك المؤثرة على سيارة طرديا مع v^2 ، حيث v مقدار سرعة السيارة . إذا كان الاحتكاك هو العامل الوحيد المعوق لحركة السيارة وكان معدل استهلاك البنزين 30 kg/gal عند السرعة 80 km/h ، فما معدل الاستهلاك عند السرعة 100 km/h ؟

■ 58 ـ بدأ قالب كتلته 625 g الانزلاق إلى أعلى فوق مستوى مائل زاويته $30°$ بسرعة مقدارها 2.2 m/s ، فتوقفت بعد انزلاقه مسافة قدرها 40 cm ثم بدأ الانزلاق إلى أسفل . بفرض أن قوة الاحتكاك المعوقة لحركة القالب ثابتة ، (أ) ما مقدار قوة الاحتكاك ؟ (ب) ما مقدار سرعة القالب عندما يصل إلى القاع ؟

القسم 10-5

59 ـ يراد رفع جسم كتلته 640 kg بمساعدة بكارة باستخدام قوة قدرها 440 N . وقد وجد أن الآلة المناسبة لهذا الغرض تستطيع رفع الحمل مسافة قدرها 0.45 m عندما تتحرك القوة المستخدمة 9.6 m . أوجد (أ) AMA ، (ب) IMA ، (جـ) كفاءة الآلة .

60 ـ بكارة تستطيع رفع كتلة مقدارها 240 kg باستخدام قوة قدرها 180 N . إذا كانت كفاءة البكارة 87 في المائة ، أوجد (أ) AMA ، (ب) IMA ، (جـ) s_i / s_0 .

61 ـ ما مقدار النسبة بين نصفي قطري جهاز العجلة ومحور العجلة إذا أريد استخدام هذا الجهاز لرفع حمل كتلته 24 kg باستخدام قوة قدرها 28 N ؟ افترض أن كفاءة الجهاز 89 في المائة .

62 ـ استخدم عامل مرفاع سيارة معين فوجد أن يده (دخل القوة) تتحرك 38 cm لكل 1.0 cm من المسافة التي يرتفعها الحمل . (أ) ما قيمة IMA للمرفاع ؟ (ب) ما مقدار القوة اللازمة لرفع حمل وزنه 3600 N بفرض أن كفاءة الآلة 22 في المائة ؟

63 ـ يحمل موتور كهربائي بطاقة تفيد أن قدرته 0.5 kW بفرض أن كفاءة الموتور 88 في المائة . ما مقدار القدرة الحصانية التي يمكن أن يعطيها الموتور ؟

■ 64 ـ موتور قدرته 0.25 hp يحمل عموده بكرة قطرها 7.2 cm . فإذا كان العمود يدور بمعدل 1600 rev/min ، فما مقدار الحمل الذي يمكن شده بواسطة السير الذي يجري على البكرة ؟ افترض أن كفاءة الموتور 89 في المائة .

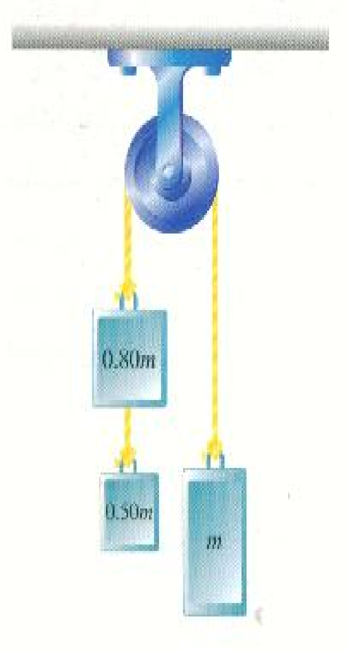
■ 65 ـ موتور معين قدرته 55 W يعمل بسرعة عمود قدرها 1800 rev/min ، وبسبب مجموعة التروس الخافضة يدور العمود النهائي (عمود الخرج) بمعدل 16 rev/min فقط . (أ) إذا كانت كفاءة الآلة 33 في المائة ، بأي قوة يستطيع الموتور شد السير على بكرة نصف قطرها 3.2 cm مركبة على عمود الخرج ؟ (ب) إذا عكس نظام التروس بحيث يدور عمود الخرج بمعدل 160,000 rev/min ، ما مقدار القوة المتاحة لشد السير على نفس البكرة ؟ افترض أن خرج قدرة الموتور 55 W .

مسائل عامة

66 ـ يرفع جسم رأسيًا إلى أعلى مسافة قدرها 6 m باستخدام خيط خفيف قوة الشد فيه 84 N . (أ) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة قوة الشد ؟ (ب) ما قيمة الشغل المبذول بواسطة الجاذبية ؟ (جـ) ما مقدار سرعة الجسم إذا بدأ الحركة من السكون ؟ إهمل قوة الاحتكاك .

■■ 67 ـ لعبة أطفال على هيئة سيارة تعمل بموتور كهربائي خرج قدرته ثابت . تستطيع هذه السيارة أن تصعد مستوى مائل بزاوية قدرها $24°$ بمعدل 16 cm/s ، بينما يمكنها الحركة على منضدة أفقية بمعدل 39 cm/s . إذا علمت أن قوة الاحتكاك المعوقة للحركة تساوي kv ، حيث k مقدار ثابت و v مقدار سرعة السيارة ، فما هي زاوية ميل مستوى مائل تستطيع السيارة صعوده بسرعة مقدارها 28 m/s ؟

■■ 68 ـ حرر النظام المبين بالشكل م2-5 من السكون ، وبعد أن صعدت الكتلة اليمنى مسافة قدرها 72 cm قطع الحبل الذي يحمل الكتلة 0.5 m . ما مقدار سرعة الكتلة اليمنى عند عودتها إلى موضعها الابتدائي ؟



شكل م2-5

■■ 69 ـ تحرك قالب إلى أعلى على مستوى مائل زاويته $30°$ تحت تأثير قوة أفقية (غير موازية للمستوى المائل) مقدارها 45 N . اعتبر أن معامل الاحتكاك يساوي 0.12 وأن القالب قد تحرك إلى أعلى على المستوى المائل مسافة قدرها 1.8 m . (أ) أوجد الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة ، (ب) الشغل المبذول بواسطة الجاذبية ، (جـ) الشغل المبذول بواسطة الاحتكاك ، (د) التغير في طاقة حركة القالب .

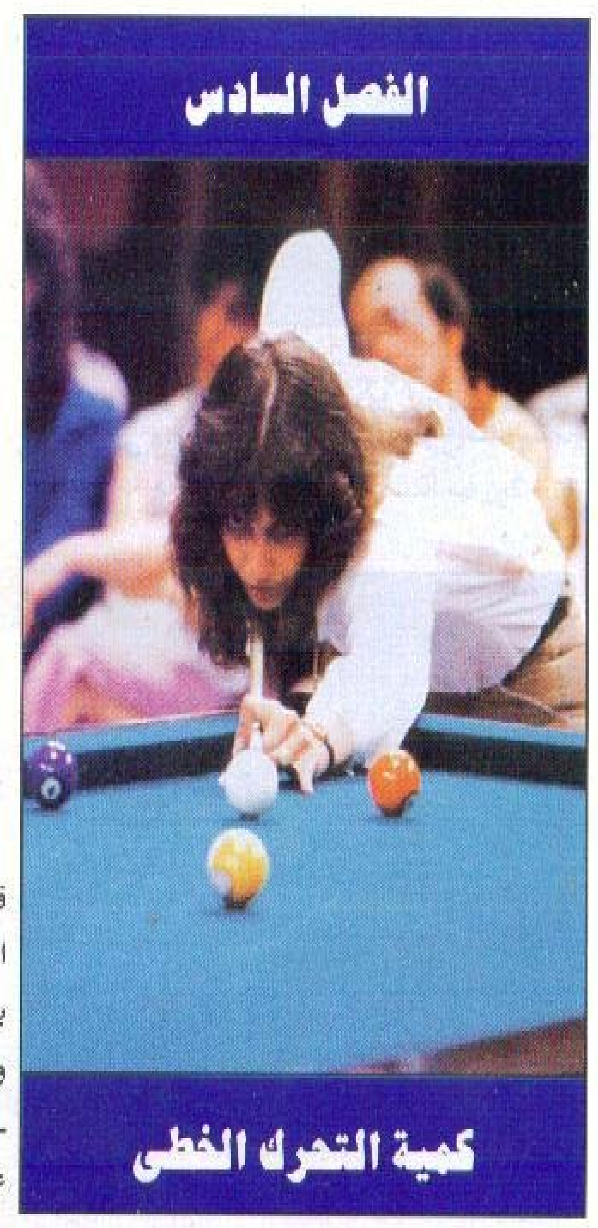
■ 70 ـ جاك وجيل لاعبا سيرك كتلتهما الكلية 120 kg . بدأ اللاعبان تأرجحًا طوله 5 m عندما كان الحبل المتصل بالأرجوحة يصنع في البداية زاوية قدرها $36°$ مع الأفقي . وعند قاع القوس قفز جيل من الأرجوحة . فإذا كانت كتلة جيل 52 kg ، فما أقصى ارتفاع يصل إليه جاك في نهاية التأرجح ؟

■ 71 ـ سقطت إحدى هواة السباحة في الهواء وكتلتها 60 kg من السكون من ارتفاع قدره 2400 m فوق سطح الأرض . وبعد أن قطعت الفتاة أول 1000 m وصلت سرعتها إلى قيمة ثابتة مقدارها 60 m/s . (أ) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة المقاومة الهوائية خلال أول 1000 m ؟ (ب) ما مقدار الشغل الذي تبذله هذه القوة خلال مسافة تالية مقدارها 800 m ؟

72 ـ يستطيع محرك نفاث بذل قوة (تسمى دفع المحرك) مقدارها 50,000 lb عندما يكون صمام الخنق في وضع الفتح التام . إذا كانت الطائرة متحركة بمعدل 240 km/h عند الإقلاع ، فما مقدار القدرة التي يولدها المحرك بالواط وبالقدرة الحصانية ؟

■ 73 ـ شخص كتلته 72 kg يستهلك 420 W من القدرة عندما يمشي على سير متحرك بسرعة مقدارها 2.0 m/s . وعندما يكون السير مائلاً ومتحركاً بنفس مقدار السرعة ترتفع القدرة المستهلكة إلى 640 W . بفرض أن كل الزيادة في خرج القدرة يستهلك في التغلب على قوة الجاذبية ، أوجد زاوية ميل السير .

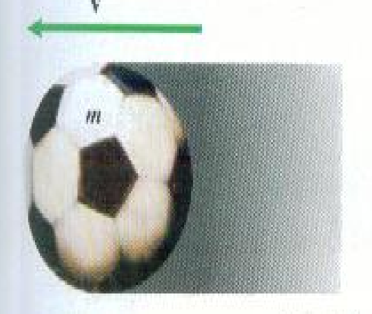
■ 74 ـ أطلق مقذوف ناري كتلته 0.5 kg أفقيًا بسرعة ابتدائية مقدارها 2.0 m/s قمة مبنى ارتفاعه 100 m . أوجد (أ) الشغل المبذول بواسطة الجاذبية على المقذوف ، (ب) التغير في طاقة الحركة اعتبارًا من لحظة إطلاق المقذوف ، (جـ) طاقة الحركة النهائية للمقذوف ؛ وذلك في اللحظة السابقة لاصطدام المقذوف بالأرض مباشرة .



قانون بقاء الطاقة الذى نوقش فــى الفصـل السـابق ليـس قـانون البقاء الوحيد الذى تخضع له الطبيعة . المثال الثانى هـو قـانون بقاء كمية التحرك الخطى ، وهذا سيكون موضوع الفصل الحالى . وسـوف نـرى أن هذا القانون نتيجة مباشرة لقانون نيوتن الثالث ـ قانون الفعل ورد الفعل ، كما سنتعرض لمناقشة بعـض تطبيقاتـه على عمليات التصادم والمحركات الصاروخية . علاوة على ذلك سوف نـعرف مركز كتلة نظام من الأجسام ونناقش أهـمية هـذا المفهوم . كذلك سوف نثبت كمية التحرك الخطى وقانون بقائها . أنهما أداتان مفيدتان للغاية عند استمرارنا فـى دراسـة قوانين الفيزياء .

6-1 مفهوم كمية التحرك الخطى

كلنا يعلم من خبرته العامة أن الأجسام المتحركة لـها خاصية تمكنها من التأثير بقوة معينة على أى شخص أو أى شىء يحاول إيقافها . وكلما كانت سرعة الجسم أكبر كلما كان من الصعب إيقافه . علاوة على ذلك ، كلما زادت كتلة الجسم كلمـا زادت صعوبـة إيقافه . فمثلاً ، من السـهل إيقاف دراجـة متحركـة بسـرعة مقدارهـا 2 m/s ، ولكـن إيقاف سيارة متحركة بنفس مقدار السرعة ليس بهذه الدرجة من السهولة . وقـد أطلـق نيوتن على هذه الخاصية للجسم المتحركة اسم **كمية الحركة** ، ولكنها تسمى اليوم **كمية التحرك الخطى** للجسم المتحرك .



شكل 6-1 :
كمية التحرك الخطى لهذا الجسم تساوى mv وهى كمية متجهة .

تعرف كمية التحرك الخطى بالطريقة الآتية . تأمل كرة القدم الموضحة بالشكل 6-1 ، ولنفرض أن كتلتها m وسرعتها $\mathbf{v}$. بالنسبة إلى هذه الكرة

$$\text{كمية التحرك الخطى} = \mathbf{p} = m\mathbf{v} \qquad (6\text{-}1)$$

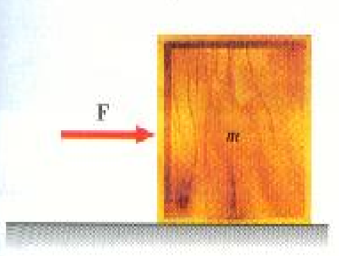
حيث $\mathbf{p}$ هو الرمز المستخدم لكمية التحرك الخطى . ونظرًا لأن كمية التحرك الخطى كمية مشتقة فإن وحداتها تستنتج من تعريفها ؛ وهذه الوحدات هى kg.m/s فى نظام الوحدات SI . هذه حالة لم يُعط فيها اسم خاص لوحدة مشتقة .

لاحظ أن كمية تحرك جسم تكون كبيرة إذا كانت كتلته كبيرة وسرعته كبيرة . كذلك تبين معادلة تعريف كمية التحرك أنها كمية متجهة ، وأن اتجاهها هو نفس اتجاه سرعة الجسم $\mathbf{v}$. لاحظ أخيرًا أن كلاً من كمية التحرك الخطى وطاقة الحركة يعتمدان على كتلة الجسم ومقدار سرعته . هذا ويرتبط مقدار كمية تحرك الجسم بطاقة حركته بالطريقة البسيطة الآتية :

$$\text{KE} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \quad \text{و} \quad P^2 = 2m(\text{KE}) \qquad (6\text{-}2)$$

6-2 قانون نيوتن الثانى بصيغة أخرى

هناك علاقة هامة بين صافى القوة المسلطة على جسم والتغير فى كمية التحرك الخطى الناتج عن هذه القوة . فعندما يؤثر على الجسم صافى قوة معين $\mathbf{F}$ فإنه يتسارع ؛ أى أن سرعته تزداد وبالتالى تزداد كمية تحركه . لندرس الآن هذه العلاقة لنرى كيف يبدو قانون نيوتن الثانى عند كتابته بدلالة كمية التحرك الخطى .



شكل 6-2 :
صافى القوة المؤثرة $\mathbf{F}$ يسبب زيادة كمية التحرك الخطى لصندوق الشحن . كمية التحرك الخطى لها اتجاه ، وتكون الزيادة فى كمية التحرك الخطى فى اتجاه $\mathbf{F}$.

تأمل صندوق شحن كتلته m كالمبين بالكل 6-2 . حيث أن الصندوق يقع تحت تأثير القوة $\mathbf{F}$ فإنه يكتسب عجلة ولتكن $\mathbf{a}$ ؛ وبتطبيق قانون نيوتن الثانى يمكن كتابة $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

وباستخدام تعريف العجلة $\mathbf{a} = (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0)/t$ تتحول المعادلة $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ إلى الصورة :

$$\mathbf{F} = \frac{m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0)}{t}$$

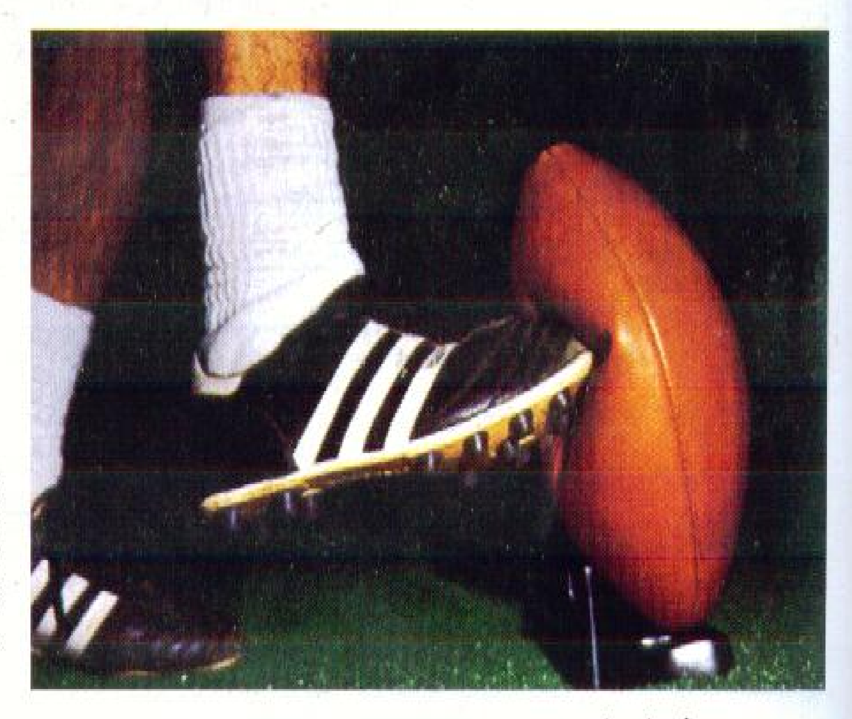
وهذه يمكن كتابتها كما يأتى :

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{t} \quad \text{أو} \quad \frac{m\mathbf{v}_f - m\mathbf{v}_0}{t} \qquad (6\text{-}3)$$

حيث $\Delta\mathbf{p}$ التغير الحادث فى كمية التحرك الخطى خلال الزمن t . وبهذه الطريقة إذن أمكننا ربط صافى القوة المؤثرة على جسم بالتغير فى كمية تحركه الخطى .

المعادلة (6-3) فى الواقع هى الصورة التى صاغ بها نيوتن قانونه الثانى وليس $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. بأسلوب آخر ، تفيد المعادلة (6-3) أن صافى القوة المؤثر على جسم يساوى المعدل

الزمني لتغير كمية تحركه الخطي . ولكن يفضل في بعض المواقف استخدام المعادلة (3-6) وليس $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ لأن المعادلة الأخيرة تنطبق فقط عندما تكون كتلة الجسم ثابتة . ففي الوقت الحالي على سبيل المثال كثيرًا ما تعجل الجسيمات الذرية إلى سرعات عالية جدًا تؤدى إلى زيادة كتلتها . (كان أينشتين أول من تنبأ بهذه الظاهرة في نظرية النسبية ، انظر الفصلين الرابع والخامس والعشرين) . في مثل هذه المواقف تكون المعادلة (3-6) صحيحة ، بينما لا تكون $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ صحيحة ، وعليه يكون من الضروري استخدام قانون نيوتن الثاني في صورة المعادلة (3-6) طالما كانت كتلة الجسم المتسارع متغيرة . هذا وسنناقش في جزء لاحق من هذا الفصل أحد المواقف التي تكون فيه الكتلة متغيرة ، وهو على وجه التحديد حالة الصاروخ والدفع النفثي .



هذه الصورة الفوتوغرافية التقطت بسرعة عالية لتبين القوة اللحظية التي يؤثر بها قدم اللاعب على الكرة . حاصل ضرب هذه القوة في زمن تأثيرها هو الدفع المعطى للكرة ويساوى التغير في كمية تحركها .

قد يستلزم الأمر أحيانًا تطبيق مفهوم التغير في كمية التحرك على مواقف لا تكون القوة فيها ثابتة . فمثلاً ، لنفرض أن مضربًا يضرب كرة كتلتها m فيغير سرعتها من $\mathbf{v}_0$ إلى $\mathbf{v}_f$ خلال زمن تلامس الكرة مع المضرب t . في هذه الحالة علينا استخدام المعادلة (3-6) لتعريف القوة المتوسطة $\overline{\mathbf{F}}$ المؤثرة على الكرة بواسطة المضرب . وبضرب طرفي المعادلة في t نجد أن :

$$\overline{\mathbf{F}}t = \Delta \mathbf{p} \qquad (6\text{-}4)$$

هذه المعادلة تتحول في حالة المضرب والكرة إلى الصورة :

$$\overline{\mathbf{F}}t = m\mathbf{v}_f - m\mathbf{v}_0$$

حاصل الضرب $\overline{\mathbf{F}}t$ يسمى **دفع القوة** . ونظرًا لأن التغير في كمية التحرك يمكن قياسه بسهولة كبيرة ، من الممكن إيجاد قيمة الدفع بالرغم من صعوبة تعيين القوة المتوسطة وزمن التلامس .

مثال توضيحى 1-6 :

سيارة كتلتها 1500 kg تتحرك فى خط مستقيم وتخفض مقدار سرعتها من 20 m/s عند النقطة A إلى 15 m/s عند B خلال 3.0 s . ما مقدار القوة المتوسطة المعوقة لحركتها ؟

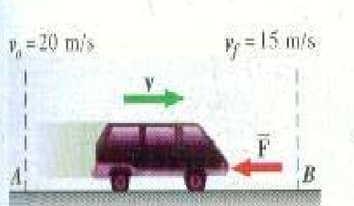
استدلال منطقى :

باستخدام قانون نيوتن الثانى مصاغاً بدلالة كمية التحرك ، المعادلة (3-6) يمكن كتابة :

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{m\mathbf{v}_f - m\mathbf{v}_0}{t}$$

لنأخذ اتجاه الحركة كاتجاه موجب . إذن $\mathbf{v}_0 = +20$ m/s ، $\mathbf{v}_f = +15$ m/s ، $t = 3.0$ s. وبعد إجراء التعويضات اللازمة نجد أن $\overline{\mathbf{F}} = -2500$ N . (لاحظ أننا استخدمنا إشارتى الزائد والناقص لبيان الاتجاه) . الإشارة السالبة للقوة المتوسطة تبين أنها فى الاتجاه السالب ، وهذه الحقيقة واضحة فى الشكل 3-6 .

تمرين : ما المسافة من A إلى B . **الإجابة** : 52.5 m .



شكل 3-6 :
تستغرق السيارة 3.0 s لقطع المسافة من A إلى B . عين $\overline{\mathbf{F}}$.

مثال 1-6 :

اصطدمت سيارة كتلتها 1200 kg ومقدار سرعتها 20 m/s بشجرة فوصلت إلى السكون خلال مسافة $s = 1.5$ m ؛ (انظر الشكل 4-6) . أوجد متوسط قوة إيقاف الشجرة للسيارة .

استدلال منطقى :

سؤال : ما هى العلاقة بين القوة الموقفة والتغير فى حركة السيارة ؟

الإجابة : لديك الاختيار فى كيفية وصف هذا التغير . يمكن حساب تقاصر السيارة كما سبق . أو استخدام المصطلحات الجديدة لهذا الفصل بأن تقول أن **كمية تحرك** السيارة قد تغيرت ثم تربط القوة مباشرة بهذا التغير .

سؤال : ما قيمة التغير فى كمية تحرك السيارة ؟

الإجابة : $\Delta\mathbf{p} = m\mathbf{v}_f - m\mathbf{v}_0 = 0 - (1200\text{ kg})(20\text{ m/s}) = -24000\text{ kg.m/s}$

لاحظ الإشارة السالبة فهى تبين أن اتجاه التغير فى كمية التحرك مضاد لاتجاه السرعة الابتدائية .

سؤال : ماذا يربط القوة الموقفة بالتغير فى كمية التحرك $\Delta\mathbf{p}$ ؟

الإجابة : دفع القوة يساوى $\Delta\mathbf{p}$ (المعادلة 4-6) .

$$\mathbf{F}t = \Delta\mathbf{p}$$

سؤال : كيف يعين زمن تأثير القوة ؟



شكل 4-6 :
ما مقدار القوة الموقفة للسيارة ؟

الإجابة : إذا لم يكن لدينا معلومات أخرى يمكننا افتراض أن التقاصر ثابت خلال زمن التصادم . ومن ثم يمكن تعيين مقدار السرعة المتوسطة ثم ربطه بمسافة التوقف والزمن :

$\bar{v} = \frac{v_f - v_0}{2} = 10\ m/s$ و $s = \bar{v}t$ ومنه نجد أن :

$$t = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{1.5\ m}{10\ m/s} = 0.15\ s$$

الحل والمناقشة : الآن يمكن حساب متوسطة القوة الموقفة :

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{-24000\ kg.m/s}{0.15\ s} = -1.6 \times 10^5\ N$$

لاحظ مدى كبر هذه القوة (18 طنًا تقريبًا) . لاحظ أيضًا أنها تعتمد اعتمادًا شديدًا على المسافة التى تقطعها السيارة قبل الوصول إلى السكون ؛ إذ تقل القوة بزيادة هذه المسافة . لهذا السبب تصمم مصدات السيارات الحديثة وأجزاء هيكلها الخارجى بحيث « تخضع » أثناء التصادمات وتمتص « الصدمة » بالتالى .

مثال توضيحى 2-6 :

لإيضاح مدى أهمية الأكياس الهوائية فى تقليل الإصابات فى حوادث تصادم السيارات ندرس معًا ما يأتى : بدون الكيس الهوائى أو حزام الأمان لا يتوقف (أو حتى يتباطأ) الجزء العلوى من جسم السائق عند التصادم ، بل إنه يستمر فى الحركة إلى أن يرتطم بعجلة القيادة . وعليه فإن رأس السائق والجزء العلوى من جذعه سوف يصطدم بعجلة القيادة وهو متحرك بنفس سرعة السيارة تقريبًا لحظة حدوث التصادم . افترض أن مسافة التوقف ، أو « الخضوع » ، لعجلة القيادة 1 cm ، وأن الخضوع فى وجود الكيس الهوائى 50 cm ؛ أما عن أنسجة الجسم فيمكن أن يصل الخضوع إلى 5 cm . لنفرض علاوة على ذلك أن النصف العلوى (30 kg) لسائق كتلته 60 kg سوف يرتطم بعجلة القيادة أو الكيس الهوائى بنفس مقدار سرعة السيارة وهو 20 m/s . احسب القوة المؤثرة على السائق فى الحالتين .

استدلال منطقى : رأينا فى المثال 1-6 أن متوسط القوة المعوقة أثناء تصادم السيارة يعتمد عكسيًا على المسافة التى تتوقف السيارة خلالها . وقد ذكر أيضًا فى المثال 1-6 أن السيارة تنضغط بقدر كبير نسبيًا (1.5 cm) . أما السائق فإنه لا يبدأ فى التوقف إلا بعد أن يرتطم بعجلة القيادة أو الكيس الهوائى ، ومن ثم لابد أن يتوقف جسم السائق ورأسه خلال مسافة أقصر ، وبالتالى زمن أقصر منه فى حالة السيارة . بالتعويض بالبيانات المعطاة عاليه فى معادلات المثال 1-6 سنجد فى حالة ارتطام جسم السائق بعجلة القيادة أن :

$$t = \frac{0.06\ m}{10\ m/s} = 0.0006\ s$$

أى أن الجسم يجب أن يتوقف خلال 6 ms ! هذا يتطلب قوة متوسطة قدرها :

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{0-(30\ \mathrm{kg})(20\ \mathrm{m/s})}{0.0006\ \mathrm{s}} = -1.0\times10^{5}\ \mathrm{N}$$

هذه القوة أكبر قليلاً من 11 طنًا !

وللكيس الهوائى :

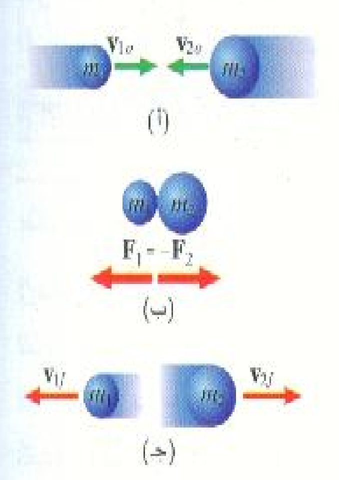
$$t = \frac{0.56\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m/s}} = 0.056\ \mathrm{s}$$

وتكون القوة المتوسطة فى هذه الحالة :

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{0-(30\ \mathrm{kg})(20\ \mathrm{m/s})}{0.56\ \mathrm{s}} = -1.1\times10^{4}\ \mathrm{N}$$

هذه القوة ، وتساوى 1.25 طنًا تقريبًا ، مازلت كبيرة ، ولكن عند توزيعها على مساحة الجسم الملامس للكيس الهوائى سيكون تأثيرها مماثل لتأثير القوة التى يتعرض لها الجسم عندما يغطس على عمق قدره 15 ft تحت الماء .

6-3 قانون بقاء كمية التحرك الخطى



شكل 6-5 : عندما يتصادم الجسيمان فى الجزء (أ) تكون القوة المؤثرة على أحدهما مساوية للقوة المؤثرة على الآخر فى المقدار ومضادة لها فى الاتجاه ، كما فى الجزء (ب) . بأخذ هذه الحقيقة فى الاعتبار ، ماذا تستطيع أن تقوله عن كميتى التحرك فى (جـ) مقارنتين بقيمتيهما فى (أ) ؟

رأينا فى الفصل الخامس أن الطاقة محفوظة وأن معرفة ذلك هام جدًا فى فهم العالم من حولنا . وسوف نثبت الآن أن كمية التحرك الخطى تخضع أيضًا لقانون بقاء مماثل .

لندرس تصادم الجسمين الموضحين بالشكل 5-6أ . هذان الجسيمان قد يكونا كرتين أو جزئيين أو أى جسمين آخريين . ونحن نعلم من قانون نيوتن الثالث أن الجسيمين يؤثران أحدهما على الآخر بقوتين متساويتين فى المقدار ولكنهما متضادتين فى الاتجاه . سنقوم الآن بحساب التغير فى كمية تحرك الجسيم الأيسر فى الشكل 5-6 نتيجة للتصادم . من المعادلة (3-6) ، أى قانون نيوتن الثانى مصاغًا بدلالة كمية التحرك ، نجد أن **القوة المتوسطة** هى :

$$\overline{\mathbf{F}}_1 t = m_1\mathbf{v}_{1f} - m_1\mathbf{v}_{1o} = \Delta\mathbf{p}_1$$



التصادمات التى تحدث بين اللاعبين فى المباريات الرياضية غير مرنة جزئيًا . لاحظ تشوه اللاعبين المتصادمين مما يوضح أن بعض الطاقة قد امتص امتصاصًا داخليًا .

وبالمثل ، بالنسبة للجسيم الأيمن :

$$\overline{\mathbf{F}}_2 t = m_2\,\mathbf{v}_{2f} - m_2\,\mathbf{v}_{20} = \Delta\mathbf{p}_2$$

الفترة الزمنية t تظهر فى كلتى المعادلتين لأن هذه الفترة الزمنية التى تتلامس خلالها الكرتان إحداهما مع الأخرى . بجمع هاتين المعادلتين نحصل على :

$$(\overline{\mathbf{F}}_1 + \overline{\mathbf{F}}_2)(t) = (m_1\,\mathbf{v}_{1f} - m_1\,\mathbf{v}_{10}) + (m_2\,\mathbf{v}_{2f} - m_2\,\mathbf{v}_{20}) \qquad (6\text{–}5)$$

$$= \Delta\mathbf{p}_1 + \Delta\mathbf{p}_2 = \Delta\mathbf{p}_{tot}$$

حيث تعرف كمية التحرك الكلية للنظام كما يأتى :

$$\mathbf{P}_{tot} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$$

وحيث أن متجه $\mathbf{F}_1$ ، أى قوة الفعل ، تساوى قوة رد الفعل $\mathbf{F}_2$ فى المقدار وتضادها فى الاتجاه ، إذن $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ ، وبذلك يكون الطرف الأيسر للمعادلة (6–5) صفرًا . وعليه :

$$\Delta\mathbf{P}_{tot} = 0$$

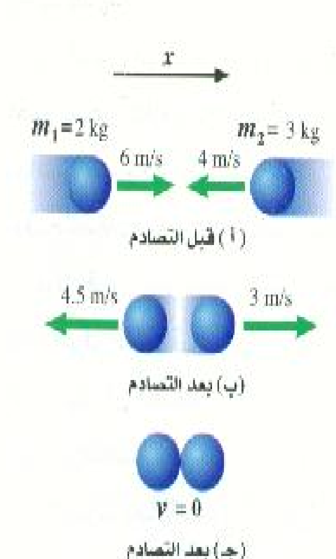
معنى هذه المعادلة بالألفاظ أن كميتى التحرك المنفردتين للنظام يمكن أن يتغيرا ، ولكن فقط بحيث تظل كمية التحرك الكلى محفوظة :

$$\Delta\mathbf{p}_1 = -\Delta\mathbf{p}_2$$

من الممكن تعميم هذا الخط فى التفكير على الأنظمة الأكثر تعقيدًا . ولتحقيق ذلك فإننا نعرف ما يسمى **بالنظام المعزول** كما يلى : النظام المعزول هو مجموعة من الأجسام محصلة القوى المؤثرة عليها من الخارج صفرًا . وفى مثل هذه المجموعة (أو النظام) من الأجسام إذا وقع أحد الأجسام تحت تأثير قوة ما ، يجب أن تؤثر قوة أخرى مساوية لها فى المقدار ومضادة لها فى الاتجاه على جسم آخر فى المجموعة . ونتيجة لذلك فإن التغير فى كمية التحرك الكلية لمجموعة الأجسام ككل يساوى الصفر دائمًا . هذه الاعتبارات تنطبق على أى نظام معزول ، ويمكن تلخيصها فيما يسمى **بقانون بقاء كمية التحرك الخطى** كما يلى :

كمية التحرك الخطى الكلية لنظام معزول ثابتة .

وحتى إذا لم يكن النظام المعنى بالدراسة معزولاً فإن هذا القانون يظل نافعًا ومفيدًا فى حالات كثيرة . فمثلاً ، عند تصادم سيارتين سوف يسبب تزحلق العجلات على الطريق المرصوف ظهور قوى خارجية غير متزنة تؤثر على النظام المكون من السيارتين . وعادة تكون القوى التى تؤثر بها إحدى السيارتين على الأخرى حتى فى هذه الحالة أكبر كثيرًا من قوى التزحلق المؤثرة على الطريق . وعليه فإن التغيرات الكبيرة فى كمية التحرك التى تحدث فى لحظة التصادم تنشأ كلها تقريبًا كنتيجة للقوة التى تؤثر بها إحدى السيارتين على الأخرى . وهكذا فإن قانون بقاء كمية التحرك الخطى ما زال من الممكن تطبيقه على النظام المكون من السيارتين فى لحظة التصادم بالرغم من أن النظام ليس معزولاً تمامًا .



شكل 6–6 : الموقفان الموضحان فى (ب) و (جـ) هما نتيجتان محتملتان من الناحية الفيزيائية لتصادم الجسمين الموضحين فى (أ) . فى كلتا الحالتين لابد أن تكون كمية التحرك الكلى للنظام قبل التصادم مساوية لكمية التحرك بعد التصادم ، وصفرًا على وجه التحديد . وعليه فإن كمية التحرك محفوظة بالرغم من أن طاقة الحركة ليست كذلك .

عند تطبيق قانون بقاء كمية التحرك يجب أن نتذكر أن كمية التحرك كمية متجهة ولتوضيح أهمية ذلك ، لنرجع إلى الشكل 6-6 . إذا أخذنا اتجاه المحور x اتجاها موجبًا ، يمكن كتابة كمية التحرك الكلية قبل التصادم (شكل 6-6أ) على الصورة :

$$\text{كمية التحرك قبل التصادم} = m_1 \mathbf{v}_{10} - m_2 \mathbf{v}_{2f}$$

$$= (2\ \text{kg})(6\ \text{m/s}) + (3\ \text{kg})(-4\text{m/s})$$

$$= 12 - 12 = 0$$

حيث $\mathbf{v}_{20}$ سالبة إذ أن $\mathbf{v}_{20}$ فى الاتجاه السالب للمحور x . وبالرغم من أن كلاً من الجسمين كان له كمية تحرك قبل التصادم فإن كمية التحرك الكلى للنظام صفر . هذه بالطبع حالة خاصة جدًا تم اختيارها لأنها توضح بطريقة درامية مثيرة أن كمية التحرك كمية متجهة . ومع ذلك فإن هذه الحالة الخاصة التى تكون فيها كمية التحرك الكلى صفرًا لها أهميتها من نواح متعددة أخرى .

ماذا يحدث بعد التصادم ؟ يخبرنا قانون بقاء كمية التحرك الخطى أن كمية تحرك هذا النظام المعزول لا تتغير نتيجة للتصادم . وعليه ، لابد أن تكون كمية التحرك بعد التصادم صفرًا فى هذه الحالة ؛ ولإثبات ذلك يمكن استخدام الطريقة الموضحة بالشكل 6-6ب . لاحظ أن مقدار كمية تحرك كل من الجسمين 9 kg.m/s ، ولكن كمية التحرك موجبة لأحد الجسمين وسالبة للآخر . هذا بالتأكيد أحد الحلول الممكنة للمسالة لأن كمية التحرك محفوظة . ومع ذلك فلنا الحق أن نتساءل عما إذا كان هذا هو الحل الوحيد للمسألة .

من السهل إثبات أن الحل الموضح فى الشكل 6-6ب ليس ما يحدث فى حالة خاصة معينة . لنفرض أن أحد الجسمين يحمل قطعة من العلك (اللبان) ملتصقة على الجانب الذى يحدث فيه التصادم . إذا كان العلك لزجًا بدرجة كافية فإن الجسمين سوف يلتصقان معًا بعد التصادم . ماذا يمكن أن يفعله الجسمان بعد التصاقهما معًا ؟

طبقًا لقانون بقاء كمية التحرك هناك إجابة واحدة فقط فى هذه الحالة . فحيث أن كمية تحرك النظام قبل التصادم تساوى صفرًا فإنها يجب أن تظل صفرًا بعد التصادم . ولكن حيث أن الجسمين قد التصقا الآن معًا فإنهما يجب أن يتحركا كوحدة واحدة وأن تكون سرعتاهما فى نفس الاتجاه . وإذا لم تكن السرعة النهائية للجسمين صفرًا فإن كمية التحرك بعد التصادم لا يمكن أن تكون صفرًا كما يتطلب قانون بقاء كمية التحرك . إذن ، عند تصادم الجسمين فى هذه الحالة فإنهما سوف يلتصقان معًا ويتوقفان نهائيًا عن الحركة . ونتيجة لذلك سوف تفقد طاقة حركة الجسمين المتصادمين فى هذه الحالة أثناء التصادم ، حيث يظهر الجزء الأكبر من طاقة الحركة المفقودة فى صورة طاقة حرارية لقطعة العلك .

الموقف المبين فى الشكل 6-6 يوضح فرقًا هامًا بين بقاء كمية التحرك الخطى وبقاء الطاقة . فطاقة الحركة وحدها ليس من الضرورى أن تظل محفوظة لأن هناك أنواعًا كثيرة من الطاقة يمكن أن تتحول إليها طاقة الحركة بحيث تظل طاقة الحركة الكلية

محفوظة ، ولكن هناك نوعًا واحدًا فقط من كمية التحرك الخطى ، وبذلك لا يمكن أن يتحول إلى صورة أخرى . وهكذا فإن بقاء كمية التحرك الخطى ينطبق دائمًا على الأنظمة المعزولة ، ولكننا لا يمكن أن نقول ذلك عن طاقة الحركة .

مثال 6-2 :

الشكل 7-6 يمثل تصادم شاحنة كتلتها 3.00×10^4 kg متحركة بمعدل قدره 10.0 m/s مع سيارة كتلتها 1200 kg تتحرك فى الاتجاه المضاد بسرعة مقدارها 25.0 m/s . فإذا التصقت السيارتان بعد التصادم ، فبأى سرعة وفى أى اتجاه تتحركان ؟

I

استدلال منطقى :

سؤال : مم يتكون النظام المعزول فى هذا الموقف ؟

الإجابة : طبقًا للمناقشة السابقة يمكن إهمال القوى المتبادلة بين الطريق والسيارة وبين الطريق والشاحنة بالنسبة للقوى المتولدة نتيجة للتصادم . وعليه يمكن معاملة السيارة والشاحنة كنظام معزول أثناء التصادم .

سؤال : ما هو المبدأ الذى ينطبق على التصادم ؟

الإجابة : قانون بقاء كمية التحرك الخطى . ولكن لا يمكن افتراض أن طاقة الحركة محفوظة لأن مثل هذا المبدأ غير موجود .

سؤال : ما قيمة كمية تحرك النظام قبل التصادم ؟

الإجابة : باعتبار أن اتجاه سرعة الشاحنة موجبًا ، نجد أن :

$$(\mathbf{P}_i)_{truck} = (3.00 \times 10^4 \text{ kg})(+10.0 \text{ m/s}) = +3.00 \times 10^5 \text{ kgm/s}$$

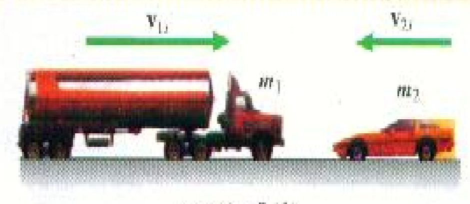
$$(\mathbf{P}_i)_{car} = (1.20 \times 10^3 \text{ kg})(-25.0 \text{ m/s}) = -3.00 \times 10^4 \text{ kgm/s}$$

$$= -0.300 \times 10^5 \text{ kgm/s}$$

إذن :

$$(\mathbf{P}_i)_{tot} = +2.70 \times 10^5 \text{ kgm/s}$$

سؤال : ما معادلة كمية التحرك الخطى بعد التصادم ؟



(أ) قبل التصادم



(ب) بعد التصادم

شكل 7-6 :

كمية التحرك محفوظة فى هذا التصادم بالرغم من أن طاقة الحركة غير محفوظة . أين ذهب الجزء الأعظم من طاقة الحركة فى رأيك ؟

الإجابة : السيارة والشاحنة قد التصقا معًا بعد التصادم ، وعليه فإن لـهما نفس السرعة $\mathbf{v}_f$. وحيث أن الكتلة تساوى مجموعة كتلتيهما ، إذن :

$$(\mathbf{P}_f)_{tot} = (3.00 \times 10^4 \text{ kg} + 12.0 \times 10^3 \text{ kg})\mathbf{v}_f = (3.12 \times 10^4 \text{ kg})\mathbf{v}_f$$

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها بتطبيق قانون بقاء كمية التحرك ؟

الإجابة : $(3.12 \times 10^4 \text{ kg})\mathbf{v}_f = +2.70 \times 10^5 \text{ kgm/s}$

الحل والمناقشة : بحل المعادلة السابقة بالنسبة إلى $\mathbf{v}_f$ نحصل على :

$$\mathbf{v}_f = \frac{2.70\times10^5 \text{ kgm/s}}{3.12\times10^4 \text{ kg}} = +8.65 \text{ m/s}$$

الإشارة + تعنى أن الحطام يتحرك فى نفس اتجاه الشاحنة . من الطبيعى أن هذه القيمة تمثل مقدار السرعة بعد التصادم مباشرة ، ولكن قوى الاحتكاك سـوف تسبب تناقصها إلى أن يصل الحطام إلى السكون . تذكر أيضًا أن السيارة والشاحنة « تضـرب » إحداهما الأخرى بنفس القوة . وحيث أن كتلة السيارة أصغر من الشاحنة فإن التغير فى سرعتها سيكون أكبر مما فى حالة الشاحنة .

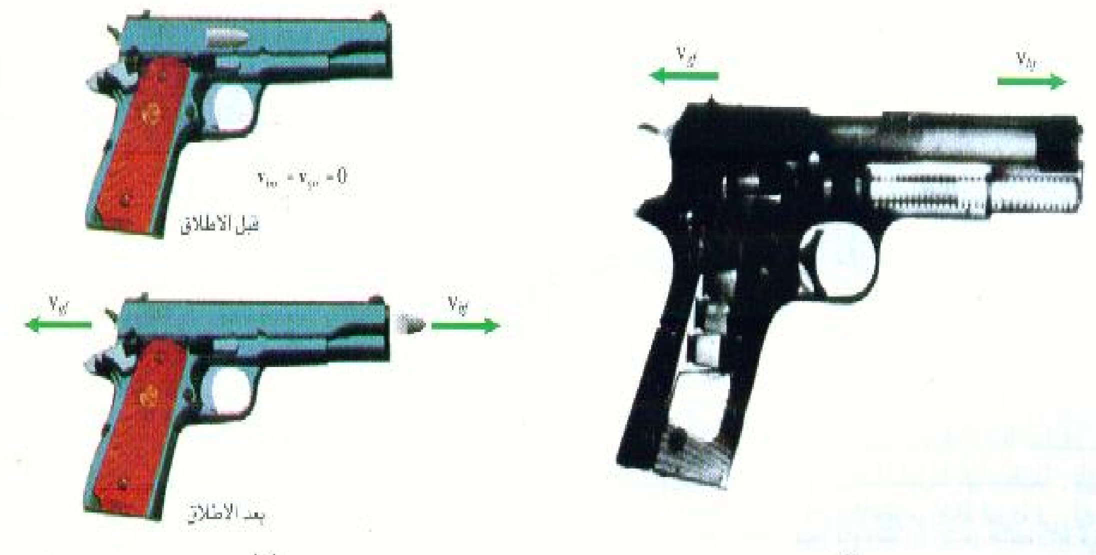
تمرين : أوجد التغير فى كمية تحرك كل من السيارة والشاحنة . **الإجابة** :

$$\Delta P_{car} = +4.04 \times 10^4 \text{ kg m/s}, \Delta P_{truck} = -4.04 \times 10^4 \text{ kg m/s}$$

مثال 6-3 :

يمثل الشكل 8-6أ صورة بالأشعة السينية لمسدس بعد انطلاق رصاصة مباشرة . (يمكنك أن ترى الرصاصة فى ماسورة المسدس إذا أمعنت النظر) . تسبب الغازات الساخنة الناتجة عن انفجار البارود تسارع الجزء المقذوف من الرصاصة فى ماسورة المسدس إلى الخارج . فإذا كانت M كتلة المسدس ، m كتلة الرصاصة ، وكانت $\mathbf{v}_{bf}$ سرعة خروج الرصاصة ، أوجد سرعة ارتداد المسدس .

شكل 8-6 :
كمية تحرك المسدس قبل إطلاقـه تساوى صفرًا ، وعليه فإن مجموع كميتى التحـرك لابد أن يساوى صفرًا بعد إطلاق المسـدس (هيوليت - باكارد) .



1

استدلال منطقى :

سؤال : ما هو النظام الممكن اختياره كنظام معزول ؟

الإجابة : المسدس والرصاص بداخله يمثل نظامًا معزولاً بالرغم من أنه محمول فى اليد . فى لحظة إطلاق المسدس تكون القوى المتولدة نتيجة لانفجار البارود أكبر كثيرًا من القوة التى تؤثر بها اليد على النظام . والمطلوب هو إيجاد سرعة الارتداد عند هذه اللحظة .

سؤال : ما هى الكمية الفيزيائية المحفوظة أثناء الانفجار ؟

الإجابة : ينطبق هنا قانون بقاء كمية التحرك الخطى ، بالرغم من أن الانفجار يؤدى إلى خلق طاقة حركة . ذلك أن كمية التحرك الخطى يجب أن تكون دائمًا محفوظة طالما لم تؤثر على النظام قوى خارجية .

سؤال : ما قيمة كمية تحرك النظام قبل إطلاق المقذوف ؟

الإجابة : صفر ، لأن المسدس والرصاص فى حالة سكون .

سؤال : ما معادلة كمية التحرك بعد الإطلاق مباشرة ؟

الإجابة : باستخدام التمثيل الاتجاهى :

$$\mathbf{P}_{tot} = M\mathbf{v}_{gf} + m\mathbf{v}_{bf}$$

سؤال : على أى معادلة نحصل نتيجة لتطبيق قانون بقاء كمية التحرك الخطى ؟

الإجابة : بمساواة كميتى التحرك الخطى قبل الإطلاق وبعده نجد أن :

$$M\mathbf{v}_{gf} + m\mathbf{v}_{bf} = 0$$

الحل والمناقشة : بحل المعادلة جبريًا نجد أن سرعة ارتداد المسدس هى :

$$\mathbf{v}_{gf} = -\frac{m}{M}\,\mathbf{v}_{bf}$$

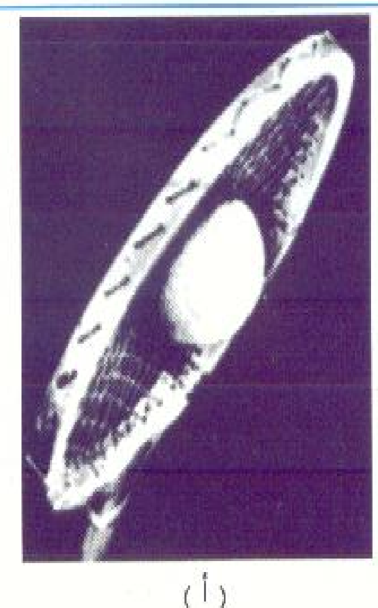
الإشارة السالبة تبين أن اتجاه الارتداد مضاد لاتجاه حركة الرصاصة . كلما زادت كتلة المسدس كلما قل مقدار سرعة ارتداده .

تمرين : ما مقدار سرعة ارتداد بندقية كتلتها 2 kg عند إطلاقها لرصاصة كتلتها 7 g من الفوهة بسرعة مقدارها $500\ m/s^2$ ؟ . **الإجابة :** 1.75 m/s .

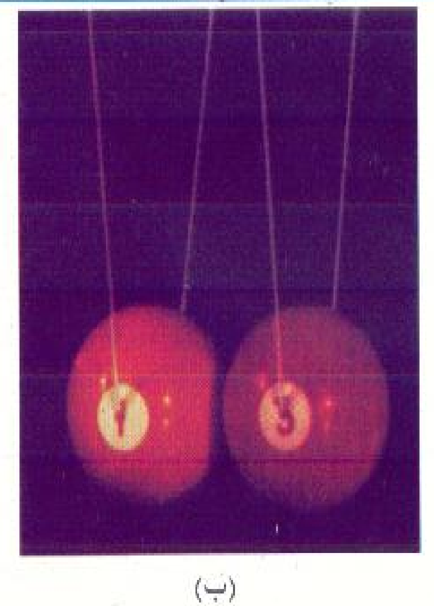
6-4 التصادمات المرنة وغير المرنة

تفقد طاقة الحركة فى تصادمات كثيرة . فمثلاً ، عند تصادم الجسمين فى الموقف المبين بالشكل 6-6جـ فإنهما يسكنان بعد التصادم وتتحول طاقة حركتهما كلها إلى بعض صور الطاقة الأخرى عند التصادم . وبالمثل فعند تصادم سيارتين يفقد جزء من طاقة حركتهما الأصلية أثناء بذل الشغل فى تشويه السيارتين . ويسمى أى تصادم تفقد أثناءه طاقة الحركة **بالتصادم غير المرن** .

التصادم غير المرن هو تصادم تفقد خلاله طاقة الحركة .



(أ)



(ب)

(أ) مثال لتصادم غير مرن . لاحظ تشوه كرة التنس (ب) تصادم مرن : التصادم لا يشوه سطحى كرتى البلياردو بدرجة محسوسة .

فى حالات خاصة معينة لا تفقد أى طاقة تقريبًا أثناء التصادم . وفى هذه الحالة ، عندما لا يحدث أى فقد لطاقة الحركة ، يقال أن **التصادم مرن تمامًا** (أو تام المرونة) . فالتصادم بين الكرات الصلدة ، ككرات البلياردو ، تصادم تام المرونة تقريبًا . كذلك فإن تصادم الجزيئات والذرات والجسيمات دون الذرية لا ينتج عنه أى فقد فى طاقة الحركة ، ولذا فإنها تصادمات مرنة تمامًا .

التصادم تام المرونة هو تصادم تكون طاقة الحركة فيه محفوظة .

مثال 6-4 :

يمثل الشكل 9-6 تصادم كرة كتلتها 40 g تتحرك إلى اليمين بسرعة قدرها 30 cm/s وتتصادما تصادمًا مستقيمًا (مباشرًا) مع كرة أخرى ساكنة كتلتها 80 g . إذا كان التصادم تام المرونة ، ما سرعة كل من الكرتين بعد التصادم ؟ (نعنى بكلمة « مباشر » أو « مستقيم » أن الحركة تحدث كلها فى خط مستقيم) .

1

$V_{2i}=0$

$V_{1i}=30$ cm/s

40 g

80 g

شكل 9-6 :

إذا كان التصادم المستقيم تصادمًا تام المرونة ، فما هما سرعتا الكرتين بعد التصادم ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما معنى المصطلح « تام المرونة » ؟

الإجابة : هذا يعنى أن كمية التحرك النظام المكون من الكرتين وطاقة حركته محفوظتان أثناء التصادم .

سؤال : ما قيمة كمية التحرك قبل التصادم ؟

الإجابة : الكرة 2 ساكنة وبذلك تكون كمية تحركها صفرًا . أى أن كمية التحرك الكلية للنظام تساوى كمية التحرك الابتدائية للكرة 1 :

$$(\mathbf{P}_{tot})_i = m_1\mathbf{v}_{1i} = (0.040 \text{ kg})(0.30 \text{ m/s}) = 0.012 \text{ kg m/s}$$

حيث يشير الدليل السفلى I للقيم الابتدائية . بالرجوع إلى الشكل 9-6 يمكننا أن نرى

اتجاه هذا المتجه إلى اليمين (الإشارة الموجبة = إلى اليمين) .

سؤال : ما معادلة كمية التحرك بعد التصادم ؟

الإجابة : باستعمال الحرف f كرمز للقيم النهائية ، إذن :

$$(\mathbf{P}_{tot})_f = (0.40 \text{ kg})\mathbf{v}_{1f} + (0.080 \text{ kg})\,\mathbf{v}_{2f}$$

سؤال : كيف تعلم أن هذه الإشارات صحيحة ؟

الإجابة : إننا لا نعلم ذلك حتى الآن لأننا أعطينا كلا الحدين فى الطرف الأيمن من المعادلة إشارة موجبة ، بمعنى أن هذه المعادلة تفترض أن الكرتين ستتحركان إلى اليمين . وبالنسبة إلى الكرة 1 فهى قد تتباطأ وتستمر فى الحركة إلى اليمين أو ترتد إلى اليسار .

سؤال : كيف نستطيع أن نعلم أى هاتين الحالتين هما ما يحدثان فعلاً ؟

الإجابة : إذا حصلنا على قيمة موجبة للسرعة $\mathbf{v}_{1f}$ يكون اختيارنا صحيحًا ، وإذا كانت سالبة فإن هذا يعنى أن الكرة 1 تتحرك فى الاتجاه المضاد ، أى إلى اليسار . أسوأ ما سوف يحدث إذن ، بصرف النظر عن اختيارنا للاتجاه الموجب ، هو أننا سنحصل على عدد سالب .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من قانون بقاء كمية التحرك الخطى ؟

الإجابة : $(\mathbf{P}_{tot})_i = (\mathbf{P}_{tot})_f$ ومنها نجد أن :

$$0.012 \text{ kg m/s} = (0.040 \text{ kg})(\,\mathbf{v}_{1f} - 2\mathbf{v}_{2f}\,)$$

سؤال : حيث أن لدينا مجهولان ، نحن فى حاجة إلى معادلة ثانية . ما هو المبدأ الآخر الممكن تطبيقه ؟

الإجابة : يفيدنا نص المسألة أن التصادم تام المرونة ، وذلك يعنى أن طاقة الحركة محفوظة . إذن يمكن القول أن :

$$\frac{1}{2}(0.40 \text{ kg})(0.30 \text{ m/s})^2 + 0 = \frac{1}{2}(0.040 \text{ kg})(\mathbf{v}_{1f})^2 + \frac{1}{2}(0.080 \text{ kg})\,(\mathbf{v}_{2f})^2$$

أو

$$0.090 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 2v_{2f}^2 + v_{1f}^2$$

الحل والمناقشة : يمكن حل هاتين المعادلتين بإيجاد $\mathbf{v}_{1f}$ بدلالة $\mathbf{v}_{2f}$ أولاً من معادلة كمية التحرك . لنحذف الوحدات مؤقتًا من المعادلة للتبسيط :

$$\mathbf{v}_{1f} = 0.30 - 2\,\mathbf{v}_{2f}$$

وبتربيع الطرفين :

$$v_{1f}^2 = 0.090 - 1.2v_{2f} + 4v_{2f}^2$$

والآن لنعوض عن هذه الكمية فى معادلة طاقة الحركة :

$$2v_{2f}^2 + (0.090 - 1.2\,v_{2f} + 4v_{2f}^2\,) = 0.090$$

وبتجميع الحدود نحصل على :

$$6v_{2f}^2 - 1.2\, v_{2f} = 0$$

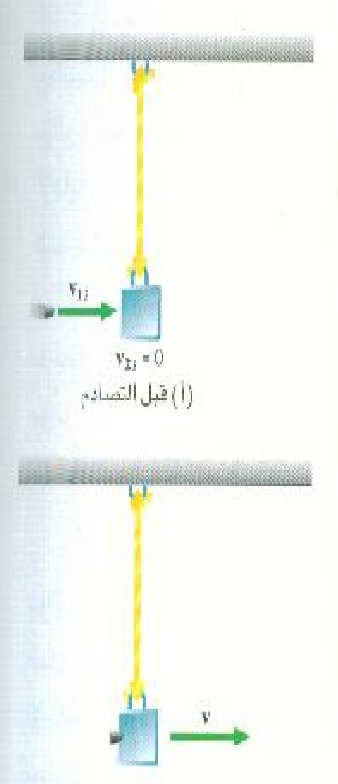
هذه المعادلة التربيعية لها حلان هما $v_{2f} = 0$ و $v_{2f} = 0.20\ \text{m/s}$. بالتعويض بهاتين القيمتين في معادلة كمية التحرك نجد أن :

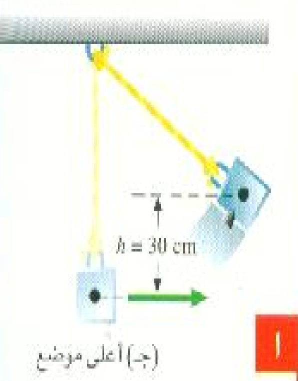
$$v_{1f} = 0.30\ \text{m/s} \qquad \text{و} \qquad v_{1f} = -1.10\ \text{m/s}$$

الزوج الأول من الإجابات ($v_{2f} = 0$ ، $v_{1f} = 0.30\ \text{m/s}$) يعني أن الكرة 1 تستمر في الحركة إلى اليمين مخترقة الكرة 2 الساكنة . هذا حل ممكن **رياضيًا** ولكنه بالطبع مستحيل **فيزيائيًا** . أما الحل الآخر ، وهو الصحيح ، فيبين أن الكرة 1 ترتد إلى الخلف بعد التصادم وتتحرك إلى الشمال بسرعة مقدارها 0.10 m/s أما الكرة 2 فتستمر في الحركة إلى اليمين بسرعة قدرها 0.20 m/s .

سوف نقابل كثيرًا من الأمثلة التي تعطينا فيها المعادلات الرياضية حلولاً ليس لها معنى فيزيائي . مهمتنا في هذه الأحوال أن نقوم بدراسة الموقف الفيزيائي بعناية لنختار الحلول التي لها معنى فيزيائي مقبول . فمثلاً ، قد يكون أحد حلي معادلة تربيعية لزمن طيران مقذوف سالبًا . إذا كنا قد افترضنا في الحل أن إطلاق المقذوف قد حدث في اللحظة $t = 0$ يكون من الواضح أن الزمن السالب ليس له معنى فيزيائي ، ويكون الحل الموجب للزمن t هو الصحيح فيزيائيًا .

تمرين : ما يحدث إذا كانت الكرتان متساويتي الكتلة m ؟ **الإجابة** : **سوف يتبادلان سرعتيهما .**





شكل 10-6 :(جـ) أعلى موضع كمية التحرك هي نفسها في (أ) و (ب) ، ولكن ليس في (جـ) . عند الانتقال من (ب) إلى (جـ) تتحول طاقة الحركة إلى طاقة جهد تثاقلي .

مثال 6-5 :

أطلقت رصاصة كتلتها 10 g بسرعة غير معلومة على قالب خشبي كتلته 2.00 kg معلق في خيط متدل من السقف فاخترقته واستقرت بداخله (شكل 10-6) . وبعد التصادم تأرجح القالب بالرصاصة إلى ارتفاع قدره 30 cm فوق الموضع الأفقي . ما مقدار سرعة الرصاصة قبل التصادم ؟ (هذا الجهاز يسمى البندول الأفقي) .

استدلال منطقي :

سؤال : هل طاقة الحركة محفوظة في هذا الموقف ؟

الإجابة : يمكن القول أنها **غير محفوظة** لأن التصاق الرصاصة بالقالب معناه أن التصادم غير مرن .

سؤال : هل كمية التحرك محفوظة ؟

الإجابة : إذا كان النظام معزولاً فكمية التحرك محفوظة دائمًا . ومن الواضح أن النظام

المعزول هنا هو الرصاصة مع القالب الخشبى فى لحظة التصادم (بالرغم من أن هذا النظام ليس معزولاً حقيقة بسبب وجود قوى الجاذبية المؤثرة عليه والشد فى الخيط فإن هذه القوى تتلاشى رأسيًا فى لحظة التصادم . هذا ليس صحيح فى أى لحظة تالية ، أثناء تأرجح البندول ، ولا تكون كمية التحرك محفوظة) .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من قانون بقاء كمية التحرك الخطى ؟

الإجابة : لحل هذه المسألة جبريًا لنفرض أن كتلة الرصاصة m وكتلة القالب M وبتطبيق قانون بقاء كمية التحرك الخطى نجد أن :

$$mv_{1i} + 0 = (m + M)V$$

حيث v_{1i} مقدار سرعة الرصاصة قبل التصادم ، V سرعة المجموعة (الرصاصة مع القالب) بعد التصادم . لاحظ أن السرعتين مجهولتان كلتاهما .

سؤال : كيف يرتبط الارتفاع بالسرعتين المذكورتين ؟

الإجابة : القوة الوحيدة المؤثرة على النظام بعد التصادم هى قوة الجاذبية . إذن طبقًا لنظرية الشغل والطاقة ، حيث $\Delta TE = 0$ و $W_{net} = 0$ فى هذه الحالة ، تتحول طاقة الحركة التى يكتسبها القالب بعد التصادم مباشرة إلى GPE عند قمة المسار .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من نظرية الشغل والطاقة ؟

الإجابة : $$\frac{1}{2}(m+M)V^2 = (m+M)gh$$

لاحظ أن هذه المعادلة تحتوى على مجهول واحد هو V .

الحل والمناقشة : نوجد V من المعادلة الأخيرة :

$$V = (2gh)^{1/2} = [2(9.8\ m/s^2)(0.30\ m)]^{1/2} = 2.4\ m/s$$

بالتعويض عن V بهذه القيمة فى معادلة كمية التحرك نحصل على v_{1i} :

$$v_{1i} = \frac{(2.000 + 0.010\ kg)(2.4\ kg)}{0.010\ kg} = 490\ m/s$$

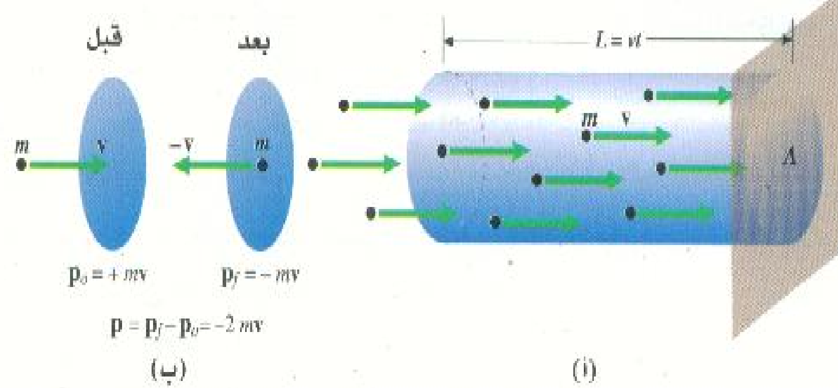
مثال 6-6 :

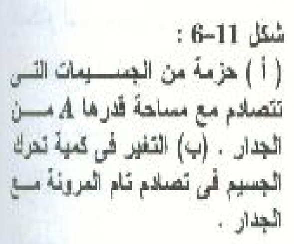
لنفرض أن لدينا حزمة من الجسيمات كتلة كل منها m ومقدار سرعتها v ، وأن هذه الجسيمات تصطدم عموديًا بجدار صلد كما هو مبين بالشكل 11-6أ ، ولنعتبر أن جميع التصادمات مرنة مرونة تامة . لنفرض أيضًا أن عدد الجسيمات فى المتر المكعب من الحزمة n وأن مساحة مقطع الحزمة A . باستخدام صورة قانون نيوتن الثانى مصاغًا بدلالة كمية التحرك ، أوجد تعبيرًا للقوة المتوسطة التى تؤثر بها هذه الحزمة على الجدار .

1

استدلال منطقى :

عند سقوط الجسيم على الجدار سوف يرتد الجسيم فى تصادم تام المرونة .




شكل 11-6 :
(أ) حزمة من الجسيمات التى تتصادم مع مساحة قدرها A من الجدار . (ب) التغير فى كمية تحرك الجسيم فى تصادم تام المرونة مع الجدار .

ولكى يحدث هذا الارتداد لابد أن يؤثر الجدار بقوى معينة على الجسيم ، وطبقاً لقانون نيوتن الثالث ، لابد أن يؤثر الجسيم على الجدار بقوة مساوية فى المقدار ومضادة فى الاتجاه . ومن ثم فإن متوسط القوة المؤثرة على الجدار خلال زمن معين t تساوى عدد التصادمات الحادثة فى هذا الزمن مضروبة فى التغير فى كمية التحرك فى التصادم الواحد .

سؤال : ما معنى « تام المرونة » هنا ؟

الإجابة : هذا يعنى أن طاقة الحركة KE لا تتغير . وبما أن الجدار لا يتحرك أو يتشوه (لأن كتلته مالا نهاية أساسًا بالمقارنة بكتلة الجسيمات) فإن طاقة حركته تساوى الصفر . معنى ذلك أن طاقة الحركة الكلية هى طاقة حركة الجسيمات وحدها ؛ ومن ثم فعندما يضرب الجسيم الجدار بسرعة مقدارها v فإنه لا بد أن يرتد إلى الخلف بنفس السرعة . تذكر أن KE كمية غير متجهة ؛ وذلك يعنى أن طاقة حركة الجسيم بعد التصادم تظل هى نفسها قبل التصادم .

سؤال : إذن ، ما قيمة التغير فى كمية تحرك أى جسيم أثناء التصادم ؟

الإجابة : واضح من الشكل 11-6ب أن كمية تحرك أى جسيم قبل التصادم $+m\mathbf{v}$ وبعد التصادم $-m\mathbf{v}$. وعليه ، **التغير** فى كمية التحرك (تذكر أنه **كمية متجهة**) يكون :

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0 = (-m\mathbf{v}) - (+m\mathbf{v}) = -2m\mathbf{v}$$

تذكر كذلك أن اتجاه القوة المسببة لتغير كمية التحرك هو نفس اتجاه هذا التغير . وفى هذه الحالة $\Delta\mathbf{p}$ سالب ، وبذلك يكون اتجاه $\Delta\mathbf{p}$ ، ومن ثم اتجاه القوة المؤثرة على الجسيم ، **إلى اليسار** ، وتكون القوة التى يؤثر بها الجسيم على الجدار **إلى اليمين** .

سؤال : ما عدد التصادمات التى تحدث فى الثانية ؟

الإجابة : من الشكل 11-6أ يتضح لنا أن كل الجسيمات الموجودة فى أسطوانة طولها $L = vt$ سوف تتصادم مع الجدار خلال الزمن t . حجم هذه الأسطوانة هو $AL = Avt$. وحيث أن n هو عدد الجسيمات لكل متر مكعب ، فإن عدد التصادمات التى تحدث خلال لزمن t هو :

$$N = nAL = nAvt$$

وعليه فإن عدد التصادمات فى الثانية يكون $N/t = nAv$.

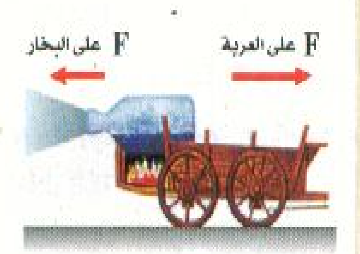
الحل والمناقشة : إذن ، مقدار متوسط القوة التى تؤثر بها الحزمة على الجدار هو :

$$\overline{F} = +(2mv)(nAv) = 2mv^2nA$$

تعرف القوة **لوحدة المساحة** بالضغط (P) :

$$P = \frac{\overline{F}}{A} = 2mv^2n = 4(\text{KE})n$$

حيث KE طاقة حركة الجسيم الواحد . هذا وسوف نستعمل فيما بعد ، فى الفصل العاشر ، نفس هذه الفكرة فى اشتقاق تعبير للضغط الذى يؤثر بها غاز على جدار إناء .



شكل 12–6 :
عربة نفثية الدفع .

6–5 الصواريخ والدفع النفثى

بالرغم من أننا نعتقد أن الصواريخ والمحركات النفاثة أجهزة حديثة نسبيا ، إلا أن نيوتن كان يفهم مبدأ عملها تمامًا . بل أنه ابتكر نظام دفع نفثى كالمبين بالشكل 12–6 وشرح كيف ينطبق قانون بقاء كمية التحرك عليه . وفى هذا النظام يندفع البخار المتكون فى غلاية الماء بسرعة عالية من الجزء الخلفى للمحرك ، ويكون اتجاه كمية تحرك البخار إلى الخلف . وحيث أن كمية التحرك الابتدائية للماء والمحرك صفر ، فإن العربة والمحرك لابد أن يتحركا الآن (أى يرتدا) فى الاتجاه الأمامى بكمية تحرك تساوى كمية تحرك البخار الخارج فى المقدار وتضادها فى الاتجاه .



يستمد الصاروخ دفعه من الغازات المنطلقة بسرعة عالية جدًا من فوهة (منفث) الصاروخ . كمية تحرك هذه الغازات إلى الخلف تساوى كمية التحرك التى يكتسبها مكوك الفضاء إلى الأمام .

وفى كل أنواع الصواريخ والمحركات النفاثة الحديثة يحترق الوقود وتتكون نتيجة لذلك غازات ساخنة جدًا ، وتنطلق هذه الجزيئات الغازية المتحركة بسرعة عالية جدًا من مؤخرة المحرك مثل تيار من الرصاصات المنطلقة من بندقية تكرارية ذات سرعة خيالية . وكما أن البندقية ترتد فى عكس اتجاه حركة الرصاصة المنطلقة ، فإن الصاروخ والطائرة النفاثة ترتدان أيضًا فى الاتجاه المعاكس لحركة الغاز المنطلق . وحيث أن جزيئات الغاز قد اكتسبت كمية تحرك اتجاهها إلى الخلف فإن الصاروخ يجب أن يكتسب كمية تحرك مساوية فى الاتجاه المعاكس (إلى الأمام) لأن كمية التحرك محفوظة :

يبين الفحص الدقيق لهذا النوع من أنظمة الدفع النفثى أن داخل المحرك يوجه الجزيئات الغازية الساخنة بحيث تنطلق مندفعة إلى الخلف أساسًا . ولكن طبقًا لقانون نيوتن الثالث (قانون الفعل ورد الفعل) تبذل هذه الجزيئات قوة فى الاتجاه الأمامى على المحرك ، دافعة الصاروخ بذلك إلى الأمام . هاتان القوتان تحدثان فى داخل المحرك نفسه ، ولا تؤثر على السفينة الفضائية أى قوة من الخارج . وهذا يوضح أن السفينة لا تندفع نتيجة للفعل المتبادل بين الغازات الساخنة والمحيط الجوى الخارجى . والحقيقة أن أداء الصاروخ يكون فى أحسن حالاته فى الفضاء الخارجى حيث لا وجود للهواء . ذلك أن الهواء يتسبب فى نشأة قوة احتكاك تعوق حركة الصاروخ ، ومن ثم فإنه غير مرغوب فيه .

مثال 7-6 :

ارجع إلى البندقية المذكورة فى التمرين التالى للمثال 3-6 . إذا كانت هذه البندقية آلية يمكنها إطلاق 10 طلقات فى الثانية ، عين متوسط قوة الارتداد المؤثرة على البندقية خلال ثانية واحدة .

1

استدلال منطقى :

سؤال : ما الذى يسبب قوة الارتداد هذه ؟

الإجابة : تتسارع الرصاصات منطلقة خارج ماسورة البندقية تحت تأثير القوى الناتجة عن انفجار البارود . وطبقًا لقانون نيوتن الثالث فإن الرصاصات بدورها يجب أن تؤثر على البندقية بقوة مساوية فى المقدار ومضادة فى الاتجاه .

سؤال : ما العلاقة بين هذه القوة وسرعة الرصاصات ؟

الإجابة : تبين المعادلة 4-6 أن متوسط القوة المؤثرة على الرصاصات مضروبة فى الزمن تساوى التغير فى كمية تحرك الرصاصات :

$$\overline{\mathbf{F}}t = \Delta \mathbf{p}_{\text{billets}}$$

سؤال : ما الزمن الذى يؤخذ متوسط القوة خلاله ؟

الإجابة : الزمن المناسب ، طبقًا لنص المسألة ، هو 1 s . وخلال هذا الزمن تكتسب كل رصاصة من العشرة كمية تحرك قدرها $(0.007\ \text{kg})(500\ \text{ms}) = 3.5\ \text{kg m/s}$. هذا يعنى أن التغير الكلى فى كمية تحرك الرصاصات فى كل ثانية يساوى $35\ \text{kg m/s}$.

الحل والمناقشة : ينتج مما سبق أن متوسط القوة المؤثرة على الرصاصات هو :

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{\Delta \mathbf{p}_{\text{bullets}}}{t} = \frac{35\ \text{kg m/s}}{1\ \text{s}} = 35\ \text{N} \qquad \text{أو} \qquad 7.9\ \text{lb}$$

ويكون متوسط القوة المؤثرة على البندقية مساويًا لهذه القيمة فى اتجاه الارتداد .

وكما ذكر آنفًا فإن المحركات الصاروخية والنفاثة تعمل طبقًا لهذا المبدأ ، ولكن هذه المحركات تطلق جزيئات الغاز بسرعات عالية جدًا بدلاً من الرصاصات المنفردة المنطلقة بمعدل منخفض نسبيًا . بناء على ذلك يمكن معاملة الغازات المنصرفة كمائع متصل منطلق بمعدل كتلى قدره ΔM فى زمن قدره Δt . هذا المائع ينطلق بسرعة قدرها سرعة العادم V_{ex} . ويمكننا كتابة قانون نيوتن الثانى فى صورة مناسبة بشكل خاص لهذا الموقف عندما **يكون معدل الكتلة المنصرفة ثابتًا** :

$$\mathbf{F}_{\text{thrust}} = \frac{\Delta \mathbf{p}_{\text{gas}}}{\Delta t} = \frac{\Delta(M_{\text{gas}} V_{\text{ex}})}{\Delta t} = \frac{\Delta M_{\text{gas}}}{\Delta t} V_{\text{ex}}$$

حيث ينتج الحد التالى علامة التساوى الثانية من تعريف كمية التحرك : $\mathbf{P} = m\mathbf{v}$.

مثال توضيحى 6-3

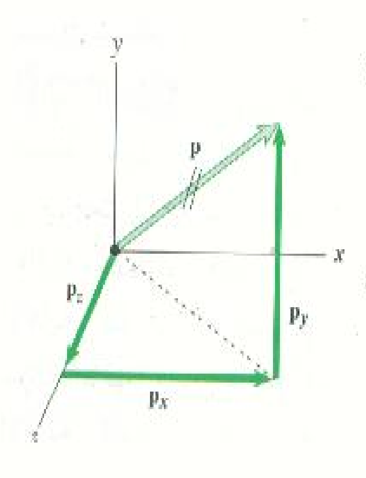
يقذف صاروخ قنطورس Centaur rocket الغاز الساخن من محركه بمعدل قدره 1300 kg/s . فإذا كانت جزيئات الغاز تترك الصاروخ بسرعة مقدارها 50,000 m/s ، فما مقدار الدفع الذى يولده الصاروخ قنطورس ؟

استدلال منطقى : طبقًا لقانون نيوتن الثانى فى الصورة السابق اشتقاقها عاليه فإن الدفع يكون :

$$\mathbf{F}_{\text{thrust}} = \frac{\Delta M_{\text{gas}}}{\Delta t} V_{\text{ex}} = (1300 \text{ kg/s})(50,000 \text{ m/s})$$

$$= 65 \times 10^6 \text{ N}$$

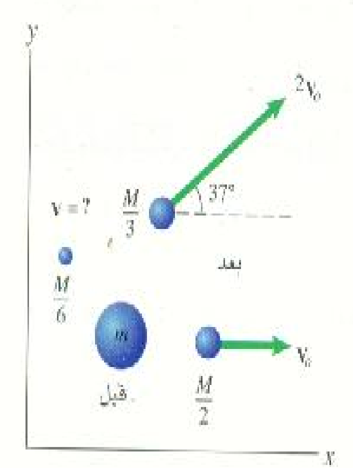
أو حوالى 7000 ثقل طن ! ■



شكل 6-13 :
يمكن استبدال متجه كمية التحرك بمركباته .

وتصمم معظم محركات الصواريخ بحيث يكون معدل احتراق الوقود ثابتًا ؛ ومن ثم فإن الدفع يظل ثابتًا مادام المحرك شغالاً . ومع استمرار احتراق الوقود وخروجه من الصاروخ فى صورة عادم غازى تقل الكتلة الكلية للصاروخ باستمرار . ونتيجة لذلك لن تظل عجلة الصاروخ ثابتة ، بل إنها سوف تزيد مع الزمن بالرغم من ثبوت الدفع . هذا مثال لقوة تؤثر على كتلة غير ثابتة .

6-6 بقاء كمية التحرك فى بعدين وثلاثة أبعاد



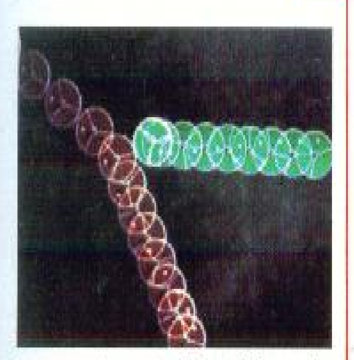
شكل 6-14 :
قنبلة ساكنة قبل الانفجار وشظاياها بعد أن انفجرت .

من الممكن تحليل كمية التحرك ، كغيرها من الكميات المتجهة الأخرى ؛ إلى مركباتها المتعامدة بعد اختيار نظام الإحداثيات المناسب . ويوضح الشكل 6-13 تحليل المتجه P إلى مركباته فى الاتجاهات x ، y ، z على سبيل المثال . وإذا كان النظام معزولاً يمكننا تطبيق قانون بقاء كمية التحرك الخطى على **كل مركبة على حدة** . هذا يعنى فى الواقع أن بقاء كمية التحرك الخطى سوف يعطينا معادلتين فى المسألة ذات البعدين وثلاث معادلات فى المسألة ذات الأبعاد الثلاثة . وسنرى الآن كيف يمكن استخدام هذه المعادلات .

مثال 6-8 :

لنفرض أن قنبلة كتلتها M معلقة فى حالة السكون فى طرف حبل قد انفجرت إلى ثلاثة قطع . وكما هو واضح من الشكل 6-14 ، لوحظ أن نصف كتلة القنبلة $(M/2)$ قد تحرك بسرعة مقدارها v_0 فى الاتجاه الموجب للمحور x بعد الانفجار مباشرة ، وأن جزءًا آخر

كتلته $M/3$ قد تحرك بسرعة مقدارها $2v_0$ فى اتجاه يصنع زاوية قدرها $37°$ فوق الأفقى . عين سرعة القطعة الثالثة وكتلتها $M/6$.



بقاء كمية التحرك فى تصادم ذى بعدين . هل لديك وسيلة لمعرفة اتجاه حركة القرصين ، بفرض أن التصادم مرن ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما المبدأ الذى ينطبق أثناء الانفجار ؟

الإجابة : حيث أن القنبلة معزولة فإن كتلتها محفوظة . وفى هذه المسألة ذات البعدين فإن هذا يعنى أن كلاً من مركبات كمية التحرك محفوظة .

سؤال : ما قيمة كمية التحرك الأصلية ؟

الإجابة : صفر فى الاتجاهين x و y .

سؤال : ما قيمة كل من مركبتى كمية التحرك بعد الانفجار ؟

الإجابة : لنفرض أن $\mathbf{v}_x$ ، $\mathbf{v}_y$ هما مركبتا سرعة القطعة الثالثة ، إذن :

$$\mathbf{p}_x = \frac{M}{6}\mathbf{v}_x + \frac{M}{2}\mathbf{v}_0 + \frac{M}{3}2\,\mathbf{v}_0 \cos 37°$$

و :

$$\mathbf{p}_y = \frac{M}{6}\mathbf{v}_0 + \frac{M}{3}2\,\mathbf{v}_0 \sin 37°$$

سؤال : ما هما المعادلتان اللتان نحصل عليهما من قانون بقاء كمية التحرك هنا ؟

الإجابة : حيث أن كمية التحرك الابتدائية كانت صفرًا فإن كلاً من هاتين المركبتين تساوى صفرًا أيضًا .

الحل والمناقشة : بالنسبة للمركبة x نجد أن :

$$\frac{M}{6}\mathbf{v}_x + \frac{M}{2}\mathbf{v}_0 + \frac{M}{3}2\,\mathbf{v}_0 \cos 37° = 0$$

لاحظ أن M قد اختصرت . هذه المعادلة تعطى :

$$\frac{\mathbf{v}_x}{6} = -\left[\frac{\mathbf{v}_x}{2} + \frac{2(0.8)\,\mathbf{v}_0}{3}\right]$$

وبالنسبة للمركبة y :

$$\frac{M}{6}\mathbf{v}_y + \frac{M}{3}2\mathbf{v}_0 \sin 37° = 0$$

ومنه

$$\mathbf{v}_y = -2.4\,\mathbf{v}_0$$

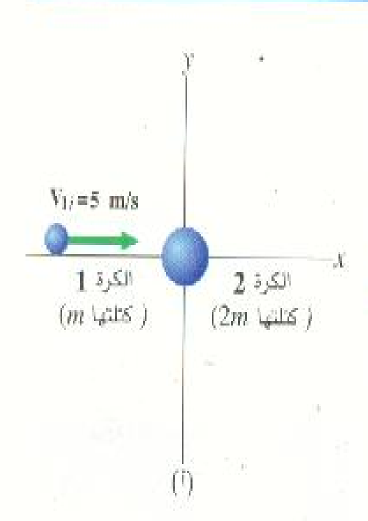
تبين الإشارة السالبة أن المركبتين فى الاتجاهين $-x$ و $-y$ ومقدار السرعة المجهولة $\mathbf{v}$ هو :

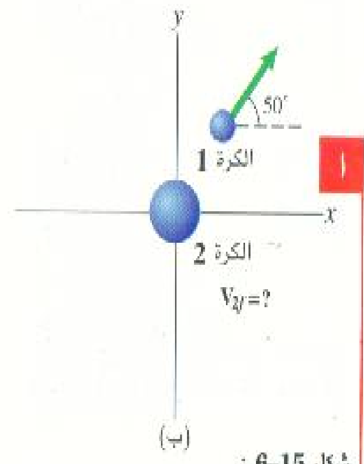
$$v = [(6.2)^2 + (2..4)^2]^{1/2}\,v_0 = 6.65\,v_0$$

ويعرف اتجاه سرعة القطعة الثالثة بالزاوية θ كما يأتي :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2.4}{6.2}\right) = 21.2^\circ$$

حيث θ مقاسة تحت المحور $x-$.





شكل 15-6 :
(أ) الكرتان قبل التصادم ، (ب) بعد التصادم . ماذا يحدث للكرة 2 بعد التصادم ؟

مثال 6-9 :

الكرة 1 في الشكل 15-6أ كتلتها m وسرعتها 5 m/s . تصادمت هذه الكرة مع الكرة الساكنة 2 وكتلتها 2 m . وبعد التصادم تحركت الكرة 1 بسرعة مقدارها 2 m/s في اتجاه يصنع زاوية قدرها 50° بالنسبة إلى اتجاهها الأصلي كما هو مبين بالشكل 15-6ب .
(أ) ما سرعة الكرة 2 بعد التصادم ؟ (ب) وضح ما إذا كان التصادم مرنًا أو غير مرن . وإذا كان هناك فقد في KE . فما النسبة المئوية لهذا الفقد ؟

أ

استدلال منطقي الجزء (أ)

سؤال : إذا لم نكن نعلم نوع التصادم ، فكيف نتصرف ؟

الإجابة : من المستحيل معرفة نوع التصادم منذ البداية ، ولكن يفضل أن نفترض أن أي تصادم غير مرن ، ما لم ينص على غير ذلك . هذا يعني ، بأسلوب آخر ، إنه لا يمكننا افتراض أن طاقة الحركة محفوظة عمومًا .

سؤال : مم يجب أن يتكون النظام المختار ؟

الإجابة : الكرتان تكونان نظامًا معزولاً لأن القوى المؤثرة الوحيدة تعمل بينهما فقط .

سؤال : ما المبدأ الواجب تطبيقه ؟

الإجابة : كمية التحرك محفوظة في جميع الحالات ، ويمكن تطبيق هذا المبدأ على كل مركبة من مركبات كمية التحرك على حدة .

سؤال : ما قيمة كمية التحرك الابتدائية ؟

الإجابة : $\mathbf{P}_{0y} = 0$ و $\mathbf{P}_{0x} = m(5\text{ m/s})$

سوف نعتبر أن الاتجاه إلى أعلى والاتجاه إلى اليمين موجبان .

سؤال : ما قيمة كمية التحرك النهائية ؟

الإجابة : كمية التحرك النهائية للكرة 1 هي :

$\mathbf{P}_{1x} = m(2\text{ m/s})\cos 50^\circ$ و $\mathbf{P}_{1y} = m(2\text{ m/s})\sin 50^\circ$

وكمية التحرك النهائية للكرة 2 هي :

$\mathbf{P}_{2x} = (2\,m)\mathbf{v}_{2x}$ و $\mathbf{P}_{2y} = (2\,m)\mathbf{v}_{2y}$

سؤال : ما هي المعادلات الناتجة من تطبيق قانون بقاء كمية التحرك ؟

الإجابة : في الاتجاه x .

$$m(5\ \text{m/s}) = m(2\ \text{m/s})\cos 50^\circ + (2m)\mathbf{v}_{2x}$$

وفى الاتجاه y :

$$0 = m(2\ \text{m/s})\sin 50^\circ + (2m)\,\mathbf{v}_{2y}$$

الحل والمناقشة : لاحظ أن الكتلة m تختصر فى المعادلتين :

معادلة الاتجاه y تعطى :

$$\mathbf{v}_{2y} = \frac{-(2\ \text{m/s})(0.766)}{2} = -0.766\ \text{m/s}$$

ومن معادلة الاتجاه x نجد أن :

$$\mathbf{v}_{2x} = \frac{5\ \text{m/s} - (2\ \text{m/s})(0.6431)}{2} = +1.86\ \text{m/s}$$

وعليه فإن مقدار سرعة الكرة 2 يكون :

$$v_2 + [(-0.766)^2 + (1.86)^2]^{1/2}\ \text{m/s} = 2.01\ \text{m/s}$$

أما اتجاه $\mathbf{v}_2$ فيعرف بدلالة الزاوية θ بالنسبة للاتجاه الموجب للمحور x كالتالى

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-0.766}{1.86}\right) = -22.4^\circ$$

استدلال منطقى الجزء (ب)

سؤال : ما قيمة طاقة الحركة الابتدائية ؟

الإجابة : $(\text{KE})_i = \frac{1}{2}m(5\ \text{m/s})^2 = \frac{1}{2}m\,(25\ \text{m/s})^2$

سؤال : ما قيمة طاقة الحركة النهائية ؟

الإجابة :

$$(\text{KE})_f = \frac{1}{2}(2m)(2.01\ \text{m/s})^2 + \frac{1}{2}m\,(2\ \text{m/s})^2 = \frac{1}{2}m\,(12.1\ \text{m}^2/\text{s}^2)$$

سؤال : هل نحتاج الآن إلى معرفة الكتلة ؟

الإجابة : نعم إذا كان المطلوب حساب $\Delta(\text{KE})$ ، ولا إذا أردنا حساب الفقد النسبى فقط .

سؤال : ما صيغة الفقد النسبى فى KE ؟

الإجابة : $\dfrac{(\text{KE})_f - (\text{KE})_i}{(\text{KE})_i}$

الحل والمناقشة : بالتعويض بالقيم العديدة سنجد أن الفقد النسبى هو :

$$\frac{\frac{1}{2}m(12.1-25)}{\frac{1}{2}m(25)} = -\frac{12.9}{25} = -0.516$$

هذا يبين إذن أن التصادم غير مرن ، حيث تتحول نسبة قدرها 51.6 فى المائة من طاقة الحركة الأصلية إلى طاقة حرارية للكرتين .

6-7 كمية تحرك مركز الكتلة

يلعب مفهوم مركز كتلة النظام دورًا خاصًا فى كمية التحرك ، كما فى مواقف أخرى كثيرة . وقد استخدمنا مركز الكتلة سابقًا فى حالة الأجسام المتماثلة فقط ، ولكننا سنقوم الآن بتعريف مركز كتلة نظام مكون من عدد قدره N من الكتل النقطية فى بعدين . لنفرض أن هذه الكتل مقاديرها m_1 ، m_2، m_3 ، .... m_N

وأن إحداثياتها هى x_1 ، x_2، x_3 ، .... x_N و y_1 ، y_2، y_3 ، .... y_N .

يعرف الإحداثيات x و y لمركز كتلة هذا النظام بالمعادلتين :

$$X_{\text{c.m.}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots\ldots + m_N\ x_N}{m_1 + m_2 + \ldots\ldots + m_N} \tag{6-6}$$

$$= \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots\ldots + m_N\ x_N}{M_{\text{tot}}}$$

و :

$$Y_{\text{c.m.}} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \ldots\ldots + m_N\ y_N}{m_1 + m_2 + \ldots\ldots + m_N} \tag{6-7}$$

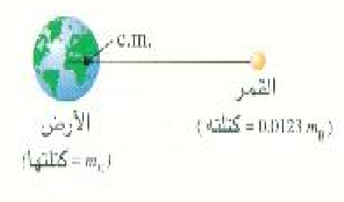
$$= \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \ldots\ldots + m_N\ y_N}{M_{\text{tot}}}$$



عند لحظة الانفجار تتخذ شظايا الألعاب النارية تلك المسارات التى تضمن تساوى سرعة مركز كتلتها مع سرعة الألعاب النارية قبل الانفجار مباشرة .

مثال توضيحى 6-4 :

أوجد موضع مركز كتلة النظام المكون من الأرض والقمر . اعتبر أن المسافة بينهما 240,000 mi وأن كتلة القمر m_M تساوى 0123. من كتلة الأرض m_E .



شكل 6-16 :
مركز كتلة النظام المكون من الأرض والشمس .

استدلال منطقى : يمكن اعتبار أن المحور x هو الخط الواصل بين الأرض والقمر ، وبهذا تكون مسألتنا فى بعد واحد . علاوة على هذا إذا افترضنا أن الأرض والشمس جسمين كرويين سوف يقع مركز كل كتلة كل منهما فى مركزه الهندسى . وباعتبار أن الأرض تقع عند $x = 0$ سوف يقع القمر عند $x = 240{,}000$ mi ؛ وهذا مبين بالشكل 6-16 . وباستخدام معادلة تعريف مركز الكتلة سنجد أن مركز كتلة الأرض والشمس هو :

$$X_{\text{c.m.}} = \frac{m_M x_M + m_E x_E}{m_M + m_E}$$

$$= \frac{(0.0123)m_E\,(240{,}000\ \text{mi}) + m_E\,(0)}{1.0123 m_E}$$

$$= \frac{(0.0123)(240{,}000 \text{ mi})}{1.0123} = 2930 \text{ mi}$$

مقاسًا من مركز الأرض . وحيث أن نصف قطر الأرض 4000 mi تقريبًا ، فإن هذه النقطة تقع على بعد غير قليل تحت سطح الأرض ! ■

وإذا غيرت الكتل مواضعها فى نظام معين فإن إحداثيات مركز الكتلة سوف تتغير عمومًا نتيجة لذلك . ويمكننا كتابة هذه التعبيرات باستخدام المعادلتين 6–6 و 6–7 كالتالى :

$$\Delta X_{c.m.} = \frac{m_1 \Delta x_1 + m_2 \Delta x_2 + \dots + m_N \Delta x_N}{M_{tot}}$$

$$\Delta Y_{c.m.} = \frac{m_1 \Delta y_1 + m_2 \Delta y_2 + \dots + m_N \Delta y_N}{M_{tot}}$$

وبقسمة طرفى كل من هاتين المعادلتين على الفترة الزمنية Δt نحصل على تعبيرين لمركبتى سرعة مركز الكتلة :

$$(\mathbf{V}_x)_{c.m.} = \frac{m_1 \mathbf{v}_{1x} + m_2 \mathbf{v}_{2x} + \dots + m_N \mathbf{v}_{Nx}}{M_{tot}}$$

$$(\mathbf{V}_y)_{c.m.} = \frac{m_1 \mathbf{v}_{1y} + m_2 \mathbf{v}_{2y} + \dots + m_N \mathbf{v}_{Ny}}{M_{tot}}$$

حيث يمثل البسطان مجرد المركبتين y ، x لكمية التحرك الكلية للنظام $(\mathbf{P}_{tot})_x$ و $(\mathbf{P}_{tot})_y$. وبضرب كلا الطرفين فى M_{tot} سوف نحصل على طريقة بديلة لكتابة كمية التحرك الكلية للنظام : وهذه بالتحديد هى كمية تحرك مركز كتلة النظام :

$$\mathbf{P}_{tot} = M_{tot} \mathbf{V}_{c.m.}$$

وهكذا يمكن إعادة صياغة قانون بقاء كمية التحرك الخطى على الصورة الآتية :

تظل سرعة مركز كتلة أى نظام معزول ثابتة إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة عليه صفرًا .

مثال توضيحى 6–5 :

احسب سرعة مركز كتلة النظام المكون من الكرتين فى الشكل 6–15 قبل التصادم وبعده . أثبت أن كمية تحرك مركز الكتلة محفوظة :

استدلال منطقى : قبل التصادم لم يكن لأى من الكرتين مركبة للسرعة من الاتجاه y ، إذن :

$$(\mathbf{V}_{c.m.})_{x0} = \frac{m(5 \text{ m/s}) + (2\,m)(0)}{m + 2\,m} = 1.67 \text{ m/s}$$

$$(\mathbf{V}_{c.m.})_{y0} = 0$$

وبعد التصادم :

$$(V_{c.m.})_{xf} = \frac{m(2\ \text{m/s})(\cos 50^0) + 2m(1.86\ \text{m/s})}{3m}$$

$$= 1.67\ \text{m/s}$$

$$(V_{c.m.})_{yf} = \frac{m(2\ \text{m/s})(\sin 50^0) + 2m(-0.766\ \text{m/s})}{3m}$$

$$= \frac{+1.53\ \text{m/s} - 1.53\ \text{m/s}}{3m} = 0$$

أى أن التصادم لم يغير سرعة مركز الكتلة .

6-8 وجهة نظر حديثة :

بقاء كمية التحرك فى التصادمات الذرية والنووية

كان بقاء كمية التحرك وطاقة الحركة فى التصادمات المرنة الوسيلة الحقيقية لتعميق فهمنا للتفاعلات الفيزيائية التى تحدث فى عالم الجسيمات فائقة الدقة ، عالم الذرة ونواتها . وقد أدت نتائج التجارب العملية فى هذا المجال إلى تعديل كثير من المفاهيم الأخرى فى الفيزياء الكلاسيكية ، ولكنها لم تمس هذين المفهومين على الإطلاق . وسوف نناقش الآن مثالين لتطبيق هذين المبدأين فى الفيزياء الحديثة ، وهما على وجه التحديد اكتشاف جسيم أولى جديد يسمى النيوترون فى عام 1932 ومشاهدة التصادمات الشبيهة بتصادم الجسيمات بين الضوء والإلكترونات فى عام 1923 .

اكتشاف النيوترون

فى عام 1930 اكتشف والتر بوثى* انبعاث اشعاع ذى قدرة اختراق عالية من ذرات البريليوم عند ضربها (قنبلتها) بالجسيمات عالية السرعة . وقد كان جيمس تشادويك** أول من تمكن من تحديد طبيعة هذا الاشعاع بعد ذلك بعامين اثنين . والواقع أن تشادويك لم يتمكن من رصد الجسيمات المكونة لهذه بطريقة مباشرة لأنها جسيمات غير مشحونة ومن الصعب اصطيادها أو حتى كشفها . وبدلاً من ذلك سمح تشادويك لهذه الجسيمات بالتصادم مع ذرات الهيدروجين والنيتروجين لأن حركة هذه الذرات يمكن قياسها كما سنرى فى فصول لاحقة . وقد وجد أنه عند تصادم أحد هذه الجسيمات بالذرة فإن الذرة تكتسب طاقة وكمية تحرك . ونظرًا لأن مثل هذه التصادمات تامة المرونة . يمكن مساواة طاقة الحركة قبل التصادم بطاقة الحركة بعد التصادم . أما المعادلة الثانية التى تصف التصادم فيمكن الحصول عليها بمساواة كميتى

* Walter Bothe .

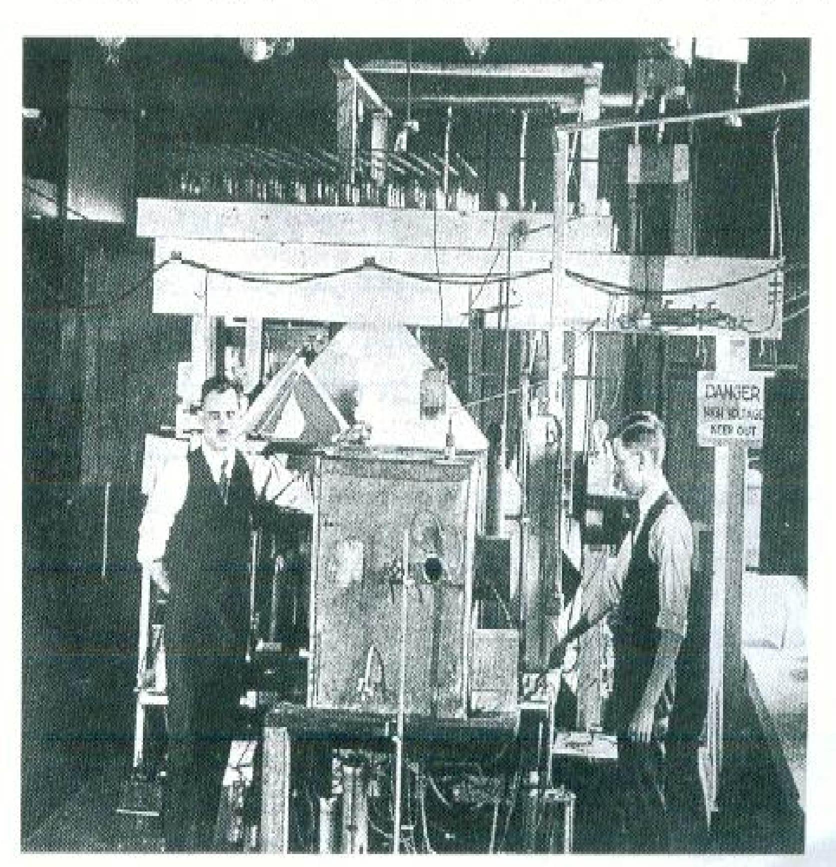
** James Chadwick

التحرك قبل التصادم وبعده . وبقياس طاقة الذرات وكمية تحركها أصبح لدى تشادويك المعلومات الكافية لحل معادلتى الطاقة وكمية التحرك بالنسبة إلى كتلة الجسيم المجهول ، أى النيوترون . وبهذه الطريقة وجد أن كتلة النيوترون 1.67×10^{-27} kg .

استطارة الأشعة السينية بواسطة الإلكترونات .

أثناء القرن التاسع عشر أثبتت الدراسات العملية والنظرية أن الضوء ظاهرة موجبة كهرومغناطيسية . وقرب انتهاء ذلك القرن أدى اكتشاف الموجات اللاسلكية والأشعة السينية إلى توسيع معلوماتنا عن الضوء لتتضمن الموجات فائقة الطول والموجات فائقة القصر ، على الترتيب . وبحلول عام 1903 تأكد نظريًا وعمليًا أن الموجات الضوئية تحمل طاقة وكمية تحرك .

ومع ذلك فإن نتائج بعض التجارب التى أجريت فى بداية القرن العشرين ، والتى يحدث فيها تبادل للطاقة بين الضوء والجسيمات الذرية ، لم يمكن تفسيرها على أساس أنها تفاعلات بين موجات وجسيمات . وتتضمن بعض هذه التجارب دراسة انبعاث الإلكترونات من أسطح بعض الفلزات عند تشعيعها بالضوء ، وهو ما يعرف **بالظاهرة الكهروضوئية** . (الظاهرة الكهروضوئية هى مبدأ عمل الخلايا الشمسية ، كتلك الخلايا المستخدمة فى مقاييس التعريض الفوتوغرافية وحاسبات الجيب التى تعمل بالخلايا الشمسية) . وقد اهتمت مجموعة أخرى من التجارب بدراسة طريقة توليد الأشعة السينية بتعريضها للإلكترونات ذات الطاقة العالية . هاتان الظاهرتان لم يمكن تفسيرهما إلا بفرض أن الضوء عبارة عن سيال من الجسيمات . ولكنها يجب أن تكون جسيمات

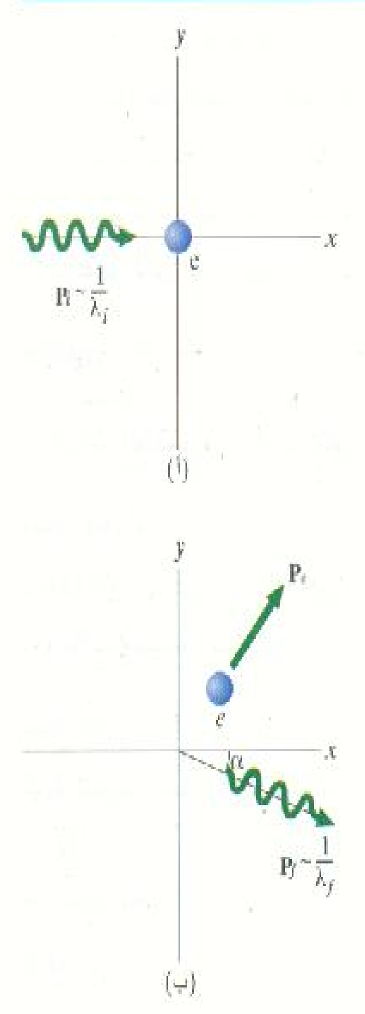


كومبتون وسليمون مع المعدات المستخدمة لإثبات السمة الجسيمية للأشعة السينية .

ذات خواص غريبة للغاية . ذلك أنها يجب أن تكون عديمة الكتلة وأن تتحرك بسرعة الضوء ، وعلاوة على ذلك فإن طاقتها وكمية تحركها لابد أن تتناسب عكسيًا مع الطول الموجي للضوء الذى تمثله . وقد كان هذا الاقتراح الأخير غريبًا بوجه خاص لأنـه يعنى ضمنيًا مفهوم **جسيم تتضمن خواصه الديناميكية خاصية موجية** .

وفى عام 1923 أجرى الفيزيائى الأمريكـى آرثر هـ. كومبتـون* تجربـة أثبتـت أن الضوء ، فى صورة أشعة سينية ، يستطار على الإلكترونات فى تصادمات مرنة ككرات البلياردو . فعندما تضرب الأشعة السينية الإلكترونات السـاكنة فإنها تنقل إلى الإلكترونات بعضًا من طاقتها وكمية تحركها ؛ ويمثل الشكل 17-6 أحد هذه التصادمات .

وحيث أن طاقة الأشعة السينية وكمية تحركها تتناسب عكسـيًا مـع الطول الموجـى ، فإن هذا النقص فى الطاقة وكميـة التحـرك سوف يظـهر كزيـادة فـى الطـول الموجـى للأشعة السينية المستطارة بالمقارنة بالطول الموجى للأشعة السينية الساقطة . وبتطبيـق مبدأى بقاء الطاقة وكمية التحرك على الموقف المبين بالشكل 17-6 سيكون من السهل اشتقاق عـلاقة لـهذا التغير فـى الطـول المـوجى . وقد وجد أنـه يعتمد عـلى زاوية استطارة الأشعة السينية نتيجة للتصادم** . ومن الجدير بالذكر أن نتائج كومبتون العملية تتفق تمامًا مع هذه العلاقة ، وهو ما يمثل تحقيقًا أكيدًا لصحة قانونى البقاء ، كما أنه يعطى علاوة على ذلك البرهان الفعلى على أن الأشعـة السينية لـها خـواص جسيمية تظهر واضحة فى هذه التصادمات . وقد منح كومبتون فيما بعد جـائزة نوبـل فى الفيزياء عن هذا العمل .



شكل 17-6 :
ظاهرة كومبتون . استطارة أحـد الأشعـة السينية بواسطة إلكـترون وإنتـاج شعـاع مستطار ذى طول موجى أطول .

أهداف التعلم

الآن وقد أنهيت هذا الفصل يجب أن تكون قادرًا على :

1 ـ تعريف (أ) كمية التحرك الخطى ، (ب) الدفع ، (جـ) النظام المعزول ، (د) التصادم المرن مقابل غـير المـرن ، (هـ) الارتداد ، (و) البندول القذفى . (ز) الضغط ، (ح) مركز كتلة نظام من الكتل .

2 ـ كتابة نص قانون نيوتن الثانى بدلالة كمية التحرك .

3 ـ إيجاد التغير فى كمية تحرك جسم بسبب دفع معلوم ، والعكس .

4 ـ كتابة قانون بقاء كمية التحرك الخطى واستخدامه فى المواقف البسيطة .

5 ـ تحليل تصادم جسـمين يلتصقان معًا عند التصادم .

6 ـ تحليل المواقف التى ينفجر فيها جسم ساكن إلى أجزاء عديدة .

7 ـ تحليل المواقف التى يتحرك فيها جسمان عـلى استقامة خـط مستقيم ثم يتصادمان تصادمًا تام المرونة ويستمران بعدئـذ فـى الحركة على استقامة نفس الخط المستقيم .

---

* Arthur H. Compton .

** فى تجربة الاستطارة قام كومبتون بقياس الطول الموجى λ_f للأشعة السينية المستطارة واتجاهها α بالنسبة لاتجاه الأشعة الساقطة كما هو مبين بـالشكل 17-6 . وبتطبيـق قـانونى بقاء الطاقة وكمية التحرك أمكن التنبؤ بأن التغير فى الطول الموجى $\lambda_f - \lambda_i$ يجب أن يتناسب مع $(1 - \cos\alpha)$.

8 ـ ذكر الأسباب المعقولة لعدم ثبات طاقة الحركة في غالبية التصادمات .

9 ـ شرح مبدأ عمل الصواريخ والمحركات النفاثة وغيرها من الأجهزة المشاهدة التي تعمل على أساس الارتداد .

10 ـ حساب موضع مركز كتلة نظام من الكتل وسرعة مركز الكتلة .

11 ـ تطبيق قانون بقاء كمية التحرك على كمية تحرك مركز كتلة نظام .

12 ـ تطبيق قانون بقاء كمية التحرك في المسائل ذات البعدين والأبعاد الثلاثة .

ملخص

الوحدات المشتقة والثوابت الفيزيائية :

كمية التحرك :

الوحدة الأساسية فى النظام SI هى 1 kg . m/s .

تعريفات ومبادئ أساسية :

كمية التحرك الخطى:

كمية التحرك الخطى $\mathbf{p}$ لجسم متحرك كتلته m وسرعته $\mathbf{v}$ هى :

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \qquad (6-1)$$

هذه كمية متجهة فى اتجاه السرعة .

الدفع :

إذا أثر صافى قوة متوسطة $\overline{\mathbf{F}}$ على جسم لزمن قدره t فإن دفع القوة يعرف بالعلاقة :

$$\text{الدفع} = \overline{\mathbf{F}}\,t$$

هذه نتيجة مباشرة لقانون الحركة الثانى لنيوتن .

مبدأ بقاء كمية التحرك الخطى :

كمية التحرك الخطى الكلية لنظام معزول تساوى مقدارًا ثابتًا . هذه نتيجة مباشرة للقانون الثالث للحركة . وينص هذا المبدأ على أن القوة الداخلية لا يمكن أن تغير كمية التحرك الكلى لنظام **بصرف النظر عما يحدث فيه داخليًا** .

خلاصة :

1 ـ النظام المعزول هو مجموعة من الكتل لا يقع تحت تأثير أى قوى خارجية . وهذا يعنى عمليًا أن تأثير أى قوى خارجية على النظام مهمل بالقارنة بتأثير القوى الداخلية .

2 ـ كمية التحرك الكلية لنظام هى **المجموع الاتجاهى** لكميات تحرك مختلف الكتل المكونة للنظام .

3 ـ يمكن أن تتغير كميات تحرك الكتل المكونة للنظام المعزول ، ولكن بشرط أن تلاشى هذه التغيرات بعضها بعضًا .

4 ـ يمكن تحليل كمية تحرك نظام إلى مركباته المتعامدة ، ويمكن تطبيق مبدأ بقاء كمية التحرك على كل مركبة على حدة .

أنواع التصادمات :

تصادمات غير مرنة :

التصادم غير المرن هو تصادم يحدث فيه بعض الفقد فى طاقة حركة النظام .

تصادمات مرنة :

التصادم تام المرونة هو تصادم تكون فيه طاقة الحركة محفوظة .

خلاصة :

1 ـ يتحول معظم طاقة الحركة المفقودة في تصادم غير مرن عادة إلى طاقة حرارية للنظام .

2 ـ يجب أن تكون كمية التحرك محفوظة دائمًا في كل التصادمات داخل الأنظمة المعزولة .

3 ـ إذا كان للنظام كمية تحرك ابتدائية ما فإن طاقة حركته لا يمكن أن تفقد كلها بل يجب أن يبقى منها قدر كاف لكي تظل كمية التحرك الأصلية محفوظة .

مركز الكتلة :

يعرف مركز كتلة نظام من الكتل عددها N بالعادلتين :

$$X_{c.m.}=\frac{m_1x_1+m_2x_2+.....+m_N\ x_N}{m_1+m_2+.....+m_N} \qquad (6-6)$$

و :

$$Y_{c.m.}=\frac{m_1y_1+m_2y_2+.....+m_N\ y_N}{m_1+m_2+.....+m_N} \qquad (6-7)$$

حيث x_n و y_n إحداثيا الكتلة رقم n .

كمية تحرك مركز الكتلة :

كمية تحرك مركز كتلة نظام ما تساوى كمية التحرك الكلية للنظام .

$$\mathbf{P}_{tot}=M_{tot}\,\mathbf{V}_{c.m.}=\mathbf{P}_{tot}$$

وعليه فإن سرعة مركز كتلة نظام معزول تظل ثابتة .

أسئلة وتخمينات

1 ـ يرتد المدفع الكبير مسافة معينة إلى الخلف ضد جهاز تلطيف للحركة عند إطلاقه . لماذا يكون من الضرورة صنع حامل المدفع بحيث « يخضع » بهذه الطريقة ؟

2 ـ أطلقت قطعة من العلك (اللبان) على قالب خشبي . في أى حالة تؤثر قطعة العلك بدفع أكبر على القالب ، عندما تلتصق به أم عندما ترتد عنه ؟

3 ـ عند فتح بالون مملوء بالهواء بحيث يهرب الهواء منه فإن البالون ينطلق في الهواء . اشرح ذلك . هل يحدث نفس الشيء إذا كان البالون في الفراغ .

4 ـ اشرح لماذا يتسارع الصاروخ حتى في الفضاء الخارجي حيث لا يوجد هواء يستطيع الصاروخ دفعه .

5 ـ بنى مخترع قاربًا شراعيًا وركب عليه مروحة كهربائية كبيرة . وجه المخترع المروحة تجاه الشراع بحيث يستقبل هوائها متوقعًا أن يتحرك القارب في اتجاه هذه الرياح الصناعية ، ولكنه تعجب عندما رأى أن القارب يتحرك ببطء في الاتجاه العكسى . هل يمكنك أن تفسر لماذا حدث ذلك ؟

6 ـ عندما تسقط كرة على أرضية صلدة تكون كمية تحركها رأسية إلى أسفل ، وعندما ترتد تصبح كمية تحركها رأسية إلى أعلى .

في هذا التصادم لا تكون كمية تحرك الكرة محفوظة حتى بالرغم من أن الكرة قد ترتد إلى نفس الارتفاع الذى أسقطت منه . هل يتناقض هذا مع قانون بقاء كمية لتحرك ؟

7 ـ اشرح مستعينا بمعادلة الدفع لماذا لا يكون من الحكمة أن تحتفظ بساقيك مستقيمين صلبين عندما تقفز من فوق حائط أو منضدة إلى الأرض . ما علاقة هذا بالاعتقاد السائد بأن احتمال إصابة الشخص المخمور عند السقوط أقل من الشخص غير المخمور ؟

8 ـ اشرح بالاستعانة بمعادلة الدفع مبدأ عمل مصادمات السيارات الماصة للصدمات وأجهزة امتصاص الصدمات المشابهة .

9 ـ أصيب لاعب بيسبول بالكابوس التالى . وجد اللاعب نفسه محبوسًا مصادفة في شاحنة سكة حديد صندوقية ، ولحسن الحظ كان معه كرته ومضربه . ولكى يبدأ اللاعب في تحريك العربة فإنه يقف في إحدى نهايتيها ويضرب الكرة في اتجاه النهاية الأخرى . ونتيجة لذلك يسبب الدفع الذى تؤثر به الكرة عند اصطدامها بنهاية العربة حركتها إلى الأمام . وحيث أن الكرة ترتد دائمًا وتتدحرج على الأرضية نحو اللاعب فإنه يكرر هذه العملية مرات ومرات ، وفي نهاية الأمر تكسب الشاحنة سرعة عالية ، ويقتل اللاعب عند اصطدام الشاحنة الصندوقية بأخرى ساكنة على نفس خط السكة الحديد . حلل هذا الحلم من الناحية الفيزيائية .

10 ـ اشرح كيف تقفز الفولة المكسيكية القفازة بدون تدخل خارجي .

11 ـ ثبت قالبان غير متساويى الكتلة فى طرفى زنبرك ووضع النظام كله على منضدة لا احتكاكية . دفع القالبان تجاه أحدهما الآخر وربطا بخيط بحيث يكون الزنبرك منضغطاً . صف حركة القالبين عندما يقطع الخيط .

12 ـ قفزت سيدة كتلتها 70 kg من فوق سطح منزل ارتفاعه 10 m عن الأرض . (أ) ما مقدار سرعتها بالتقريب قبل أن ترتطم بالأرض مباشرة ؟ (ب) إذا وصلت هذه السيدة إلى الأرض على قدميها وسمحت لرجليها « بالخضوع » ، فما هو الزمن اللازم حتى تصل إلى السكون ؟ (جـ) ما هى القيمة التقريبية لمتوسط القوة التى تؤثر بها الأرض على السيدة ؟

13 ـ لنفرض أنك وضعت يدك منبسطة على سطح منضدة ثم اسقطت عليها كتلة معملية مسطحة قدرها 1.0 kg من ارتفاع قدره 0.50 m . قدر متوسط القوة التى تؤثر بها الكتلة على يدك . لماذا يكون احتمال الإصابة كبيرًا في هذه الحالة بالرغم من أنك تستطيع التقاط الكتلة بسهولة عند إسقاطها من نفس الارتفاع ؟

مسائل

القسم 6-1

1 ـ ما قيمة كمية التحرك الخطى (أ) لسيارة كتلتها 1350 kg متحركة بسرعة قدرها 95 km/h تجاه الشمال ؟ (ب) رصاصة كتلتها 12.5 g متحركة إلى أعلى بمعدل 2450 ft/s ؟ (جـ) عابرة محيطات كتلتها 7.3×10^7 kg متحركة تجاه الغرب بمعدل 20 mi/h ؟ عبر عن إجاباتك بالوحدات SI .

2 ـ ما قيمة كمية التحرك الخطى لحجر كتلته 7.50 kg بعد سقوطه من السكون مسافة قدرها 15.5 m ؟

3 ـ اشتق التعبير العام لكمية تحرك جسم كتلته m يسقط من السكون مسافة قدرها h .

4 ـ ما مقدار كمية التحرك الخطى لسيارة كتلتها 1600 kg وطاقة حركتها 8.50×10^6 J ؟ ما مقدار سرعة السيارة ؟

5 ـ اشتق التعبير العام الذى يربط طاقة حركة كتلته قدرها m بكمية تحركها الخطى .

القسم 6-2 (استخدم طريقتي كمية التحرك والدفع)

6 ـ ما مقدار القوة اللازمة لإيقاف دراجة براكبها خلال 1 s إذا كانت كتلتهما الكلية 115 kg والسرعة الابتدائية للدراجة 17.1 m/s ؟

7 ـ عين متوسط القوة اللازمة لتغيير سرعة حافلة (أتوبيس) كتلته 22,000 kg من السكون إلى 13.6 m/s خلال 10.5 s .

■ 8 ـ تحتاج طائرة نفاثة ذات ثلاثة محركات ووزنها 440,000 lb عند الإقلاع إلى مسافة قدرها 1750 m لتصل إلى سرعة الإقلاع وقدرها 240 km/h . ما متوسط القوة التي يجب أن يولدها كل محرك أثناء الإقلاع ؟ افترض أن الاحتكاك يمكن إهماله .

9 ـ رصاصة كتلتها 12.5 g تتحرك بسرعة مقدارها 235 m/s . اخترقت هذه الرصاصة لوحًا من البلاستيك سمكه 3.4 cm فنفذت منه وخرجت بسرعة مقدارها 125 m/s . فإذا كان زمن مرور الرصاصة خلال اللوح 1.9×10^{-4} s ؛ أوجد متوسط قوة الإيقاف المؤثرة على الرصاصة .

■■ 10 ـ ارتطمت كرة كتلتها 345 g وسرعتها 15.5 m/s عموديًا بحائط وارتدت في الاتجاه المعاكس بسرعة مقدارها 10.7 m/s . وفي اللحظة الابتدائية للتصادم تحرك مركز الكرة 0.225 cm مقتربًا من الحائط قبل الارتداد . احسب زمن تلامس الكرة مع الحائط بفرض أن التقاصر منتظم . ما متوسط قوة تأثير الحائط على الكرة خلال هذا الزمن ؟

■ 11 ـ أطلق بروتون كتلته $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg وسرعته 5.8×10^{7} m/s على لوح من البلاستيك الرغوى سمكه 0.33 cm فاخترقه وخرج من الجانب الآخر بسرعة مقدارها 1.5×10^{7} m/s . ما مقدار زمن مرور البروتون في البلاستيك بفرض أن العجلة التقصيرية ثابتة ؟ وما متوسط القوة المعوقة لحركة البروتون ؟

■ 12 ـ أطلق سهم كتلته 62 g بسرعة قدرها 32.2 m/s على بطيخة فحفر فيها حفرة نافذ مستقيمة طولها 75 cm . فإذا استغرق السهم 0.0375 s للخروج من الجانب الآخر ، فما متوسط القوة المعوقة لحركة السهم ؟

■ 13 ـ يندفع سيال أفقى من الماء من فتحة خرطوم ويصطدم بنافذة رأسية ويفقد سرعته عند التصادم . فإذا كان 26 cm^3 (أى 26 g) من الماء المتحرك بسرعة قدرها 2.10 m/s يضرب النافذة كل ثانية ، أوجد (أ) الدفع المؤثر على النافذة في زمن t ، (ب) متوسط القوة المؤثرة على النافذة .

■ 14 ـ تسقط قطع الفحم رأسيًا من قاع مجرى مائل بمعدل 7.6 kg/s على سير نقل يتحرك أفقيًا بسرعة قدرها 2.0 m/s . ما مقدار القوة اللازمة لتشغيل سير النقل ؟ افترض أن الاحتكاك في آلية التشغيل مهمل .

القسمان 3–6 و 4–6

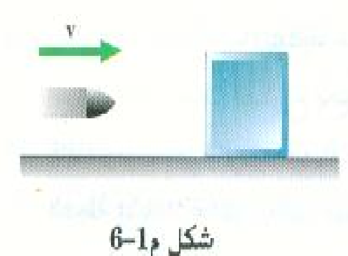
15 ـ في إحدى عمليات التحويل بالسكة الحديد انسابت عربة قطار كتلتها M_1 على خط حديدى مستقيم بسرعة **v** فاصطدمت والتحمت بعربة أخرى ساكنة كتلتها M_2 . أوجد سرعة العربتين بعد الالتحام .

16 ـ في أحد تمارين الرماية أطلقت امرأة رصاصة كتلتها 5.25 g بسرعة أفقية قدرها 185 m/s على كتلة خشبية كتلتها 5.5 kg موضوعة على قمة شاخص فاستقرت فيها . بأى سرعة سوف تطير الكتلة الخشبية من فوق الشاخص ؟

17 ـ تصادمت كرتان متماثلتان عندما كانت الكرة 1 متحركة إلى اليمين بسرعة قدرها 36 m/s والأخرى 2 متحركة إلى اليسار بسرعة قدرها 12 m/s . أوجد مقدار واتجاه سرعتهما إذا التصقتا معًا .

18 ـ (أ) كرر المسألة 17 إذا كانت كتلة الكرة 2 ضعف كتلة الكرة 1 . (ب) إذا سكنت الكرتان بعد التصادم فما مقدار كتلة الكرة 2 بدلالة كتلة الكرة 1 ؟

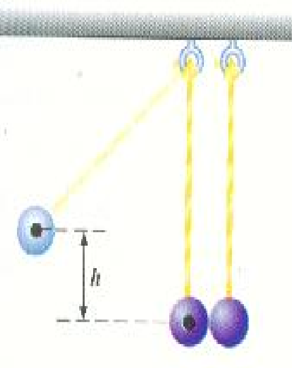
■ 19 ـ أطلقت رصاصة كتلتها 17.5 g بسرعة قدرها 5560 m/s على قالب ساكن فوق منضدة كتلته 8.45 kg فارتدت في الاتجاه المعاكس بسرعة مقدارها 1260 m/s (انظر الشكل م1–6) . أوجد مقدار سرعة القالب بعد التصادم مباشرة ؛ (ب) قوة الاحتكاك بين القالب والمنضدة إذا تحرك القالب مسافة قدرها 132 cm قبل توقفه مباشرة .



شكل م1–6

■ 20 ـ وضع قالب كتلته 2.6 kg فوق ثقب صغير في منضدة ، وأطلقت سيدة رصاصة كتلتها 12.7 kg من أسفل المنضدة خلال الثقب فاستقرت في القالب . بأى سرعة كانت تتحرك الرصاصة قبل التصادم إذا ارتفع القالب مسافة قدرها 55 cm عن سطح المنضدة ؟

■ 21 ـ سقطت كرة سقوطًا حرًا ، وعندما وصل مقدار سرعتها إلى 9.2 m/s انفجرت الكرة إلى قطعتين تحركت إحداهما رأسيًا إلى أعلى ووصلت إلى ارتفاع قدره 13.7 m فوق نقطة الانفجار . ما سرعة القطعة الأخرى بعد الانفجار مباشرة ؟ كرر حل المسالة عندما تكون كتلة الجزء المتحرك إلى أعلى ضعف كتلة الجزء الآخر .



شكل م2–6

■ 22 ـ الكرتان الموضحتان في الشكل المبين م2–6 متساويتين في الكتلة . أزيحت الكرة اليسرى إلى الموضع المبين بالشكل ثم أعتقت فاصطدمت بالكرة الأخرى والتصقت بها . (أ) بأى سرعة سوف تتحرك الكرتان بعد التصادم مباشرة ؟ (ب) ما هى القيمة النسبية لطاقة الحركة التى تفقدها الكرة الأولى فى التصادم ؟

■ 23 ـ افترض أن الكرتين في الشكل م2–6 مختلفتان في الكتلة ، وأن كتلة الكرة اليسرى m_1 . عندما تركت الكرة اليسرى حرة لتبدأ حركتها من الوضع المبين تصادمت مع الكرة الثانية والتصقت بها . وبعد التصادم بدأت المجموعة فى التأرجح ووصلت إلى ارتفاع قدره h/6 . أوجد كتلة الكرة الثانية m_2 بدلالة m_1 .

24 ـ أزيحت الكتلتان المتساويتان في الشكل م2–6 إلى ارتفاع قدره h إحداهما إلى اليسار والأخرى إلى اليمين . أعتقت الكرتان في نفس اللحظة فتصادمتا معًا تصادمًا تام المرونة عند قاع المسار . إلى أى ارتفاع تصل كل كرة بعد التصادم ؟

■■ 25 ـ أزيحت الكرة اليسرى في الشكل م2–6 جانبا ثم أعتقت ، وكانت سرعتها عند القاع $\mathbf{v}_0$ قبل تصادمها مع الكرة اليمنى تصادما تام المرونة . أوجد سرعتى الكرتين بعد التصادم مباشرة إذا كانت كتلة الكرة اليسرى 3.5 ضعفا قدر كتلة الكرة اليمنى .

■ 26 ـ تصادم نيوترون ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) متحركة بسرعة قيمتها $\mathbf{v}_0$ تصادمًا تام المرونة مع جسيم ساكن مجهول الكتلة فارتد إلى الخلف مباشرة بسرعة قدرها $0.7\ \mathbf{v}_0$. ما كتلة الجسيم المضروب ؟

■ 27 ـ ضرب نيوترون (كتلته m_0) متحرك بسرعة $\mathbf{v}_0$ نواة ذرة حديد ساكنة (كتلتها $56\ m_0$) فارتد فى الاتجاه العاكس فى تصادم تام المرونة . أوجد سرعة نواة الحديد بفرض أن حركتها حرة .

■ 28 ـ ما هى النسبة المفقودة من طاقة الحركة الأصلية للنيوترون والتى تكتسبها نواة الحديد فى المسألة 27 ؟

■■ 29 ـ تصادم جسم كتلته m_1 متحرك بسرعة مقدارها $\mathbf{v}_0$ تصادمتا مباشرًا مع جسم ساكن آخر كتلته m_2 . أثبت أن أكبر نسبة من طاقة الحركة الأصلية للجسم ذى الكتلة m_1 سوف تنتقل إلى الجسم الآخر ذى الكتلة m_2 عندما تكون $m_1 = m_2$. (**تلميح** : افترض أن $m_2 = k\ m_1$ ، حيث k أى عدد ، ثم اشتق تعبيرًا لمقدار طاقة الحركة التى يكتسبها الجسم ذو الكتلة m_2 بدلالة k ، وأثبت أن القيمة العظمى لهذا المقدار تتحقق عندما يكون $k = 1$) .

القسم 6-5

30 ـ يعتبر الصاروخ German V-2 الذى أنتج قرب نهاية العالمية الثانية أول صاروخ حقيقى يستخدم كسلاح حربى بعيد المدى . كان محرك الصاروخ يحرق الوقود بمعدل قدره 600 kg/s تقريبًا عندما تكون سرعة العادم 2000 m/s ، كما كانت كتلته وهو ممتلئ بالوقود عند الإطلاق 9×10^4 kg . (أ) ما مقدار الدفع الذى يولده الصاروخ V-2 ؟ (ب) ما قيمة العجلة الابتدائية التى ينطلق بها الصاروخ V-2 من منصة الإطلاق ؟ عبر عن هذه العجلة كمضاعفات لعجلة الجاذبية g .

■ 31 ـ وجدت نفسك على طبقة من الثلج اللااحتكاكى وأنت تحمل كرة بولينج كتلتها 7.2 kg ، وكانت أقرب أرض عارية من

الجليد تبعد عنك مسافة أفقية قدرها 21.5 m . ولكى تخرج من الجليد كان عليك أن تقذف الكرة فى الاتجاه المعاكس تمامًا لموضع أقرب نقطة على الأرض العارية بسرعة مقدارها 3.3 m/s . إذا كانت كتلتك 72 kg ، فبعد أى زمن من لحظة قذف الكرة تصل إلى الأرض العارية ؟

32 ـ بينما كانت طفلة كتلتها 13.9 kg جالسة فى عربتها المتحركة تلقائيًا فى طريق بسرعة مقدارها 0.65 m/s رأت أمامها كلبًا متوحشًا فأصابها ذعر شديد . ونظرًا لأنها كانت تحمل معها كيسًا من السكر كتلته 2.27 kg كانت قد اشترته لمنزلها من محل البقالة ، فقد قامت بقذف الكيس على الكلب بسرعة أمامية قدرها 4.76 m/s بالنسبة إلى حركتها الأصلية . فإذا كانت كتلة العربة 6.4 kg ، فما سرعة الطفلة والعربة بعد قذف السكر ؟

▪ 33 ـ مسدس كتلته 1.25 kg يستقر ساكنًا على سطح نضد لا احتكاكى تقريبًا وبطريق الصدفة انطلقت من المسدس رصاصة كتلتها 15 kg فى اتجاه مواز لسطح المنضدة . ما المسافة التى تقطعها الرصاصة خلال الزمن الذى يرتد فيه المسدس مسافة قدرها 350 mm ؟

34 ـ بندقية آلية تطلق 100 طلقة كتلة كل منها 13.5 g فى الدقيقة بسرعة مقدارها 650 m/s . ما متوسط قوة الارتداد المؤثرة على البندقية خلال دفعة زمنها 1 min ؟

▪ 35 ـ تتحرك سفينة فضاء كتلتها 18,000 kg تجاه القمر بسرعة مقدارها 750 m/s ، ولكن مراقبى الرحلة على الأرض وجدوا أن من الضرورى انقاص سرعتها إلى 550 m/s . وكان المحرك الصاروخى فى مؤخرة السفينة يستطيع حرق الوقود والمادة المؤكسدة بمعدل 85 kg/s ويصرف العادم الغازى بسرعة مقدارها 2300 m/s . فى أى اتجاه يجب وضع السفينة ولأى زمن يجب أن يحرق المحرك الصاروخى الوقود لإجراء التصحيح المطلوب فى السرعة ؟

القسم 6-6

▪ 36 ـ انفجرت قنبلة ساكنة كتلتها m_0 فجأة فتفتت إلى ثلاث قطع متماثلة كتلة كل منها $m_0/3$. ونتيجة لذلك طارت قطعة فى الاتجاه الموجب للمحور x بسرعة قدرها 42 m/s وطارت الأخرى فى الاتجاه السالب للمحور y بسرعة مقدارها 25 m/s . أوجد سرعة القطعة الثالثة . كرر حل المسألة إذا كانت كتلة القطعة الثالثة $m_0/2$ وكتلة كل من القطعتين الأخريين $m_0/4$.

▪ 37 ـ تتحرك السيارة A (وكتلتها M_A) تجاه الشمال بسرعة v_0 وتتحرك السيارة B (كتلتها $2M_A/3$) تجاه الغرب بنفس مقدار السرعة . تصادمت السيارتان عند التقاطع والتصقت كل منهما بالأخرى . ما هى سرعتهما المشتركة بعد التصادم مباشرة ؟

▪ 38 ـ يتحرك بروتونان على استقامة المحور x ، أحدهما بسرعة v_0 والآخر بسرعة قدرها $-v_0$. تصادم هذان الجسيمان تصادمًا مباشرًا ، ونتيجة لذلك انطلق أحدهما بعد التصادم فى اتجاه يصنع زاوية قدرها 50° مع الاتجاه الموجب للمحور x . ماذا حدث للآخر ؟ وما سرعة البروتونين بعد التصادم ؟

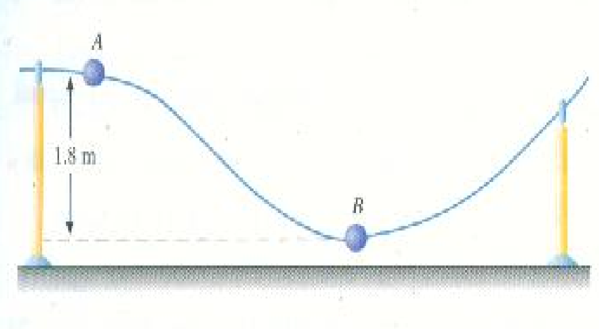
▪ 39 ـ تصادم جسيمان متساويان فى الكتلة عندما كانت مركبتا سرعة أحدهما فى الاتجاهين y و x $(0 , -v_0)$ ومركبتا سرعة الآخر $(v_0/2 , v_0/2)$. وبعد التصادم أصبحت مركبتا سرعة أحد الجسمين $(v_0 , 0)$. أوجد مركبتى سرعة الآخر . هل التصادم تام المرونة ؟

▪ 40 ـ انزلق قرص مطاطى من الأقراص المستخدمة فى لعبة هوكى الجليد فى الاتجاه الموجب للمحور x بسرعة مقدارها v_0 وتصادم مع قرص مماثل ساكن . وبعد التصادم تحرك القرصان أحدهما بزاوية قدرها 30° والآخر بزاوية قدرها 60° بالنسبة للاتجاه الموجب للمحور x . ما مقدارى سرعتى القرصين ؟

■ 41 ـ كرة كتلتها m تتحرك بسرعة مقدارها v إلى اليسار على طول المحور x تجاه كرة أخرى ساكنة كتلتها $m/5$ تقع فى نقطة الأصل . وبعد التصادم بدأت الكرة الأولى فى الحركة إلى اليسار بسرعة مقدارها $v/2$ وفى اتجاه يصنع زاوية قدرها $40°$ فوق الجزء السالب من المحور x . أوجد مقدار واتجاه سرعة الكرة الأخرى .

■■ 42 ـ كرر المسألة 41 إذا انعكست الكرة الأولى خلفاً بسرعة مقدارها $v/4$ فى اتجاه يصنع زاوية قدرها $40°$ بالنسبة للاتجاه الموجب للمحور x .

■ 43 ـ تتحرك سيارة كتلتها 1500 kg تجاه الشمال بسرعة مقدارها 22 m/s ، وتتحرك سيارة أخرى كتلتها 1800 kg تجاه الشرق بمعدل قدره 32 m/s . وصلت هاتان السيارتان إلى تقاطع الطرق فى نفس اللحظة فتصادمتا والتصقت إحدهما بالأخرى بعد التصادم . أوجد السرعة المشتركة للسيارتين بعد التصادم مباشرة .



شكل م3-6

مسائل عامة

■ 44 ـ ما مقدار الشغل اللازم بذله لمضاعفة كمية تحرك سيارة كتلتها 1250 kg عندما تكون متحركة بمعدل 15.2 m/s ؟

■■ 45 ـ انفصلت رائدة فضاء كتلتها 65 kg عن سفينتها الفضائية فوجدت نفسها سابحة فى الفضاء . وفى لحظة معينة كان البعد بينها وبين السفينة 30.5 m إلا أنها كانت تتحرك مبتعدة عن السفينة بسرعة مقدارها 5.5 cm/s بالنسبة إلى السفينة . وفى محاولة للعودة إلى سفينتها قامت رائدة لفضاء بقذف مفتاح ربط كتلته 850 g فى الاتجاه البعيد عن السفينة . هل تنجح هذه المحاولة ؟ وإذا نجحت ، فما هو الزمن اللازم لوصولها إلى سفينة الفضاء ؟

■ 46 ـ ذكر فى أحد تقارير الشرطة أن سيارة كانت واقفة فى حالة السكون ومكابحها (فراملها) مضغوطة عندما صدمتها من الخلف شاحنة وزنها 1.5 مرة قدر وزن السيارة . ونظرا لأن مكابح العجلات الأربع لكلتا المركبتين كانت مضغوطة لحظة التصادم فقد بينت علامات التزحلق على الطريق أنهما قد تزحلقتا معًا مسافة قدرها 7.8 m فى اتجاه حركة الشاحنة قبل التصادم . بفرض أن معامل الاحتكاك 0.8 ، ما مقدار سرعة الشاحنة بالتقريب قبل التصادم مباشرة .

■ 47 ـ حررت الكرة A بالشكل م3-6 عند النقطة A فانزلقت على طول السلك اللااحتكاكى وتصادمت مع الكرة B . إذا كان التصادم تام المرونة ، أوجد إلى أى ارتفاع تصل الكرة B بعد التصادم . افترض أن كتلة الكرة B تساوى 1/3 كتلة الكرة A .

■■ 48 ـ يمثل الشكل م4-6 آلة أتوود وقد زيد عليها كتلة ثالثة مماثلة للكتلة الصغرى ومتصلة بها عن طريق خيط مرتخ متعرج . بعد تحرير الكتلة 2 m سقطت هذه الكتلة مسافة قدرها D قبل أن يصبح الخيط المتعرج مشدودًا . وبعد ذلك بدأت الكتلتان على الجانب الأيسر من البكرة فى الارتفاع بنفس السرعة . ما مقدار هذه السرعة ؟ افترض أن البكرة عديمة الكتلة ولا احتكاكية .

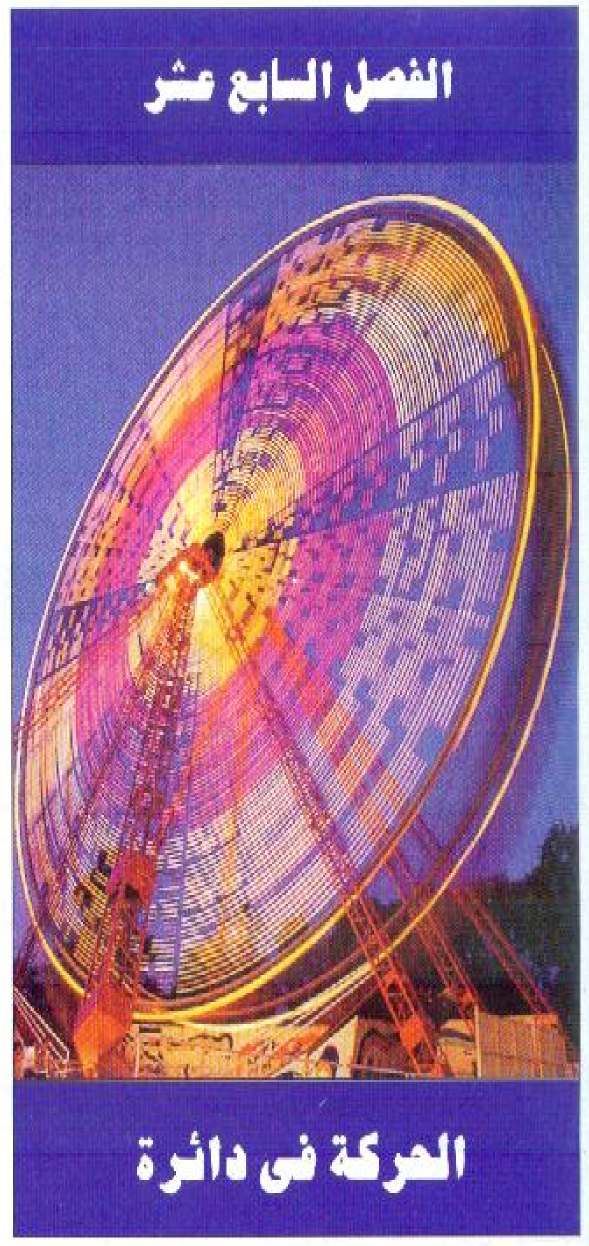
■ 49 ـ افترض أن الكتلة 2m فى الشكل م4-6 كانت مستقرة على حامل يمنعها من السقوط . وعندما أزيل حامل الكتلة الصغرى على اليسار سقطت هذه الكتلة سقوطًا حرًا مسافة قدرها L قبل أن يصبح الخيط المتعرج الذى يربطها بالكتلة الأخرى مشدودًا ، وبعد ذلك بدأت الكتل الثلاث فى الحركة معًا . أوجد مقدار السرعة المشتركة للكتل الثلاث .



شكل م4-6

50 ـ أنزلت سلسلة رأسية كتلتها الكلية M وطولها L على منضدة بسرعة ثابتة مقدارها v ، وكان الطرف السفلي للسلسلة متماسًا بالكاد مع سطح المنضدة عند اللحظة $t = 0$. اشتق تعبيرًا للقوة التى تؤثر بها السلسلة على المنضدة كدالة في الزمن ، مثل العلاقة بين F و t ابتداء من لحظة بداية إنزال السلسلة إلى أن تستقر كلها كاملة على المنضدة .

51 ـ قذفت كرة تنس كتلتها 50 g على الحائط الأمامي للعب تنس فاصطدمت به في نقطة ترتفع بمقدار 0.5 m عن الأرضية . وقبل التصادم مباشرة كانت الكرة متحركة في الاتجاه الأفقي بسرعة مقدارها 50 m/s ، وبعد التصادم مباشرة ارتدت الكرة بسرعة ابتدائية معينة في الاتجاه الأفقي فوصلت إلى الأرضية في نقطة تبعد مسافة قدرها 12.4 m عن الحائط الأمامي .
(أ) ما مقدار سرعة ارتداد الكرة عن الحائط ؟ (ب) إذا كان زمن التصادم مع الحائط 0.025 s ، فما متوسط القوة التي تؤثر بها الكرة على الحائط ؟



الفصل السابع عشر

الحركة فى دائرة

يعتبر دوران السفينة الفضائية حول الأرض ودوران الأرض حول الشمس من الأمثلة المألوفة للحركة فى مسار شبه دائرى . كذلك فإن الأجسام التى تدور حول نفسها فى حركة مغزلية والعجلات الدائرة معروفة لنا أيضًا . وسوف نتعلم فى هذا الفصل كيف يوصف هذا النوع من الحركة .

7-1 الإزاحة الزاوية θ

لوصف حركة جسم فى خط مستقيم يلزم اختيار محور على طول هذا الخط المستقيم ، وعادة يستخدم المحور x لهذا الغرض . ولوصف حركة جسم فى مسار دائرى أو دوران عجلة حول محور الدوران (الدنجل) يكون من الضرورى اختيار إحداثى لقياس الزاوية ، أى المقابل الدورانى للإزاحة الخطية . أغلب الظن أنك تعلم الطرق العادية لعمل ذلك ، ولكننا نرى أن نذكرك بها فى مراجعة سريعة .

لنفرض أن لدينا عجلة يمكن أن تدور حول محور يمر بمركزها كما هو مبين بالشكل 7-1 لكى تنتقل العجلة من الوضع a إلى b يجب إدارتها زاوية قدرها θ . هناك ثلاث طرق لقياس الزاوية . أولاً يمكن قياس θ **بالدرجات** (deg) ، وكلنا يعلم أن الدائرة الكاملة الواحدة تكافئ $360°$. كذلك يمكن قياس الزاوية بالدورات (rev) ، فالدائرة

الكاملة الواحدة تكافئ دورة واحدة ، وبذلك نرى أن :

$$1\ \text{rev} = 360°$$

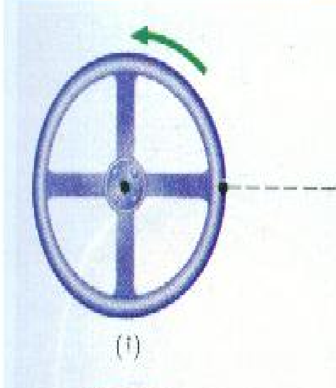
الطريقة الثالثة هى أن تقاس الزاوية **بالقياس النصف قطرى** ، أو الزاوية النصف قطرية ، وقد نوقشت هذه النقطة سابقًا فى الفصل الأول . ويمكن تلخيص تعريف القياس النصف قطرى للزاوية بالاستعانة بالشكل 2-7 كما يأتى . عندما تدور العجلة زاوية θ تتحرك أى نقطة على حافتها مسافة قدرها s حول المركز وتعريف الزاوية θ مقدرة بالزاوية النصف قطرية بالنسبة بين s ونصف قطر العجلة r :

$$\theta\,(\text{rad}) = \frac{s}{r} \qquad (7\text{–}1)$$

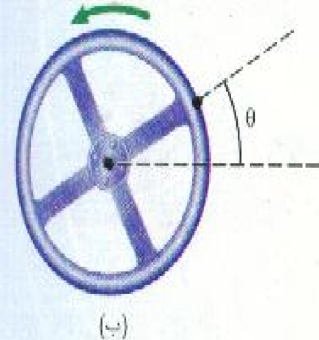
لاحظ أن الدورة الكاملة تناظر $s = 2\pi r$ وهذا يعطى $\theta = 2\pi r/r = 2\pi\ \text{rad}$. هذا ومن المفيد تذكر العلاقتين الآتيتين :

$$1\ \text{rev} = 360° = 2\pi\ \text{rad}$$

$$1\ \text{rad} = \frac{180}{\pi}\ \text{degrees} \cong 57.3°$$



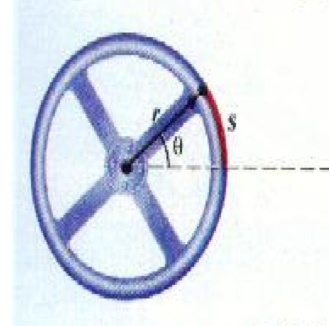
(أ)



(ب)

شكل 1-7 :
الزاوية θ تصف المسافة الزاوية التى دارتها العجلة .

لاحظ أن الدرجات والدورات والزوايا النصف قطرية كلها كميات **لا بعدية** ، أى أنها لا تتضمن أى أبعاد أساسية للقياسات الفيزيائية . وبناء على ذلك ، إذا دخلت هذه الكميات فى أى عملية حسابية فإنها لا تغير وحدات حدود المعادلة المستعملة . ومع ذلك من المهم التنبه إلى الطريقة التى تقاس بها الزاوية حتى يمكن تفسير نتائج الحسابات تفسيرًا صحيحًا . وسوف نرى فى القسم 5-7 أن **من الضرورى** فى حالات معينة أن تكون الزوايا معطاة بالزوايا النصف قطرية حتى يكون الحساب صحيحًا .



شكل 2-7 :
$\theta = s/r$ بالقياس نصف القطرى .



مثال توضيحى 1-7

حول الزاوية 70.0° إلى زوايا نصف قطرية ودرجات .

استدلال منطقى : باستعمال معاملى التحويل $2\pi\ \text{rad}/360°$ و $1\ \text{rev}/360°$ نجد أن :

$$70.0° = (70.0\ \text{deg})\left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{360\ \text{deg}}\right) = 1.22\ \text{rad}$$

$$70.0° = (70.0\ \text{deg})\left(\frac{1\ \text{rev}}{360\ \text{deg}}\right) = 0.194\ \text{rev}$$

تمرين : حول الزاوية 0.210 rad إلى درجات ودورات . **الإجابة** : 0.0334 rev و 12.0°

جدول 1-7
بعض الزوايا الشائعة الاستعمال مقاسة بالدرجات والزوايا النصف قطرية

زوايا نصف قطرية	درجات
π/9	20°
π/6	30°
π/5	36°
π/4	45°
π/3	60°
π/2	90°

2-7 السرعة الزاوية ω

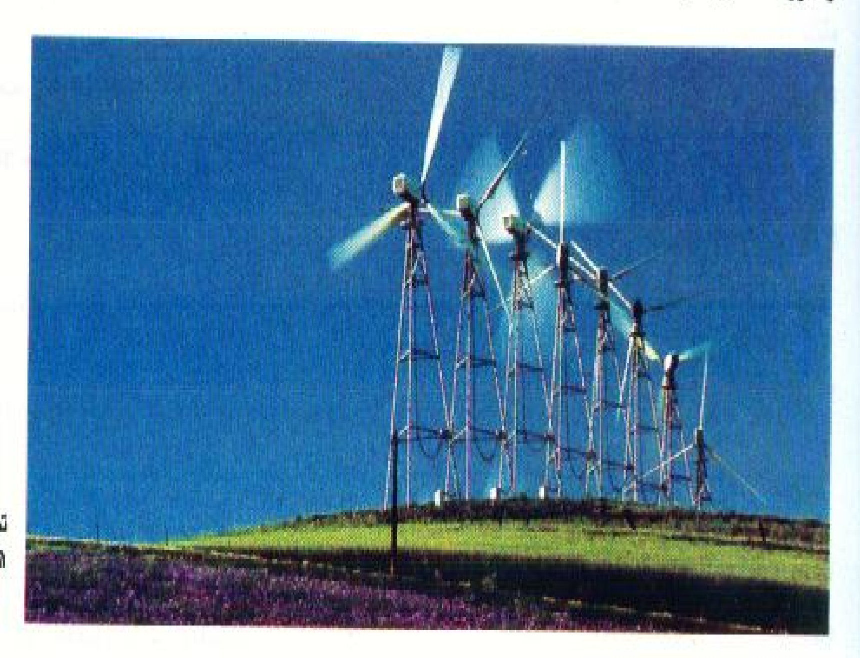
عندما نقول أن أسطوانة الفونوغراف تدور بمعدل 33 rev/min فإننا فى الواقع نذكر سرعتها الزاوية ، أى أننا نصف سرعة دورانها . وكما فى حالة الحركة الخطية حيث

تعرف السرعة المتوسطة بأنها الإزاحة مقسومة على الزمن ، فإننا نعرف السرعة الزاوية المتوسطة بالعلاقة :

$$\text{السرعة الزاوية المتوسطة} = \frac{\text{الإزاحة الزاوية}}{\text{الزمن المار}}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t} \qquad (7\text{-}2)$$

حيث ω (الحرف اللاتينى أوميجا) هى السرعة الزاوية . والوحدات النموذجية للسرعة الزاوية ω هى الزاوية النصف قطرية لكل ثانية ، والدرجات لكل ثانية . والدورات لكل دقيقة .



تستخدم الطواحين الهوائية الحديثة سرعتها الزاوية لتشغيل المولدات الكهربائية .

من الممكن أن تدور العجلتان الموضحتان فى الشكلين 1-7 و 2-7 فى « اتجاهين » مختلفين : اتجاه دوران عقارب الساعة وعكس اتجاه دوران عقارب الساعة . وقد ناقشنا هذين الاتجاهين للدوران حول محور فى الفصل الرابع عند دراسة عزم الدوران والشرط الثانى للاتزان . والإزاحة الزاوية θ والسرعة الزاوية ω حول محور ثابت متجهان مثل عزوم الدوران ، يمكن أن يكون لأى منهما أحد اتجاهين متضادين للدوران . وعادة يعتبر الدوران فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة موجبًا وفى اتجاه دوران عقارب الساعة سالبًا ، وهذا هو نفس الاختيار الذى تبعناه مع عزوم الدوران فى الفصل الرابع . ومن ثم فإن المعادلات المحتوية على كميات زاوية سوف تعطى إجابات يمكن تفسيرها بما يتفق مع هذا الاختيار .

وكما فعلنا فى حالة الحركة الخطية لابد من تمييز السرعة الزاوية المتوسطة عن السرعة اللحظية . ولعلنا نذكر أن السرعة الخطية اللحظية تستنتج بقياس الإزاحة الخطية للجسم المتحرك فى زمن صغير جدًا بحيث لا تتغير السرعة تغيرًا ملحوظًا . وبتطبيق نفس الأسلوب على حالة الحركة الدورانية ، تعرف **السرعة الزاوية اللحظية** كالآتى :

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (7\text{-}3)$$

فى المعادلة السابقة تمثل $\Delta\theta$ المسافة الزاوية الصغيرة التى تتحركها عجلة خلال زمن قصير Δt ، ويبين لنا رمز النهاية lim أن قيمة هذه النسبة يجب تعيينها عندما تقترب الفترة الزمنية Δt من الصفر كما وضحنا فى الفصل الثانى .

مثال توضيحى 2-7

تدور العجلة الموضحة فى الشكل 2-7 عددًا من الدوران مقداره 1800 rev فى 1.0 min . أوجد السرعة الزاوية المتوسطة بالوحدات rad/s .

استدلال منطقى : من معادلة تعريف السرعة الزاوية المتوسطة :

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t} = \frac{1800}{60\text{ s}} = 30\text{ rev/s}$$

إذن :

$$30\text{ rev/s} = \left(30\,\frac{\text{rev}}{\text{s}}\right)\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{\text{rev}}\right) = 60\pi\text{ rad/s} = 190\text{ rad/s}$$

تمرين : كم زاوية نصف قطرية تدورها العجلة فى 15 s ؟ **الإجابة :** 47 rad .

3-7 العجلة الزاوية α

سبق تعريف العجلة الخطية المتوسطة فى الفصل الثانى بالمعادلة :

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t}$$

هذه الكمية مقياس لمعدل تغير سرعة الجسم بالنسبة للزمن ، حيث $\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i$ هو التغير فى السرعة خلال الزمن t . تذكر أن الوحدات النموذجية للعجلة هى m/s^2 أو ft/s^2 .

وفى حالة الأجسام الدائرة كثيرًا ما يهمنا معرفة كيف تتسارع هذه الأجسام أو تتباطئ ، وهو ما يعبر عنه **بالعجلة الزاوية** ، أى المعدل الزمنى لتغير السرعة الزاوية . وتعرف العجلة الزاوية المتوسطة α (ألفا) لعجلة دائرة أو أى جسم آخر بالعلاقة :

$$\text{العجلة الزاوية المتوسطة} = \frac{\text{التغير فى السرعة الزاوية}}{\text{الزمن المار}}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} \qquad (7\text{-}4)$$

وحدات العجلة الزاوية هى وحدات السرعة الزاوية مقسومة على الزمن . فمثلاً ، إذا كان t مقاسًا بالثوانى وكانت ω مقاسة بالزاوية نصف القطرية لكل ثانية فإن العجلة الزاوية

يعبر عنها بالزاوية نصف القطرية فى الثانية لكل ثانية . وبالرغم من أنه ليس من الخطأ قياس ω بالزاوية نصف القطرية في الثانية عندما يكون t مقاساً بالدقيقة بحيث تكون الوحدة عندئذ زاوية نصف قطرية فى الثانية لكل دقيقة ؛ فإن من الأفضل عموماً استخدام نفس وحدة t فى الكميتين :

إذا كانت العجلة الزاوية منتظمة (ثابتة) فإن السرعة الزاوية المتوسطة ، كما فعلنا فى حالة الحركة الخطية ، ستكون :

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}(\omega_f + \omega_i)$$

مثال توضيحى 3-7

تبدأ عجلة فى الدوران من السكون وتصل إلى سرعة دورانية قدرها 240 rev/s فى 2.0 min . ما عجلتها الزاوية المتوسطة ؟

استدلال منطقى : نعلم أن :

$$\omega_i = 0 \qquad \omega_f = 240 \text{ rev/s} \qquad t = 2.00 \text{ min} = 120 \text{ s}$$

ومن تعريف العجلة الزاوية نجد أن :

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{(240-0)\text{ rev/s}}{120 \text{ s}} = 2.00 \text{ rev/s}$$

تمرين : ما مقدار السرعة الزاوية للعجلة (بالزاوية نصف القطرية في الثانية) بعد 130 s من لحظة بداية دورانها من السكون ؟ **الإجابة** : 1630 rad/s .

7-4 معادلات الحركة الزاوية

ربما أدركنا الآن أن هناك قدرًا كبيرًا من التشابه بين معادلات الحركة الخطية والدورانية . فالزاوية θ فى الحركة الزاوية تناظر x فى الحركة الخطية ، كما أن ω تناظر v ، وأخيرا α تناظر a . كذلك فإننا عرفنا ω و α بمعادلتين مماثلتين لمعادلتي تعريف v و a ، رغم أننا استعملنا رموزًا مختلفة . من هذا يستنتج أن كل معادلات الحركة ذات العجلة الزاوية المنتظمة ستكون على نفس صورة نظيراتها فى حالة الحركة ذات العجلة الخطية المنتظمة ، وهذا موضح فى الجدول الآتى (الصفحة التالية) .

ليست هناك إذن حاجة لتعلم معادلات جديدة للحركة الزاوية ؛ كل ما علينا ببساطة أن نستبدل متغيرات الحركة الخطية بما يقابلها فى حالة الحركة الزاوية . وسوف نرى فى هذا الفصل أن ذلك ينطبق أيضًا على معادلات طاقة الحركة وكمية التحرك . وسوف نرى الآن كيف نستخدم نفس طرق حل مسائل الحركة الخطية فى حل مسائل الحركة الزاوية .



يعطى الأطفال للمائدة الدوارة عجلة زاوية بالدفع مماسيًا على محيطها .

	الحركة الخطية	الحركة الزاوية
(5-7أ)	$\theta = \bar{\omega} t$	$s = \bar{v} t$
(5-7ب)	$\omega_f = \omega_i + at$	$v_f = v_i + at$
(5-7جـ)	$\bar{\omega} = \frac{1}{2}\left(\omega_f + \omega_i\right)$	$\bar{v} = \frac{1}{2}\left(v_f + v_i\right)$
(5-7د)	$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_i^2$	$2as = v_f^2 - v_i^2$
(5-7هـ)	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}at^2$	$s = v_i t + \frac{1}{2}at^2$

مثال 1-7

تدور عجلة روليت بمعدل 3.0 rev/s وتتهادى إلى السكون خلال 18.0 s ما قيمة تقاصرها (عجلتها السالبة) ؟ كم دورة تدورها العجلة أثناء وصولها إلى السكون ؟

استدلال منطقي :

سؤال : ما هي الكميات المعطاة والكميات المطلوب إيجادها ، $t = 18.0\ s$ ؟

الإجابة : المعطيات هي $\omega_i = 3.00\ rev/s$ ، $\omega_f = 0\ s$ ، $t = 18.0\ s$. المطلوب هو إيجاد α و θ .

سؤال : أي معادلات الحركة تربط المجاهيل بالمعطيات ؟

الإجابة : تعريف α (المعادلة 4-7) يحتوى على ω و t .

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

ولإيجاد θ يمكن استخدام المعادلة (5-7) إذا لم تكن α معلومة مقدمًا . وبما أننا نعلم قيمة α . يمكن اختيار أى من المعادلتين (5-7د) أو (5-7هـ) لإيجاد θ :

الحل والمناقشة : العجلة الزاوية هي :

$$\alpha = \frac{0 - 3.00\ rev/s}{18.0\ s} = -0.167\ rev/s^2$$

الإشارة السالبة هامة لأنها تبين تقاصر العجلة . باستخدام المعادلة (5-7جـ) نجد أن :

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}(0 + 3.00\ rev/s) = 1.50\ rev/s$$

ومن المعادلة (5-7أ) نحصل على :

$$\theta = \bar{\omega} t = (1.50\ rev/s)(18.0\ s) = 27.0\ rev$$

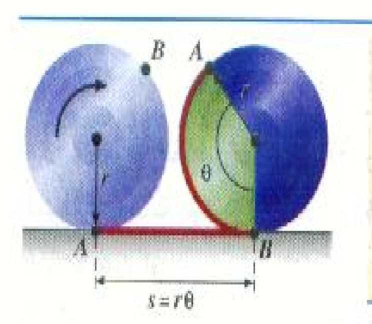
يمكن أيضًا إيجاد θ باستخدام المعادلة (5-7هـ) :

$$\theta = (3.00\ \text{rev/s})(18.0\ \text{s}) + \frac{1}{2}(-0.167\ \text{rev/s}^2)(18.2\ \text{s})^2$$

$$= 27.0\ \text{rev}$$

لاحظ مدى أهمية مراعاة صحة إشارة α .

تمرين : استخدم المعادلة (5-7د) لإيجاد θ .



شكل 7-3 :
حينما تدور العجلة زاوية θ علـى الأرض فإنها ترسم علـى الأرض مسـافة مماسـية قدرها $s = r\theta$.

5-7 الكميات المماسية

حيث يفك مكب (بكرة الخيط) خيطًا ملفوفًا عليه أو تتدحرج عجلة على الأرض بدون انزلاق تحدث حركتان فى نفس الوقت ، إحداهمـا دورانيـة والأخـرى خطيـة ، والمطلوب الآن هو إيجاد العلاقة بـين هذيـن النوعـين مـن الحركـة . من المعلـوم أن العلاقـة بـين المسافتين الخطية s والزاوية θ تمثلها المعادلة (7-1) وهى معادلة تعريف القياس الزاوى . ولإيضاح ذلك لنرجع إلى الشكل 7-3 .

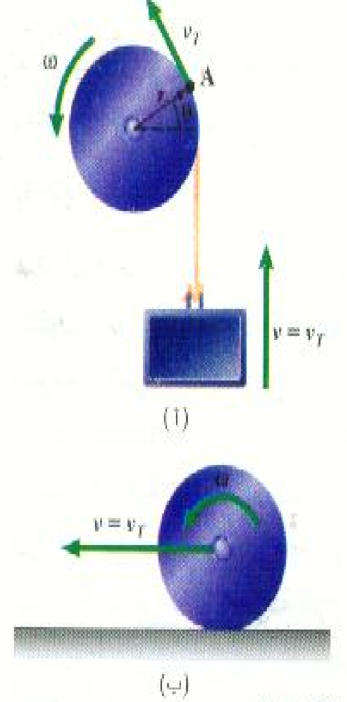


شكل 7-4 :
ما طول الخيط الذى يلتف على المكب عند دورانه دورة واحدة ؟

يوضح هذا الشكـل أن المسافة الخطيـة التـى تتدحرجـها العجلـة s تساوى المسافة المماسية التى تقطعها أى نقطة على حافتها ؛ هذا يمكننا من إيجاد علاقة بـين الحركـة الخطية والحركة الدورانية للعجلة المتدحرجة . وطالما لم تعان العجلـة أى انـزلاق فإن $s = r\theta$ ، حيث θ مقاسة بالزاوية نصف القطرية . عـلاوة علـى ذلك إذا نظرنـا إلى المكب الموضح فى الشكل 7-4 سنرى أن هناك علاقة مشابهة لطريقة لف الخيط على حافتـه . وبدوران المكب بإزاحة زاوية قـدرها θ يلتف طول قدره s مـن الخيط عـلى حافة المكب . إذن ، فى جميع الحالات تحقق العلاقة :

$s = r\theta$ (θ بالزاوية نصف القطرية) (6-7)

لاحظ مرة أخرى أن θ فى هذه الحالات يجب أن تكون مقاسة بالزاويـة نصف القطريـة لأن المعادلة (6-7) مبنية على أساس تعريف القياس الزاوى .



شكل 7-5 :
ترتبـط السـرعة الزاويـة ω بالسـرعة المماسية v_T طبقًا للعلاقة $v_T = \omega r$. فى هذه العلاقة يجـب أن تكـون ω مقـدرة بالقياس الزاوى .

وعندما يدور المكب المبين بالشكل 7-4 بمعدل معين سوف ترتفع الكتلة المعلقة فى طرف الخيط بسرعة معينة . بالمثل ، عندما تتدحرج العجلة الموضحة بالشكل 7-3 على الأرض بدون انزلاق فإنها تدور حول محورها بمعدل معـين ويتحـرك مركزهـا فـى نفس الوقت بسرعة معينة . فى كل من هاتين الحالتين يكـون مقدار السرعة مسـاويًا لمقدار سرعة أى نقطة على حافة المكب أو العجلة . ويقـال عندئـذ أن أى نقطـة علـى الحافـة تتحرك دائمًا بنفس هذا المعدل فى اتجـاه مماسى للمكـب أو العجلـة ؛ وتسـمى سـرعة حركة أى نقطة على لحافة بالسرعة المماسية v_T لـهذه النقطـة . لنحـاول الآن إيجـاد علاقة بين السـرعة المماسية v_T والسرعة الزاوية ω للعجلة .

إذا دار المكب فى الشكل 7-5أ بسرعة ثابتة المقدار زاويـة θ خـلال الزمـن t ستكون سرعته الزاوية $\omega = \theta / t$. وحيث أن $\theta = s / r$ ، حيث r نصف قطر المكـب ؛ يمكننـا التعويض بهذه القيمة فى معادلة ω لنحصل على :

$$\omega = \frac{s/r}{t} = \frac{s}{t}\frac{1}{r}$$

ولكن s/t ببساطة هو مقدار سرعة ارتفاع الكتلة فى الشكل 5-7أ وهو يساوى مقدار السرعة المماسية v_T للنقطة A . وهكذا فإن هذه المعادلة للسرعة الزاوية ω تعطى $\omega = v_T/r$ ، أو :

$$\text{(7-7)} \qquad v_T = \omega r = \text{مقدار السرعة المماسية}$$

وهنا أيضًا يجب استخدام القياس نصف القطرى . وبطريقة مشابهة يمكننا إثبات أن مركز العجلة فى الشكل 5-7ب يتحرك أيضًا بسرعة مقدارها $v_T = \omega r$. بشرط عدم انزلاق العجلة . ومن ثم يمكننا أن نرى أن المعادلة (7-7) هى علاقة هامة بين الحركة الدورانية لجسم وحركته الخطية الناتجة عن الدوران .

هناك كمية هامة أخرى تسمى العجلة المماسية . فعندما تزيد السرعة الزاوية للعجلة الدائرة سوف تزداد v_T بالضرورة . وباستعمال المعادلة (7-4) نجد أن العجلة الزاوية α هى :

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

حيث $\omega_f - \omega_i$ هو التغير فى السرعة الزاوية خلال الفترة الزمنية t . ونظرًا لأن $\omega = v_T/r$ يمكننا كتابة العلاقة السابقة على الصورة :

$$\alpha = \frac{v_{Tf} - v_{Ti}}{rt} \qquad \text{أو} \qquad \frac{v_{Tf} - v_{Ti}}{rt} = \alpha r$$

هذا ببساطة هو معدل تغير مقدار السرعة المماسية ، أو مقدار **العجلة المماسية** a_T . وعليه فإن مقدار a_T يرتبط بالعجلة الزاوية طبقًا للعلاقة :

$$\text{(7-8)} \qquad a_T = \alpha r$$

هذه أيضًا هى العجلة الخطية لمركز العجلة المتدحرجة أو أى نقطة معينة على الخيط المفكوك . هل يمكنك إثبات ذلك على أساس تعريف العجلة بأنها معدل التغير فى السرعة - السرعة المماسية فى هذه الحالة ؟

المعادلات (7-6) ، (7-7) ، (7-8) تبين أنه بالرغم من أن قيم الإزاحة والسرعة والعجلة **الخطية** تختلف من نقطة إلى أخرى على الجسم الدائر ، ويعتمد ذلك على بعد كل نقطة عن محور الدوران ، فإن جميع النقط الواقعة على الجسم الدائر المتماسك تشترك كلها فى نفس **الحركة الزاوية** .

مثال 2-7

تبدأ سيارة قطر عجلاتها 80 cm الحركة من السكون وتتسارع بانتظام إلى 20 m/s خلال 9.0 s . أوجد العجلة الزاوية والسرعة الزاوية النهائية لإحدى العجلات .

ا

استدلال منطقى :

سؤال : ماذا تصف المعطيات ؟

الإجابة: العجلة الخطية للسيارة . كذلك يتضمن نص المسالة قطر العجلات التى يفترض أنها تتدحرج إلى الطريق بدون انزلاق .

سؤال : بعد إيجاد العجلة الخطية للسيارة كيف يمكن ربطها بالعجلة الزاوية لإحدى عجلاتها ؟

الإجابة : العجلة الخطية للسيارة هى نفس العجلة الخطية لمحور دوران العجلة (الدنجل) . وتوضح المعادلتان (7-7) و (7-8) والشكل 5-7ب أن الحركة الزاوية ترتبط بالحركة الخطية طبقًا للعلاقتين :

$$\omega = \frac{v_T}{r} \quad \text{و} \quad \alpha = \frac{a_T}{r}$$

الحل والمناقشة : نوجد أولاً العجلة الخطية للسيارة :

$$a_T = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{20\ \text{m/s} - 0}{9.0\ \text{s}} = 2.2\ \text{m/s}^2$$

وعليه فإن العجلة الزاوية تكون :

$$\alpha = \frac{2.2\ \text{m/s}^2}{0.40\ \text{m}} = 5.6\ \text{s}^{-2} = 5.6\ \text{rad/s}^2$$

لاحظ عدم وجود أى شىء يدل صراحة على أن الكمية الماسية مقدرة بالقياس نصف القطرى . هذا موجود ضمنيًا فى استخدام المعادلات (7-6) ، (7-7) ، (7-8) .

وهكذا إن السرعة الزاوية النهائية تكون :

$$\omega = \alpha t = (5.6\ \text{rad/s}^2)(9.0\ \text{s}) = 50\ \text{rad/s}$$

تمرين : ما عدد الدورات التى تدورها كل من عجلات السيارة خلال 9.0 s ؟

الإجابة : 36 rev .

مثال 3 - 7

افترض فى تجربة كالمبينة بالشكل 5-7أ أن الكتلة تبدأ من السكون وتتسارع إلى أسفل بمعدل $8.6\ \text{m/s}^2$. إذا كان نصف قطر المكب 20 cm ، ما معدل دورانها بعد 3.0 s ؟

ا

استدلال منطقى :

سؤال : كيف ترتبط حركة الكتلة بدوران المكب ؟

الإجابة: من خلال نصف قطر المكب ، لأن الخيط الذى يحمل الكتلة ملفوف حول محيط المكب وينفك بدون انزلاق .

سؤال : ما العلاقة بين العجلة الزاوية للمكب والعجلة الخطية للكتلة إلى أسفل ؟

الإجابة:
$$\alpha = \frac{a_T}{r}$$

سؤال : ما علاقة معدل الدوران بالعجلة الزاوية α ؟

الإجابة: معدل الدوران هو السرعة الزاوية ، وتعطى بالعلاقة :

$$\omega = \alpha t$$

الحل والمناقشة : القيمة العددية هى :

$$\alpha = \frac{8.6\ \text{m/s}^2}{0.20\ \text{m}} = 43\ \text{rad/s}^2$$

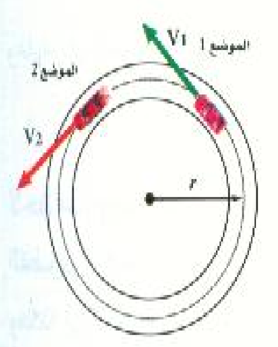
و

$$\omega = \alpha t = (43\ \text{rad/s}^2)(3.0\ \text{s}) = 130\ \text{rad/s}$$

لاحظ مرة أخرى ضرورة أن تفهم أن القياس الزاوى هو المستخدم فى الحل .

7-6 العجلة الجاذبة المركزية

تمثل حركة الجسم فى مسار دائرى بسرعة ثابتة المقدار موقفاً على قدر كبير من الأهمية . فمثلاً ، اعتبر حالة سيارة تسير فى مسار دائرى بسرعة ثابتة المقدار v ، وليكن 20 m/s ، كما هو مبين بالشكل 7-6 . بالرغم من أن مقدار سرعة السيارة 20 m/s عند الموضعين 1 و 2 وعند جميع النقط الأخرى على المسار ، إلا أن السيارة تعانى **عجلة** معينة . ولفهم هذه العبارة يجب أن نتذكر حقيقتين : (1) مقدار السرعة والسرعة نفسها ليسا نفس الشيء . (2) تعرف العجلة بأنها المعدل الزمنى لتغير السرعة (كمية متجهة) وليس المعدل الزمنى لتغير مقدار السرعة (كمية غير متجهة) . وحيث أن اتجاه السرعة عند الموضع 1 ليس هو اتجاهها عند الموضع 2 ، فإن السرعة تتغير أثناء حركة السيارة فى المسار . ومن تعريف العجلة المتوسطة نجد أن العجلة المتوسطة للسيارة بين الموضعين 1 و 2 يعطى بالعلاقة :



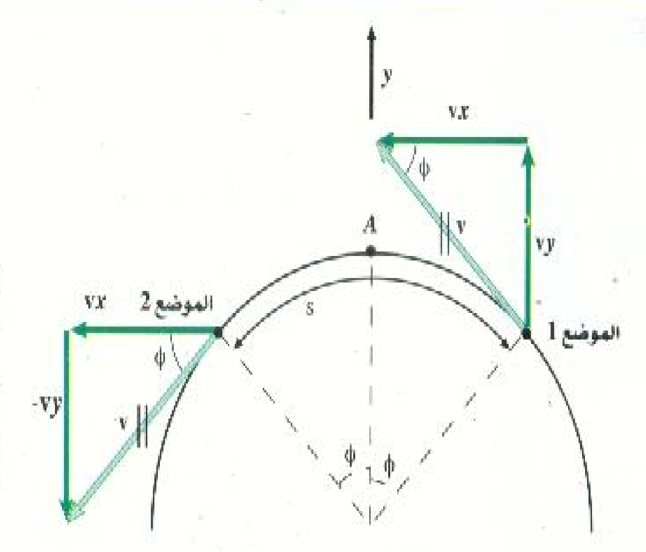
شكل 7-6 :
مع أن مقدار سرعة السيارة ثابت عند أى موضع على المسار فإن سرعتها تتغير باستمرار لأن اتجاه متجه السرعة ليس ثابتاً .

$$\bar{a} = \frac{\text{التغير فى السرعة}}{\text{الزمن المار}}$$

لنحسب الآن عجلة السيارة .

بالاستعانة بالشكل 7-7 الذى يمثل نفس الموقف نلاحظ أن المركبة y لسرعة السيارة تتغير من v_y عند الموضع 1 إلى $-v_y$ عند الموضع 2 ، بينما تظل المركبة x ثابتة عند الموضعين . من هذا نجد أنه عندما تنتقل السيارة من 1 إلى 2 ستتغير مركبة سرعة السيارة بمقدار :

$$(\text{التغير فى السرعة})_y = v_{yf} - v_{y0} = -v_y - v_y = -2v_y$$



شكل 7-7 :
لاحظ أن سرعة السيارة تتغير بمقدار $-2v_y$ عند انتقالها من الموضع 1 إلى الموضع 2 . وتبين الإشارة السالبة أن هذا التغير فى الاتجاه السالب للمحور y ، أى اتجاه مركز الدائرة .

كذلك فإن الزمن الذى تستغرقه السيارة للانتقال من 1 إلى 2 هو $t = s/v$ ، حيث v السرعة الماسية الثابتة المقدار للسيارة فى مسارها و s طول القوس من 1 إلى 2 . وحيث أن $\theta = s/r$ ، من تعريف القياس نصف القطرى ، إذن :

$$s = 2r\phi \qquad \text{أو} \qquad 2\phi = \frac{s}{r}$$

وذلك لأن s تقابل زاوية قدرها 2ϕ فى هذه الحالة . وعليه :

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2r\phi}{v}$$

نعلم الآن أن التغير فى السرعة هو $-2v_y$ وأن الزمن المار هو $\frac{2r\phi}{v}$.

وهكذا :

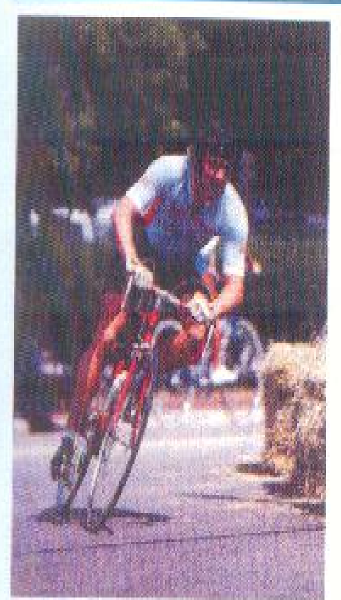
$$\bar{a} = \frac{\text{التغير فى السرعة}}{\text{الزمن المار}} = \frac{-2v_y}{2r\phi/v} = -\frac{v_y}{r\phi}$$

ولكننا نرى من الشكل 7-7 أن $v_y = v\sin\phi$ ، إذن :

$$\bar{a} = \frac{v^2\sin\phi}{r\phi}$$

هذه هى العجلة المتوسطة للسيارة أثناء الحركة من الموضع 1 إلى الموضع 2 . ولكن ما يهمنا هو قيمة العجلة اللحظية α عند أى نقطة مثل A ، وللحصول على العجلة اللحظية علينا ببساطة تقليل ϕ حتى تصل إلى قيمة صغيرة جداً . ولكن $\sin\phi \cong \phi$ عندما تكون ϕ زاوية صغيرة مقدرة بالقياس نصف القطرى (استخدم حاسبة الجيب للتأكد من أن هذا صحيح) ، إذن ، العجلة اللحظية تكون :

$$a = \frac{v^2\sin\phi}{r\phi} \cong -\frac{v^2\phi}{r\phi} = -\frac{v^2}{r}$$



حدد مواضع القوى المؤثرة على الدراجة والراكب عند عبور المنحنى . لماذا يجب أن يميل الراكب والدراجة إلى داخل المنحنى ؟

هذه هى عجلة السيارة عند مرورها بالنقطة A . وحيث أن مقدار السرعة ثابت فإن جميع النقط الواقعة على الدائرة متكافئة ، ومن ثم يكون مقدار العجلة $a = v^2/r$ مهما كان موضع A على الدائرة .

لنحاول الآن إيجاد اتجاه هذه العجلة . تذكر أن اتجاه $\mathbf{a}$ ، طبقًا للتعريف ، هو نفس اتجاه $\Delta\mathbf{v}$. وبالاستعانة بالشكل 7-7 نجد أن $\Delta\mathbf{v} = -2v_y$ عند النقطة A ، وتبين الإشارة السالبة أن $\Delta\mathbf{v}$ متجه يشير من النقطة A فى اتجاه الجزء السالب من المحور y ، أى تجاه مركز الدائرة . وعليه فإن $\Delta\mathbf{v}$ (وأيضًا $\mathbf{a}$) عند A متجه **يشير تجاه مركز الدائرة** . ولكن النقطة A يمكن أن تكون **أى** نقطة نختارها على الدائرة ، كما يمكن اختيار المحور y بحيث يمر **بأى** نقطة نختارها . ومن ثم فإن استنتاجنا الذى توصلنا إليه باختيار هذه النقطة بالذات هو استنتاج عام تمامًا ، وينطبق على جميع النقط الواقعة على الدائرة . وتلخيصًا لذلك نقول :

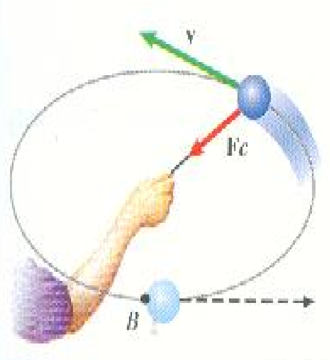
أى جسم متحرك بسرعة ثابتة القدار فى مسار دائرى نصف قطره r يقع تحت تأثير عجلة تتجه نحو مركز الدائرة . هذه العجلة تسمى **العجلة الجاذبة المركزية** $\mathbf{a}_c$ (حرفيًا « الباحثة عن المركز ») ، ومقدار هذه العجلة هو :

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \qquad (7-9)$$

حيث استخدمنا العلاقة $v = \omega r$.

العجلة $\mathbf{a}_c$ تصف معدل الانعطاف ، بمعنى أنها تمثل معدل تغير **اتجاه** الحركة .

7-7 القوة الجاذبة المركزية



شكل 7-8 :
إذا انقطع الخيط عند وجود الكرة فى النقطة B سوف تتبع الكرة الخط المماسى المتقطع .

ينص قانون نيوتن الثانى على أنه إذا أريد لجسم أن ينحرف عن الحركة فى خط مستقيم يجب أن يؤثر عليه صافى قوة معين . وعليه فإن الجسم المتحرك فى مسار دائرى لابد وأن يكون واقعًا تحت تأثير صافى قوة معين يسبب انحرافه عن المسار الخطى المستقيم . فمثلاً ، إذا كان المضمار الدائرى فى الشكل 7-6 زلق جدًا بحيث لا يولد قوة الاحتكاك الضرورية على العجلات فإن السيارة سوف تنزلق خارج الضمار فى خط مستقيم مماس للدائرة . وبالمثل ؛ تستمر الكرة الموضحة بالشكل 7-8 فى الحركة فى مسارها الدائرى تحت تأثير قوة الشد فى الخيط ، واتجاهها نحو المركز . وإذا انقطع الخيط عند مرور الكرة بالنقطة B فإن الكرة سوف تأخذ المسار الخطى المستقيم المثل بالخط المماسى للدائرة .

ونظرًا لأننا نعلم الآن ما يكفى عن العجلة الجاذبة المركزية ، لن يكون حساب القوة اللازمة لحفظ جسم كتلته m فى مسار دائرى عملاً صعبًا . ذلك أن الجسم المتحرك فى مسار دائرى يقع تحت تأثير عجلة تجاه مركز الدائرة ، ومقدار هذه العجلة هو $\mathbf{a}_c = v^2/r$ ،

حيث r نصف قطر الدائـرة و v مقدار السرعة الماسـية للجسـم فـى المسار الدائـرى . ولتوليد هذه العجلة لابد أن تؤثر على الجسـم قوة شد فى نفس اتجاه العجلة ؛ أى تجاه مركز الدائرة . هذه هى القوة F_c فى الشكل 8-7 على سبيل المثال . وباستخدام العلاقـة $F_{net} = ma$ نستطيع إيجاد هذه القوة المطلوبـة ، والمسماة **بـالقوة الجاذبـة المركزيـة** ، ويعطى مقدارها بالعلاقة :

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} \quad (7\text{-}10)$$

القوة اللازمة لحفظ جسم كتلته m يتحرك بسـرعة مقدارهـا v فـى مسار دائـرى نصف قطره r تسمى القوة الجاذبة المركزية ، ومقدارها يسـاوى mv^2/r . اتجاه هذه القوة نحو مركز الدائرة .

هذا وسوف نقابل فيما بعد العديد من الأمثلة الأخرى للقوى الجاذبة المركزية مثل القوى الناتجة عن الجاذبية والتى تسبب دوران الأقمار حول الأرض فى مدارات دائرية والقوى المغناطيسية التى تسبب الحركة الدائرية للجسيمات المشحونة بشحنات كهربائية .

من الأهمية بمكان ملاحظة أن القوة الجاذبة المركزية لا تبـذل شغـلاً . فلكـى تبـذل القوة شغلاً يجب أن يكون لـها مركبة فى اتجاه الحركة . ولكن القوة الجاذبـة المركزيـة متجه فى اتجاه نصف قطر الدائرة إلى الداخل ، بينما تحدث الحركة فى الاتجاه الماسى للدائرة . وحيث أن المماس للدائرة عمودى على نصف القطـر فلـن يكـون للقـوة الجاذبـة المركزية مركبة فى اتجاه الحركة ، ومن ثم فإنها لا تبـذل شغـلاً . كـل مـا تفعلـه القـوة الجاذبة المركزية هو أنها ببساطة تغير اتجاه حركة الجسم .

ويمكن تلخيص تأثيرى القوى على سرعة جسم فيما يلى :

القوة الماسية ، أو الموازية لاتجاه الحركة تغير مقدار سرعة الجسم فقط وتستطيع أن تبذل الشغل عليه . أما القوى العمودية على اتجاه الحركة فتغير تجاه حركة الجسم فقط ولكنها لا تبذل عليه شغلاً .

مثال 4-7

تنعطف سيارة كتلتها 1200 kg عند ناصية شارعين بسرعة مقدارهـا 8.0 m/s وتتحـرك فـى هذه العملية فى مسار على هيئة قوس من دائرة (شكل 9-7) . (أ) إذا كان نصف قطر هـذه الدائرة 9.00 m ، فمـا مقدار القـوة الأفقيـة التـى يجب أن يؤثر بـها رصف الطريـق علـى الإطارات بحيث تحفظ السيارة فـى المسار الدائرى ؟ (ب) مـا هـى القيمـة الصغـرى لمعامل الاحتكاك اللازم حتى لا تنزلق السيارة ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما قيمة عجلة السيارة عند انعطافها حول الناصية ؟

الإجابة : العجلة الجاذبة المركزية هى :

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(8.00\ m/s)^2}{9.00\ m} = 7.11\ m/s^2$$

سؤال : ما مقدار القوة اللازمة لتحقيق ذلك ؟

الإجابة : $F = ma = (1200\ kg)(7.11\ m/s^2) = 8530\ N$

سؤال : فيما يختص بالجزء (ب) ، ما علاقة هذه القوة بمعامل الاحتكاك ؟

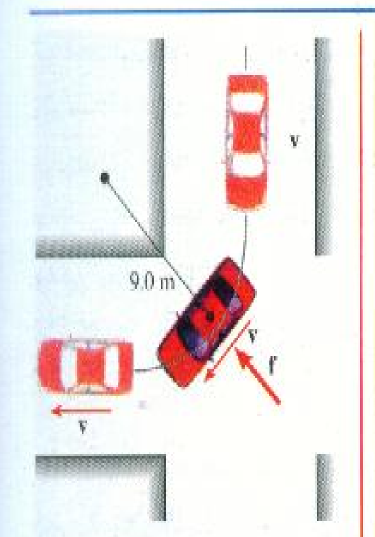
الإجابة : يجب أن يركز السائق على الاحتكاك الاستاتيكى بين الإطارات والطريق حتى تنعطف سيارته بأمان . أما إذا انزلقت الإطارات فستكون قوة الاحتكاك بين الإطارات والطريق قوة احتكاك حركي ، وهى دائمًا أقل من قوة الاحتكاك الاستاتيكى . والقيمة العظمى لقوة الاحتكاك الاستاتيكى فى هذه الحالة هى :

$$f_s(\max) = \mu_s F_N = \mu_s\ mg$$

الحل والمناقشة : μ_s يجب أن تساوى $(8530\ N)/mg$ على الأقل . وعليه :

$$\min \mu_s = \frac{8530\ N}{(1200\ kg)(9.8\ m/s^2)} = 0.725$$

لاحظ أن الوحدات فى هذه المعادلة تختصر كلها وتكون النتيجة عددًا لا بعديًا .



شكل 9-7 :
لكى تتمكن السيارة من الانعطاف حول الناصية يجب أن تولد قوة الاحتكاك f بين الإطارات ورصف الطريق القوة الجاذبة المركزية اللازمة لحفظ السيارة فى مسار دائرى .

مثال 5-7

تتأرجح كرة مربوطة فى طرف خيط فى دائرة رأسية نصف قطرها r كما هو مبين بالشكل 10-7 . ما قيمة الشد فى الحبل عندما تكون الكرة عند النقطة A إذا كانت v هو مقدار سرعة الكرة عند تلك النقطة ؟ لا تهمل قوة الجاذبية .

استدلال منطقى :

سؤال : ما هى القوة المؤثرة على الكرة عند النقطة A ؟

الإجابة : عند هذه النقطة تؤثر على الكرة قوتان فقط هما قوة الجاذبية mg إلى أسفل والشد فى الخيط T إلى أسفل أيضًا .

سؤال : ما هى عجلة الكرة عند النقطة A ؟

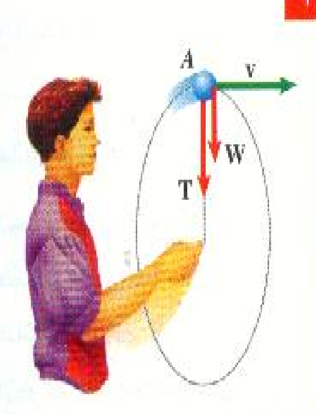
الإجابة : عندما تصل الكرة إلى النقطة A تكون الكرة متحركة فى دائرة نصف قطرها r ومقدار سرعتها v . والعجلة التى تصف هذه الحركة هى $a_c = v^2/r$. وعند النقطة A يكون مركز الدائرة إلى أسفل ؛ أى فى نفس اتجاه كلا القوتين .

سؤال : ما المعادلة التى تنتج عند تطبيق قانون نيوتن الثانى على هذا الموقف ؟

الإجابة : $F_{net} = mg + T = mv^2/r$. إذن :

$$T = \frac{mv^2}{r} - mg = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$$

1



شكل 10-7 :
عندما تكون الكرة فى الموضع المبين سوف يسهم وزنها بجزء من القوة الجاذبة المركزية اللازمة .

الحل والمناقشة : لاحظ فى معادلة الشد السابقة أنه إذا كانت $v^2/r < g$ فإن الشد T يكون سالبًا ، وهذا مستحيل فيزيائيًا لأن الخيط يؤثر دائمًا على أى جسم مربوط فيه بقوة شد فقط ، ولكنه لا يمكن أن يؤثر عليه بقوة دفع أبدًا لأنه سوف يرتخى فى هذه الحالة . وعليه ، فإن مقدار سرعة الكرة عندما تصل إلى أعلى نقطة على المسار يجب أن يساوى $(gr)^{1/2}$ على الأقل حتى تستمر فى المسار الدائرى . أما إذا كانت v أقل من هذه القيمة فإن الكرة سوف تسقط إلى أسفل ، تاركة المسار الدائرى طبعًا .

تمرين : ماذا يجب أن تكون قيمة الشد فى الخيط عند قاع الدائرة إذا كانت الكرة تتحرك فى تلك النقطة بسرعة مقدارها v .

الإجابة : $T = mv^2/r + W = m(v^2/r + g)$.



لكى يستطيع الرامى تحريك المطرقة فى دائرة يجب عليه أن يكون قادرًا على التأثير على السلسلة بقوة جاذبة مركزية كافية . لاحظ كيف تمكنه زاوية ساقه وقدمه من تحقيق ذلك .

مثال 6-7 : ميل الطرق عند المنحنيات

منحنى فى طريق نصف قطره 60 m . هل يمكن إمالة سطح الطريق (بالنسبة للمستوى الأفقى) بحيث لا تحتاج سيارة متحركة بطول المنحنى بسرعة مقدارها 25 m/s إلى أى قوة احتكاك كى تعبر هذا المنحنى بأمان ؟ بأى زاوية يجب أن يميل الطريق ؟

1

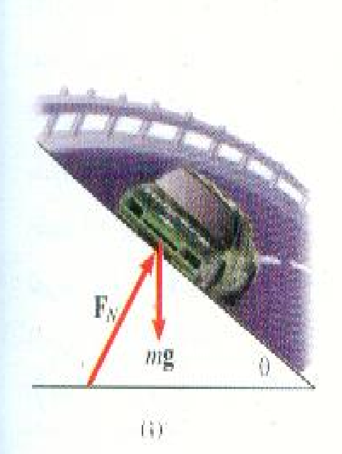
استدلال منطقى :

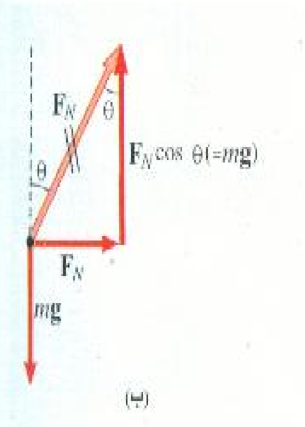
سؤال : ما هى القوة التى يمكنها توليد العجلة المركزية بدون احتكاك ؟

الإجابة: واضح من الشكل 11-7أ أن F_N ليست رأسية تمامًا ، بل أن لها مركبة أفقية اتجاهها نحو مركز المسار الدائرى للسيارة ؟

سؤال : فى أى الاتجاهات يجب تحليل القوة ؟

الإجابة: يوضح المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بالسيارة (شكل 11-7ب) أن





شكل 11-7 :
عندما يكون ميل الطريق صحيحًا تتعادل المركبة الرأسية للقوة العمودية مع mg ، وتولد المركبة الأفقية العجلة الجاذبة المركزية .

F_N يجب تحليلها إلى مركبتين إحداهما أفقية والأخرى رأسية ، حيث θ زاوية ميل الطريق والسبب فى اختيار هذين الاتجاهين هو أن السيارة متحركة فى دائرة أفقية ، وعليه فإن عجلتها الجاذبة المركزية تكون فى الاتجاه الأفقي نحو مركز هذه الدائرة .

سؤال : على أى صورة يكون قانون نيوتن الثانى فى هذا الموقف ؟

الإجابة: بالنسبة للاتجاه الرأسى $a_y = 0$ ؛ وعليه :

$$mg = F_N \cos\theta$$

ومنه يمكن تعيين قيمة F_N . وفى الاتجاه الأفقى : $a_x = a_c = v^2/r$ ، إذن :

$$F_N \sin\theta = F_c = \frac{mv^2}{r}$$

سؤال : ما هو الشرط اللازم لتحديد الزاوية ؟

الإجابة: يمكن إيجاد الزاوية بحذف F_N من معادلتى المركبتين .

الحل والمناقشة : من المعادلة الأولى : $F_N = mg/(\cos\theta)$. بالتعويض عن F_N بهذه القيمة فى المعادلة الثانية نحصل على :

$$\frac{mg\sin\theta}{\cos\theta} = mg\tan\theta = \frac{mv^2}{r}$$

أو :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gr}\right)$$

وبالتعويض عن قيمتى v ، r نجد أن :

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(25\ \mathrm{m/s})^2}{(9.8\ \mathrm{m/s^2})(60\ \mathrm{m})}\right] = 47^\circ$$

إذا لم يكن الاحتكاك موجودًا سوف تنزلق السيارة إلى أسفل الميل إذا كانت سرعتها أقل من 25 m/s وإلى أعلى الميل إذا كانت سرعتها أكبر من ذلك .

مثال 7-7 : ميل الطرق عند المنحنيات فى وجود احتكاك

لنحاول الآن توسيع مناقشة المثال السابق فى حالة وجود احتكاك بين إطارات السيارة والطريق . أوجد مقدار أقصى سرعة يمكن أن تتحرك بها السيارة عند المنحنى لنفس زاوية ميل الطريق السابقة إذا كان معامل الاحتكاك الاستاتيكى بين إطارات السيارة والطريق 0.8 . هذا الموقف موضح بالشكل 12-7أ الذى يبين أن الاحتكاك متجه على استقامة سطحى التلامس . ويلاحظ أن اتجاه قوة الاحتكاك يعمل على مقاومة ميل السيارة إلى التزحلق خارج المنحنى .

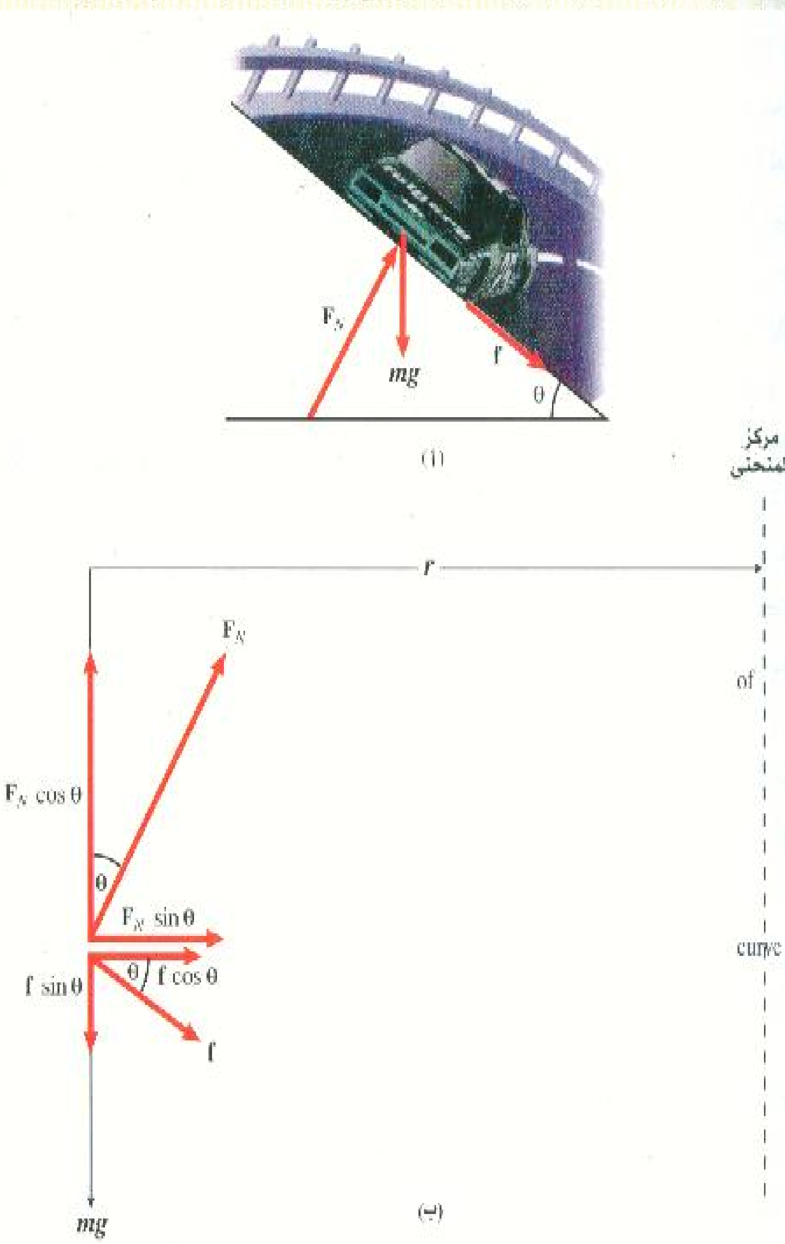
استدلال منطقى :

سؤال : ما وجه الاختلاف بين المخطط البيانى للجسم الحر الخاص بالسيارة فى هذه الحالة عن المثال السابق ؟

الإجابة : فى هذه الحالة تظهر قوة إضافة موازية لميل المنحنى هى قوة الاحتكاك ، وهذا مبين بالشكل 12-7ب .

سؤال : كيف تتغير مركبتا **f** فى هذا الموقف ؟

الإجابة : القوة **f** يكون لها مركبة أفقية ($f \cos \theta$) تضاف إلى المركبة الأفقية للقوة العمودية $\mathbf{F}_N$ مما يؤدى إلى زيادة القوة الجاذبة المركزية عنها فى الحالة السابقة . هذه القوة المضافة سوف تسمح للسيارة بالحركة فى المنحنى بسرعات أعلى . كذلك فإن المركبة الرأسية للقوة **f** ($f \sin \theta$) فيكون اتجاهها رأسى إلى أسفل ، وتضاف بالتالى إلى mg .



شكل 12-7 :
عند وجود احتكاك فى الطرق المنحنية فإنه يساهم بجزء معين فى F_c .



الميل الكبير لمضمار سباق السيارات عند المنحنيات يمكن السيارات من الاحتفاظ بسرعات عالية عند الدوران .

سؤال : ما المعادلات التى نحصل عليها من تطبيق القانون الثانى ؟

الإجابة : مرة ثانية ، يجب أن تتزن القوى الرأسية :

$$F_N \cos\theta = mg + f\sin\theta$$

أما صافى القوة الرأسية فسوف يسبب عجلة جاذبة مركزية مقدارها :

$$F_N \sin\theta + f\cos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

سؤال : ما الشرط الذى يتعين به مقدار السرعة **القصوى** المسموحة ؟

الإجابة : يتعين مقدار السرعة القصوى بالقيمة العظمى للعجلة الجاذبة المركزية . والقوة F_N لا يمكن أن تتغير ، ولكن f يمكنها أن تولد قوة تصل قيمتها العظمى إلى $\mu_s F_N$.

سؤال : ما المعادلة اللازمة لتعيين مقدار السرعة القصوى ؟

الإجابة : معادلتان :

$$F_N \sin\theta + \mu_s F_N \cos\theta = \frac{mv^2_{max}}{R}$$

و

$$F_N \cos\theta = mg + \mu_s F_N \sin\theta$$

الحل والمناقشة : من المعادلة الأخيرة يمكن تعيين F_N :

$$F_N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu_s \sin\theta}$$

وبالتعويض عن F_N بهذه القيمة فى المعادلة الأولى ثم حلها بالنسبة إلى v_{max} نجد أن :

$$\frac{mg(\sin\theta + \mu_s \cos\theta)}{\cos\theta - \mu_s \sin\theta} = \frac{mv^2_{max}}{R}$$

لاحظ أن الكتلة قد اختصرت .

$$v^2_{max} = \frac{mR(\sin\theta + \mu_s \cos\theta)}{\cos\theta - \mu_s \sin\theta}$$

وبالتعويض بالقيم العددية في المثال السابق نحصل على :

$$v^2_{max} = \frac{(9.8)(60)(0.728 + 0.549)}{0.686 - 0.582} = 7240\ (m/s)^2$$

إذن :

$$v_{max} = 85\ m/s = 310\ km/h = 190\ mi/h$$

7-8 اعتقاد خاطئ شائع

كثيرًا ما يسارع بعض الناس إلى استنتاجات خاطئة تمامًا عند تفسير تجاربهم . فمثلاً ، قد يظن شخص جالس في وسط مقعد سيارته أنه قد تعرض لدفع إلى جانب السيارة عند انعطافها حول ناصية طريقين . وقد يؤكد هذا الشخص أن القوة التي دفعته جانبًا كانت كبيرة لدرجة أنها قذفته إلى جانب السيارة بشدة تكفي لإصابته . هذا بالطبع محض هراء ، فلا وجود لشبح خفي يدفعه تجاه السيارة . وبالتأكيد ليس هناك أي جسم مادي يمكن أن يقوم بدفعه في هذا الاتجاه . لابد إذن أن يكون هذا الشخص مخطئًا .

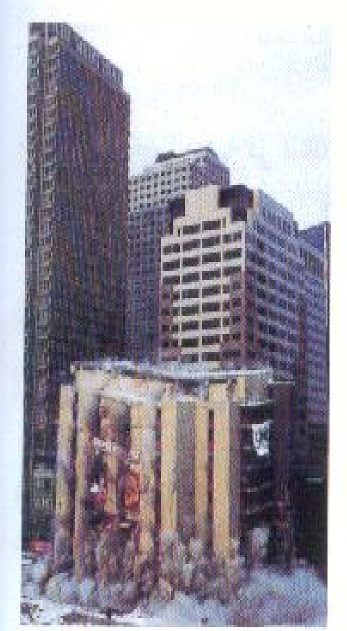
ولكن نفس الشخص لن يدعي أن قوة خفية قد أثرت عليه عند توقف السيارة فجأة دافعة إياه بشدة على لوحة أجهزة القياس . فهو يعلم أن كمية تحركه إلى الأمام يمكن أن تفقد فقط عندما تعوق حركته قوة ما . لذلك فعندما تقف السيارة فجأة فإنه يستمر في الحركة إلى الأمام حتى تبدأ لوحة أجهزة قياس السيارة في التأثير عليه بقوة معينة لإيقافه عن الحركة إلى الأمام . وهذا ليس إلا مثال لفكرة نيوتن عن أن الأشياء تستمر في الحركة إلى أن تؤثر عليها قوة تسبب إيقافها .

وبالمثال في حالة السيارة التي تنعطف حول ملتقى طريقين . فهنا يدفع الاحتكاك بين رصف الطريق والإطارات السيارة أفقيًا ويغير من حركتها في خط مستقيم . ويكون الوضع سيئًا للغاية بالنسبة لشخص جالس في منتصف المقعد حيث لا وجود لقوة الاحتكاك تقريبًا . ذلك أن قوة الاحتكاك بين المقعد وبنطلون هذا الشخص أصغر من أن تستطيع تغيير حركته في خط مستقيم . لذلك فإنه سوف يتزحلق في خط مستقيم إلى أن يصطدم بجانب السيارة الذي سيؤثر عليه عندئذ بقوة تسبب حركته في نفس المسار الذي تتبعه السيارة .

7-9 قانون نيوتن للجاذبية

تعتبر حركة الكواكب حول الشمس واحدة من أهم أمثلة الحركة في مسار شبه دائري ، وكانت هذه الحركة موضوع دراسات دقيقة مستفيضة للكثير من العلماء قبل أربعة قرون . فمن العام 1576 وحتى 1597قام الفلكي الدانمراكي تايكو براهي Tycho Brahe بجمع

وتصنيف أدق وأشمل النتائج المرصدية لحركة الكواكب فى ذلك الحين على الإطلاق . وبناء على هذه النتائج استطاع يوهانز كبلر Johannes kepler وضع قوانينه الشهيرة عن الحركة الكوكبية خلال الأعوام 1609 – 1618 . هذه القوانين تبين أن المدارات الكوكبية دائرية تقريبًا ، وأن الزمن الذى يستغرقه الكوكب حول الشمس T يتناسب مع مكعب بعد الكوكب عن الشمس R :

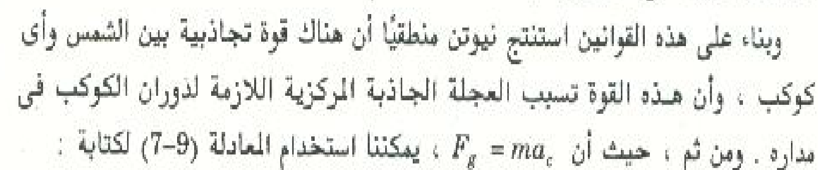


تظهر قوة الجاذبية المؤثرة على المبنى بوضوح بمجرد أن تزول القوى الحاملة للمبنى .

$$T^2 \propto R^3$$

وتعرف العلاقة السابقة بقانون كبلر الثالث .

وعندما بدأ نيوتن دراسته للقوى فى القرن السابع عشر كانت نتائج دراسات كبلر ومن سبقه عن الحركة الكوكبية متاحة له ، ولكن القانون الفيزيائى الموحد الذى يفسر سلوك الكواكب لم يكن بعد معروفًا . وبمجرد أن تبلورت قوانين نيوتن للحركة ، بما فى ذلك مفهوم القوة والعجلة الجاذبتين المركزيتين ، أصبح الطريق واضحًا أمام نيوتن لاكتشاف طبيعة قوة الجاذبية .



وبناء على هذه القوانين استنتج نيوتن منطقيًا أن هناك قوة تجاذبية بين الشمس وأى كوكب ، وأن هذه القوة تسبب العجلة الجاذبة المركزية اللازمة لدوران الكوكب فى مداره . ومن ثم ، حيث أن $F_g = ma_c$ ، يمكننا استخدام المعادلة (7-9) لكتابة :

$$F_g = \frac{m_p v^2}{R}$$

حيث m_p كتلة الكوكب . كذلك اهتدى نيوتن بالاستدلال المنطقى أن الزمن المدارى أو الدورة T يكون :

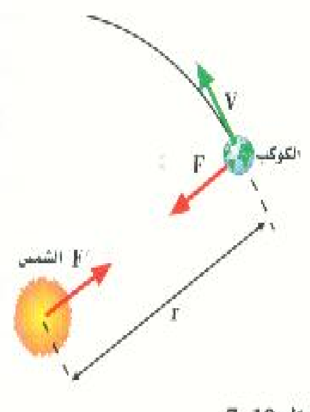
$$T = \frac{2\pi R}{v} \qquad \text{ومنه} \qquad v \propto \frac{R}{T}$$

وبتربيع هذه العلاقة واستخدام قانون كبلر الثالث نحصل على :

$$v^2 \propto \frac{R^2}{R^3} \propto \frac{1}{R}$$

وبتجميع كل هذه العلاقات استنتج نيوتن أن القوة التى تؤثر بها الشمس على الكوكب يجب أن تكون على الصورة :

$$F_g \propto \frac{m_p}{R^2}$$



شكل 13-7:
تتجاذب الشمس والكوكب أحدهما مع الآخر بقوتين متساويتين فى المقدار .

وباستخدام قانونه الثالث تحقق نيوتن أن الكوكب يؤثر على الشمس بقوة مساوية (شكل 13-7) . هذا التماثل يعنى أن القوة يجب أن تعتمد على كلتا الكتلتين بنفس الطريقة ، أى أن القوة يجب أن تكون على الصورة :

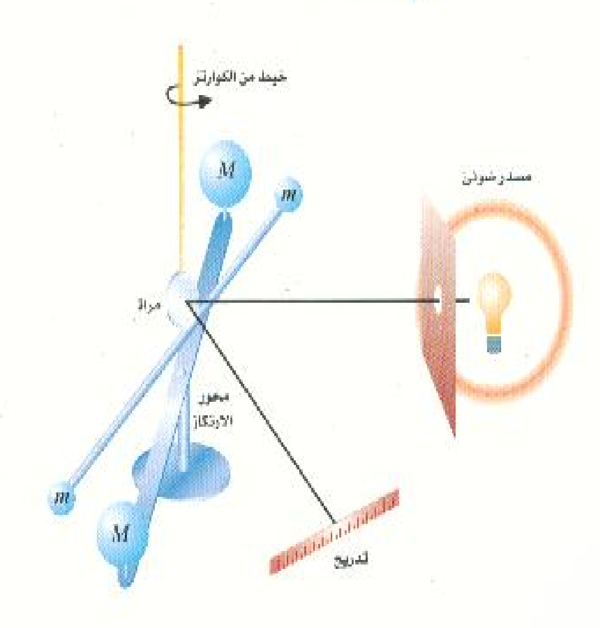
$$F_g \propto \frac{m_s m_p}{R^2}$$

حيث m_s كتلة الشمس .

كذلك افترض نيوتن أن نفس قوة الجاذبيـة التى تسبب تسارع القمر نحو الأرض (العجلة الجاذبة المركزية) تسبب أيضًا سقوط الأجسام (كالتفاحة الأسطورية فى بستانه) تجاه الأرض بالعجلة g . ولاقتناعه أن قوة الجاذبية قوة كونية أساسية قام نيوتن بتعميم الأمثلة السابقة فى قانونه العام للجاذبية :

إذا كانت المسافة بين مركزى كرتين منتظمتين كتلتاهما m_1 و m_2 هى r فإن كلاً من الكرتين تجذب الأخرى بقوة مقدارها :

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (7\text{-}11)$$



شكل 14-7:
رسم تخطيطى لميزان كافنديش . لاحظ كيف يستخدم الشعاع الضوئى لكشف التواء الخيط .

من الجدير بالذكر أن قيمة ثابت الجاذبية G لا يمكن تعيينها نظريًا ، ولكن يمكن تعينها بالتجربة فقط . وقد كان هنرى كافنديش Henry Cavendish أول من قام بإيجاد قيمته عام 1798 مستخدمًا جهازًا يسمى ميزان كافنديش (شكل 14-7) . الكتلتان الصغيرتان المتماثلتان m فى ميزان كافنديش معلقتان فى خيط رفيع دقيق جدًا من الكوارتز . عند تحريك الكتلتين الكبيرتين M بحيث تقتربان من الكتلتين الصغيرتين m سوف يسبب التجاذب بين M و m التواء الخيط . وبمعايرة الجهاز بحيث تعرف القوة اللازمة لحدوث التواء معين يمكن حساب قوة التجاذب بين m و M مباشرة من قيمة التواء الخيط المقاسة . وحيث أن F ، r ، M ، m معلومة جميعها ، يمكن إذن التعويض عن قيمتها فى المعادلة (7-11) ثم حلها بالنسبة إلى المجهول الوحيد G . وطبقًا لأدق القياسات المتاحة فى الوقت الحاضر فإن القيمة المقبولة حاليًا لثابت الجاذبية G هى :

$$G = 6.672 \times 10^{-11}\ \mathrm{N.m^2/kg^2}$$

مثال توضيحى 4-7

علقت كرتان منتظمتان كتلة كل منهما 70.0 kg كبندولين بحيث كانت المسافة الفاصلة

بين مركزيهما 2.00 mm . أوجد قوة التجاذب التثاقلي بينهما وقارنها بوزن كل من الكرتين .

استدلال منطقى :

تعطى قوة التجاذب التثاقلي بالمعادلة (7-11) :

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

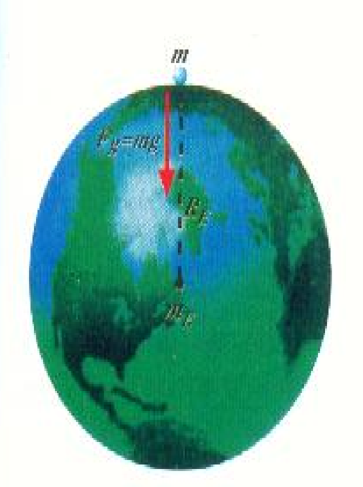
$$= \frac{(6.67\times10^{-11}\,\mathrm{N.m^2/kg^2})(70.0\,\mathrm{kg})(70.0\,\mathrm{kg})}{(2.00\,\mathrm{m})^2}$$

$$= 8.17\times10^{-8}\,\mathrm{N}$$

وزن كل من الكرتين هو $mg = (70\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^2}) = 686\ \mathrm{N}$. وعليه فإن النسبة بين قوة التجاذب التثاقلي التى تؤثر بها كل كرة على الأخرى ووزن أى منهما هى :

$$\frac{F_g}{W} = \frac{8.17\times10^{-8}}{686} = 1.19\times10^{-10}$$

معنى ذلك أن قوى التجاذب التثاقلي على مستوى حياتنا اليومية تكون محسوسة فقط عندما تكون إحدى الكتل المتفاعلة على الأقل كتلة « فلكية » ■ .



شكل 7-15 :
قوة الجاذبية المؤثرة على كتلة قدرها m على سطح الأرض .

وهكذا فإن كتلة الأرض تجذب كل جسم عليها . وقد قمنا مرات عديدة بحساب قوة هذا التجاذب ممثلة بكمية mg التى أطلقنا عليها وزن الجسم . هذا الحساب مبنى على أساس عجلة السقوط الحر الناتجة عن الجاذبية الأرضية بالقرب من سطح الأرض . ولكننا سنقوم الآن بتفسير عجلة السقوط الحر g باستخدام قانون الجاذبية العام .

يمثل الشكل 7-15 كتلة صغيرة كتلتها m على سطح الأرض أو بالقرب منه . وبفرض أن الأرض كرة منتظمة يمكننا اعتبار أن مركز كتلة الأرض يقع فى مركزها الهندسى . وهكذا يمكننا اعتبار أن المسافة بين m و m_E (كتلة الأرض) اللازم استخدامها فى المعادلة (7-11) هى نصف قطر الأرض R_E فى الشكل 7-15 . وباستخدام قانون الجاذبية سوف نجد إذن أن القوة التى تؤثر بها الأرض على الكتلة m هى :

$$F_g = \frac{Gmm_E}{R_E^2}$$

وعند مقارنة هذه المعادلة بوزن الجسم mg سوف نرى أى الكميات الفيزيائية هى التى تحدد بشكل أساسى قيمة g :

$$F_g = \frac{Gmm_E}{R_E^2} = \text{الوزن} = mg$$

إذن :

$$g = \frac{Gm_E}{R_E^2} \qquad (7-12أ)$$

لاحظ أن الكتلة m قد اختصرت ، وهذا يعنى أن قيمة g واحدة لجميع الأجسام الواقعة على سطح الأرض .

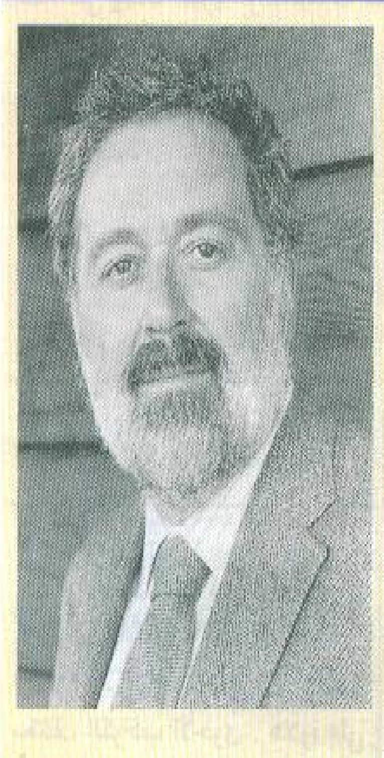
أوضحنا فى القسم 3–6 أن وزن جسم كتلته m يعتمد على موضعه على سطح الأرض . ويلاحظ من المعادلة (12–7أ) أن g ، والوزن بالتالى ، يعتمد على بعد الجسم عن مركز الأرض . وحيث أن الأرض ناتئة قليلاً عند خط الاستواء فإن هناك اختلافات صغيرة فى عجلة الجاذبية g ، والوزن أيضًا ، من مكان إلى آخر على سطح الأرض . (إضافة إلى ذلك يؤدى دوران الأرض إلى أن يكون الوزن الظاهرى لأى جسم أقل من قيمته عند خط الاستواء منه عند القطبين) .

يمكن بسهولة تعميم المعادلة (1–7أ) لإيجاد عجلة الجاذبية على سطح أى كوكب عندما تكون كتلته m_p ونصف قطره R_p معلومين :

$$g_p = \frac{Gm_p}{R_p^2} \qquad (7-12ب)$$

تمرين : باستخدام قيمة G المعطاة سابقًا ، وإذا علمت أن $m_E = 6.0 \times 10^{24}$ kg و $R_E = 6400$ km . أثبت أن قيمة g الناتجة باستعمال المعادلة (12–7أ) تساوى $9.8\ m/s^2$.

الفيزيائيون يعملون روبرت هـ. مارش جامعة وسكونس ، ماديسون



بدأ اهتمامى بالفيزياء فى سنوات المراهقة حين كنت أعمل كجليس لأطفال أحد الجيران وكان فيزيائيا . هذا الجار كان يستمتع بعمله كما بدا لى أكثر من معظم من أعرفهم من الكبار ، كما أنى وجدت مكتبته مذهلة حقيقة . وكان أهم ما حفزنى فيه حبه الشديد للإطلاع وقد أمضيت ما يقرب من 25 عاما فى دراسة الجسيمات دون الذرية ، ولكن بحلول حام 1980 تبين لى أننا على ما يبدو مازلنا فى بدايات فهم هذا الموضوع ، وكان هذا أقل من طموحاتى . ولذلك انتقلت إلى مجال الفيزياء الفلكية .

وحاليا يتوجه اهتمامى إلى البحث عن منشأ الأشعة الكونية ، وهى دقائق وأنوية ذرية تضرب الأرض باستمرار من الفضاء الخارجى . هذه الأشعة تخلق تقريبًا نصف الخلفية الإشعاعية فى بيئتنا الخارجية . وبالرغم من أن اكتشاف الأشعة الكونية يرجع إلى ما يقرب من قرن مضى فإننا مازلنا لا نعلم من أين تأتى . ذلك أن مجرة درب اللبانة مليئة بالمجالات المغناطيسية الضعيفة التى تسبب انحراف الجسيمات المشحونة كهربائيًا عن المسار الخطى المستقيم بحيث لا يمكن تقصى مسارها الفعلى إلى مصدرها .

والأشعة الكونية لها طاقة عالية جدًا بحيث لا يحتمل أن تأتي من نجوم عادية كشمسنا ، ونحن نعتقد أنها تنشأ فى بضع أماكن من الكون حيث توجد قوة هائلة جدًا تسبب تسارعها ، كجاذبية الثقوب السوداء أو القوى الكهرومغناطيسية بالقرب من نجم نابض يتحرك حركة مغزلية سريعة جدًا . (النجم النابض هو « نجم نيوتروني » على هيئة نواة ذرية عملاقة كتلتها أكبر من كتلة الشمس مرة ونصف ولكنها منضغطة فى صورة كرة قطرها بضعة أميال . وتتميز بعض النجوم النابضة بمجالات مغناطيسية فى غاية الشدة) .

وبالرغم من أن الجسيمات المشحونة لا يمكن تقصيها إلى مصدرها فإن هذا ممكن فى حالة الجسيمات المتعادلة . وفى الوقت الحالى فإننى أساعد فى بناء مكشاف **النيوترينوات** ، وهى من أقرباء الإلكترون ولكنها متعادلة كهربائيًا . هذه الجسيمات تتفاعل مع المادة تفاعلاً ضعيفًا جدًا بحيث يمكنها أن تخترق الأرض فى خط مستقيم دون أن تترك لها أثرًا فى مسارها . ولكى يكون هناك أمل فى كشف هذه الجسيمات من الضرورى مراقبة كمية هائلة جدًا من المادة . وحتى فى هذه الحالة لن يمكنك أن تكشف إلا عن نسبة صغيرة فقط مما يخترق الأرض منها . هذا المكشاف لا يمكن أن يكون على سطح الأرض وإلا أغرقه إشعاع الأشعة الكونية كالطوفان . ولهذا السبب فإننا نقوم ببناء جهاز يسمى DUMAND* فوق قاع المحيط وعلى عمق ثلاثة أميال تحت سطح الماء فى هاواى . والميونات هى الأقرباء المشحونة للنيوترينوات ، وهى تشبه الإلكترونات ولكنها أثقل منها مائتى مرة .

يتكون DUMAND من 216 مكشافًا ضوئيًا فائق الحساسية تراقب حوالى مليون طن من ماء البحر ، وهو حجم أكبر كثيرًا من برج سيرز . ذلك أنه عندما تتفاعل النيوترينوات مع الأنوية يتحول بعضها إلى ميونات تشع وميضًا أزرق باهتًا عند مرورها خلال الماء . وعندئذ تلتقط المكشافات الضوئية هذه الإشارة وتغذى بها أجهزة كومبيوتر على الشاطئ ، وهذه تقوم بدورها بإعادة مسار الميون وهو قريب جدًا من مسار والده ـ النيوترينو .

ومما يبهرنى فى هذا المشروع أنه مشروع عالمى هام للعديد من التخصصات فى نفس الوقت . ففريق DUMAND يضم علماء فى مجال الفيزياء والمحيطات من اليابان وألمانيا وسويسرا وكذلك أمريكا ، بل أننا توصلنا إلى اكتشاف هام فى مجال بيولوجيا البحار ، وهو أن الكائنات الدقيقة المشعة للضوء فى أعماق المحط ينبعث منها الضوء فقط عند حفزها بحركة بعض الأجسام القريبة .

إن DUMAND سوف يفتح نافذة جديدة على الكون . ومثلما حدث ذلك سابقًا ـ فى كل مرة تقريبا ـ فى مجال الدراسات الفلكية فى المنطقة اللاسلكية وتحت الحمراء وفوق البنفسجية والأشعة السينية وأشعة جاما ـ كانت معظم الاكتشافات الهامة مفاجآت تامة لنا . وإن أملى كبير أن يكون حظنا سعيدًا فى مجالنا كحظ من سبقنا ؛ ذلك أن المجهول وغير المتوقع هو الذى يدفع العلم حقيقة إلى الأمام .

7-10 الحركة المدارية

ربما كانت أكثر أمثلة الحركة الدورانية عظمة ومهابة موجودة فى السماوات العلى . فالأرض وغيرها من الكواكب تتحرك حول الشمس فى مسارات دائرية تقريبًا ، وكذلك يتحرك قمر كوكب الأرض حولها فى مسار دائرى تقريبًا ، وهذا ينطبق أيضًا على أقمار مختلف الكواكب الأخرى . علاوة على ذلك فإن الكواكب التى اخترعها الإنسان نفسه ـ

* الحروف الأولى من Deep Underwater Muon And Neutrino Detector ، مكشاف الميونات والنيوترينوات تحت الماء العميق .

إن الأقمار الصناعية - تتحرك في مدارات دائرية تقريبا حول الأرض . وتتحـرك الأرض أيضا حول الشمس في مدار دائري تقريبا ، وهذا النوع من الحركة يسمى بالحركة المدارية .

يمثل الشكل 7-16 القمر الأرضي أو أي تابع آخر يدور حول الأرض في مدار دائري نصف قطره r . ولنفرض أن كتلة التابع m_s وسرعته v وأن كتلة الأرض m_E . وكما نعلم من مناقشتنا السابقة فإن القوة الجاذبة المركزية اللازمة لإبقاء التابع في مداره هي $m_s v^2 / r$. وهذه القوة تنشأ بالطبع نتيجة لقوة الجذب التثاقلي التي تؤثر بها الأرض على التابع :

$$\text{قوة الجذب التثاقلي} = G\frac{m_s m_E}{r^2}$$

وبمساواة هاتين القوتين نحصل على الشرط اللازم للحركة المدارية :

$$G = \frac{m_s m_E}{r^2} = \frac{m_s v^2}{r} \qquad (7\text{-}13)$$

من الملاحظ أن كتلة التابع m_s تختصر في هذه المعادلة ، وبالتالي فإن سرعة التابع لا تعتمد على كتلته . ومعنى ذلك أن [illegible] يتحرك بنفس السرعة [illegible] في مدار نصف قطره r . ويمكن حساب السرعة v التي يجب أن يتحرك بها التابع في مدار نصف قطره r من المعادلة (7-13) :

$$v = \sqrt{\frac{Gm_E}{r}} \qquad (7\text{-}14)$$

الشكل 7-16 : القوة الجاذبة المركزية اللازمة لإبقاء التابع على مداره تنشأ من قوة التجاذب التثاقلي مع الأرض .



[illegible]

كما أن دورة التابع فى المدار الدائرى تعطى بالعلاقة $T = 2\pi r / v$. وبالتعويض عن v من المعادلة (7-14) فى معادلة الدورة T ثم تربيع النتيجة نجد أن :

$$T^2 = \left(\frac{2\pi r}{v}\right)^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_E}\right) r^3 = \text{ثابت} \times r^3 \qquad (7\text{-}15)$$

وهذا يتفق مع قانون كبلر الثالث .

مثال 7-8

بفرض أن مدار الأرض حول الشمس مدار دائرى (الواقع إنه إهليجى « بيضاوى » إلى حد ما) نصف قطره 1.5×10^{11} m ، أوجد كتلة الشمس .

استدلال منطقى :

سؤال : ما المبدأ الذى يربط بُعد الأرض عن الشمس بكتلة الشمس ؟

الإجابة : تآلف قانون الجاذبية الذى يعطى مقدار القوة المؤثرة على الأرض مع تطبيق قانون نيوتن الثانى على الحركة الدائرية الذى يربط هذه القوة بالعجلة الطاردة المركزية المؤثرة على الأرض فى مدارها .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها بهذه الطريقة ؟

الإجابة : يمكن كتابة قوة الجاذبية التى تؤثر بها الشمس (وكتلتها m_s) على الأرض (وكتلتها m_E) على الصورة $F_g = Gm_E m_s / r^2$ ، حيث r المسافة بين الأرض والشمس . ويكون اتجاه هذه القوة تجاه مركز الدائرة التى يفترض أن الأرض تتحرك عليها . وهكذا يمكننا اعتبار أن هذه القوة هى القوة الجاذبة المركزية التى تولد العجلة الجاذبة المركزية للأرض :

$$F_c = F_g = \frac{Gm_E m_s}{r^2} = \frac{m_E v^2}{r}$$

سؤال : كيف يمكن إيجاد v ؟

الإجابة : من طول السنة الأرضية ، وهو دورة مدار الأرض .

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad \text{حيث} \qquad T = 365.25 \text{ days}$$

وبمعلومية v تصبح m_s المجهول الوحيد .

الحل والمناقشة : يحول T إلى ثوان كما يلى :

$$T = (365.25 \text{ days}) \left(\frac{24.0 \text{ h}}{1 \text{ day}}\right)\left(\frac{3600 \text{ s}}{1.00 \text{ h}}\right)$$

$$= 3.16 \times 10^7 \text{ s}$$

إذن :

$$v = \frac{2\pi(1.50\times10^{11} m)}{3.16\times10^{7}\ s} = 2.89\times10^{4}\ m/s$$

وهذه تساوى 67,000 mi/h! تقريبًا .

وباستخدام هذه الطريقة يمكن إيجاد كتلة الشمس :

$$m_s = v^2 r / G$$

$$= \frac{(2.98\times10^{2}\ m/s)^2(1.5\times10^{11}\ m)}{6.67\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2} = 2.00\times10^{30}\ kg$$

مثال 9 - 7

ترسل إشارات الراديو والتلفزيون من قارة إلى قارة « بالارتداد » على **توابع تزامنية أرضية** . هذه التوابع تدور حول الأرض مرة كل 24 h ، وهكذا فعندما يدور التابع تجاه الشرق فوق خط الاستواء فإنه يبقى دائمًا فوق نفس النقطة على الأرض لأن الأرض ذاتها تدور بنفس هذا المعدل ، كما أن أقمار التنبؤ الجوى تصمم أيضًا بحيث تحوم حول الأرض بنفس هذه الطريقة . (أ) ما قيمة نصف قطر مدار التابع التزامنى الأرضى ؟ وما مقدار سرعته ؟

استدلال منطقى :

سؤال : ما هى المعطيات والمجاهيل فى هذه المسألة ؟

الإجابة: دورة التابع التزامنى الأرضى معلومة وهى 24 h = 86,400 s . كذلك يمكننا افتراض أن G وكتلة الأرض معلومتان .

سؤال : هل توجد علاقة مباشرة بين T ونصف قطر المدار ؟

الإجابة: نعم ، وهذا هو قانون كبلر الثالث الذى قمنا باشتقاقه فى القسم السابق .

الحل والمناقشة : باستعمال المعادلة (15-7) بعد إعادة ترتيبها نجد أن :

$$r^3 = \frac{Gm_E}{4\pi^2}T^2$$

$$= \frac{(6.67\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2)(5.98\times10^{24}\ kg)}{4\pi^2}\times(8.64\times10^{4}\,s)^2$$

$$= 7.52\times10^{22}\ m^3$$

وعليه فإن نصف قطر المدار (الجزء أ) هو :

$$r = 4.22\times10^{7}\ m = 26,200\ mi$$

مقاسًا من مركز الأرض . أما مقدار السرعة المدارية فيكون :

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(4.22\times10^{7}\ m)}{8.64\times10^{4}\ s} = 3070\ m/s$$

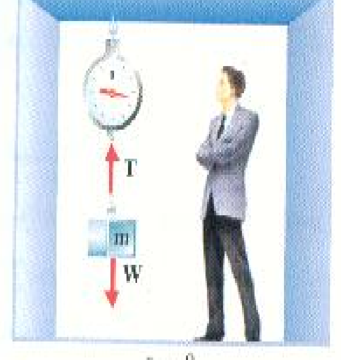
تمرين : عين الدورة ومقدار السرعة المدارية لتابع « منخفض المدار » ، وهو تابع نصف قطر مداره يساوى أساسًا نصف قطر الأرض .

الإجابة : $T = 5060\ s = 84.3\ \text{min}$ ، $v = 7910\ \text{m/s} = 17{,}700\ \text{mi/h}$.

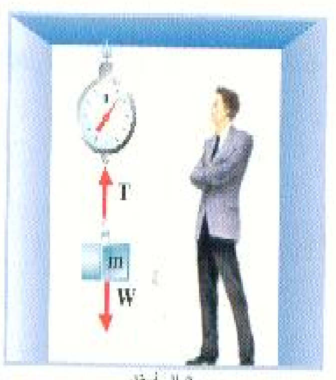
7-11 الوزن الظاهرى وانعدام الوزن

كثيرًا ما نسمع أن الأجسام تبدو عديمة الوزن فى سفينة فضائية تدور حول الأرض أو متحركة فى طريقها إلى نقطة بعيدة فى الفضاء . لنتفحص هذه الظاهرة بالتفصيل ، ولكن علينا أولاً أن نذكر تعريفنا للوزن مرة ثانية . يعرف الوزن بأنه قوة شد الجاذبية الأرضية للجسم . ووزن الجسم على الأرض هو قوة الجذب التثاقلى للأرض على الجسم . وبالمثل فإن وزن جسم على القمر هو قوة الجذب التثاقلى التى يؤثر بها القمر على الجسم .

يقاس وزن أى جسم عادة بوضعه على كفة ميزان ساكن فى أغلب الأحيان . وفى هذه الحالة يؤثر الميزان على الجسم بقوة حاملة تساوى قوة الجاذبية ؛ أى أن ما يقاس هو فى الواقع قيمة هذه القوة الحاملة . فمثلاً ، عندما ترفع جسمًا فى يدك لتقدير وزنه فإنك تحاول فى الحقيقة أن تقدر مقدار القوة التى يجب عليك بذلها حتى تحمل هذا الجسم .



$a = 0$
$T = W$
(أ)



a إلى أسفل
$W - T = ma$
$T = W - ma$
(ب)

شكل 17-7 :
يظهر وزن جسم فى مصعد مختلفًا بالنسبة لمشاهد موجود فى نفس المصعد ، ويعتمد ذلك على عجلة المصعد .

وكما سنرى حالاً فإن القوة اللازم بذلها لحمل الجسم تساوى قوة الجاذبية عندما **لا يكون الجسم متسارعًا** فقط . ومن ثم يجب علينا الاحتفاظ بمصطلح **الوزن الظاهرى** بالنسبة لقراءة الميزان وغير ذلك من طرق قياس القوة الحاملة للجسم .

لإيضاح هذه النقطة سوف نقوم بدراسة الوزن الظاهرى لجسم كتلته m فى مصعد . إذا كان المصعد المبين بالشكل 17-7أ ساكنًا فإن قانون نيوتن الثانى يخبرنا أن القوة المحصلة المؤثرة على الجسم تساوى صفرًا ؛ لأن العجلة تساوى صفرًا . وإذا رمزنا لقوة الجذب التثاقلى المؤثرة على الجسم (أى وزنه) بالحرف W وللشد فى الخيط الذى يحمل الجسم بالحرف T فإن :

$$T - W = 0 \qquad \text{أو} \qquad T = W$$

وذلك عندما تكون $a = 0$. وفى هذه الحالة يتساوى كل من الشد فى الخيط ، وهو T ، والوزن الظاهرى (قراءة الميزان) مع الوزن الحقيقى للجسم W .

هذا الموقف يظل سائدًا طالما كانت $a = 0$ ؛ وتحت هذه الشروط سيكون $T = W$ ويتساوى الوزن الظاهرى مع الوزن الحقيقى للجسم . وحتى إذا كان المصعد متحركًا إلى أعلى أو إلى أسفل بسرعة ثابتة المقدار فإن العجلة ستظل صفرًا ويكون الوزن الظاهرى مساويًا للوزن الحقيقى أيضًا .

لنفحص الآن الموقف المبين بالشكل 17-7ب عندما يكون المصعد متسارعًا إلى أسفل . عند تطبيق قانون نيوتن الثانى كما سبق نجد أن :

$$W - T = ma$$

ومنه :

$$T = W - ma$$

لاحظ أن الشد فى الخيط ، وقراءة الميزان بالتالى ، أقل من W بمقدار ma ، وعندئذ سوف يبدو أن وزن الجسم بالنسبة لشاهد موجود فى المصعد المتسارع أقل من W . ويكون الوزن الظاهرى للجسم فى هذه الحالة $W - ma$.

ويحدث أكثر المواقف إثارة وغرابة عندما يسقط الجسم سقوطًا ذاتيًا ـ أى عندما تتساوى عجلة المصعد مع عجلة الجاذبية الأرضية ؛ $a = g$. وحيث أن $W - ma$ وأن $a = g$ فى حالة السقوط الحر ، فإن الشد فى الخيط :

$$T = W - ma$$

سوف يصبح :

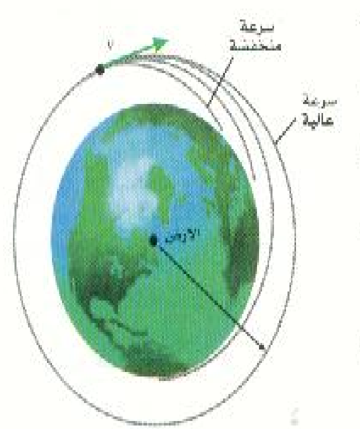
$$T = mg - mg = 0$$

هذا يعني أن الجسم يبدو عديم الوزن فى مصعد ساقط سقوطًا حرًا ! وإذا ما فكرنا فى ذلك قليلاً سوف يتضح لنا أن هذا ليس غريبًا على الإطلاق . فحيث أن المصعد وكل ما بداخله يتسارع بنفس عجلة السقوط الحر ، يمكننا أن نرى من تعريف السقوط الحر نفسه أنه لا توجد أى قوى حاملة للأجسام (المصعد وكل شىء بداخله) أو أى قوى تعوق السقوط الحر بأى صورة من الصور . وعليه فإن جميع القوى الحاملة المؤثرة على المصعد وكل شىء بداخله لابد أن تساوى صفرًا . ولهذا يجب أن يكون الشد فى الحبل الذى يحمل الجسم صفرًا . ونتيجة لذلك تبدو جميع الأجسام الموجود داخل المصعد عديمة الوزن .

تمرين : أثبت أن الوزن الظاهرى فى مصعد متحرك إلى أعلى بعجلة مقدارها a يجب أن يكون أكبر من الوزن الحقيقى : $T = W + ma$.

يتضح لنا من هذه الاعتبارات أن **الوزن الظاهرى للأجسام فى الأنظمة المتسارعة لا يساوى وزنها الحقيقى بالضرورة** . وعلى وجه الخصوص ، إذا كان النظام ساقطًا سقوطًا حرًا * فإن جميع القوى الحاملة يجب أن تكون صفرًا وعندئذ تبدو جميع الأجسام عديمة الوزن . هذا يعنى أنه طالما كانت السفينة الفضائية ساقطة سقوطًا حرًا فى الفضاء ، أى عندما تتوقف محركاتها الصاروخية عن العمل ؛ فإن أى شىء داخل هذا النظام الساقط سقوطًا حرًا سوف يبدو عديم الوزن . وهذا لا يتوقف على مكان وجود الجسم داخل النظام أو على ما إذا كان النظام ساقطًا تحت تأثير قوة جذب الأرض أو الشمس أو أى نجم بعيد ؛ فطالما كان السقوط حرًا فإن كل شىء يبدو عديم الوزن .

والتابع الفضائى الذى يدور حول الأرض مجرد مثال لجسم ساقط سقوطًا ذاتيًا . وقد تدهشك هذه العبارة فى البداية ، ولكن من السهل إثباتها . لنتأمل سلوك مقذوف منطلق



شكل 18-7 :
إذا أطلق جسم بسرعة عالية بدرجة كافية فى اتجاه مماسى للأرض فإنه سوف يدور حولها . (ربما كان نيوتن أول من أدرك هذه الحقيقة) .

---

* تذكر أن الجسم الساقط سقوطًا حرًا هو ذلك الجسم الواقع تحت تأثير نوع واحد من القوى الخارجية غير المتزنة هو قوة الجاذبية .

فى اتجاه مواز لسطح الأرض فى غياب الاحتكاك الـهوائى . (عند ارتفاعات الأقمار الصناعية يكون الهواء رقيقًا جدًا بحيث يمكن إهماله) ، وهـذا الموقف مبين بالشكل 7-18 . وتمثل المسارات المختلفة مسارات مقذوف ينطلق مماسيًا لسطح الأرض . ويلاحظ من هذا الشكل أن انحناء مسار المقذوف أثناء السقوط الحر يقل مع زيادة السرعة الأفقية . وإذا ما أطلق المقذوف بسرعة كافية فى اتجاه مواز لسطح الأرض ، فإن انحناء المسار سوف يتطابق مع انحناء الأرض كما هو مبين . وفى هذه الحالة سوف يدور المقـذوف (التابع مثلاً) ببساطة حول الأرض . وحيث أن المقـذوف يـدور حـور الأرض فإنـه يكـون دائمًا متسارعًا نحو مركز الأرض ، وتكون عجلته فى اتجاه نصف قطـر المسار g ، أى عجلة السقوط الحر . وهذا يعنى فى الواقع أن التابع يكون ساقطًا تجاه مركـز الأرض فـى كل لحظة ، ولكن انحناء الأرض يمنعه من التصـادم مـع سطحها . وحيـث أن التـابع فـى حالة سقوط حر فإن كل ما يوجد بداخله يسقط أيضًا سقوطًا حـرًا ، وبذلـك تبـدو كلـها عديمة الوزن .

7-12 وجهة نظر حديثة : التفاعل بين الجاذبية والضوء

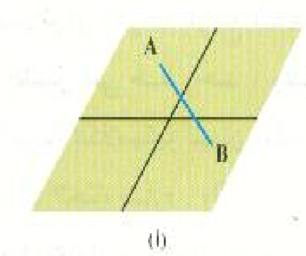
تركزت دراستنا للميكانيكا حتـى الآن علـى فـهم كيفيـة حركـة الأجسام أو اتزانـها تحت تأثير القوى . ويصف قانون الجاذبية العام الذى تناولناه بالمناقشة فى هذا الفصـل قوة تجاذبية أساسية بين كتلتين . وتعرفنا فى هذا الفصل أيضًا على تأثير الجاذبية فـى تحديد المدارات الدائرية للكواكب والتوابع الأرضية وعلـى دورهـا فـى تعجيـل الأجسـام الساقطة بالقرب من سـطح الأرض . لكننـا حتـى الآن لم نذكـر شيئًا عـن إحـدى الظواهر اليومية وهى المتعلقة بحركة الضوء . وبـالرغم مـن أن للضوء طاقـة وكميـة تحـرك فإنـه لا يحتوى علـى مـادة وليس لـه كتلة ، وهـذا مـا سوف يناقش فى فصول لاحقة . والسؤال الآن هو هل تستطيع قوة الجاذبية التأثير على حركة شيء لا يتكون من المادة ؟ ليس فى نظرية نيوتن ما ينبئ عن مثل هذا التأثير .

من أهم المشاهدات العامة أن الضـوء يسير فـى خطـوط مستقيمة . والحقيقـة أننـا نستخدم هذه الخاصية فى **تعريف** الخطوط المستقيمة فـى الأعمـال المساحية وقيـاس المسافات . كذلك يشار إلى « أشعة » الضوء على أنها تصف اتجاه حركة الضـوء . مـن المعلوم أيضًا أن الشعاع الضوئى يمكن أن « ينثنى » أو ينكسـر عنـد انتقالـه مـن مـادة شفافة إلى أخرى ، عندما يدخل الضوء من الـهواء إلى الزجاج أو الماء مـن الـهواء مثلاً . ولكن الضوء لا ينحرف أبدًا عن المسار الخطى المستقيم عند انتقاله فى الفضاء أو حتـى فى الـهواء عندما يكون ضغطه ودرجة حرارته منتظمتين . فمثلاً لا يلاحـظ إطلاقًا أن الحزمة الضوئية الموازية للأرض تتخذ مسارًا منحنيًـا كمسـار المقذوف . يبـدو إذن أن الضوء لا يتأثر بالجاذبية الأرضية .

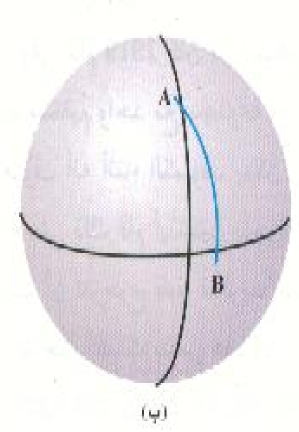
الخاصية الثانية للضوء هي أنه يتحرك في الفضاء بنفس السرعة وهي 3×10^8 m/s ، وسوف تناقش طرق قياس هذه السرعة الفائقة في فصول لاحقة . وهكذا يبدو أن خبرتنا تؤكد أن الضوء لا يعاني أى تسارع ، وأن سرعته تظل ثابتة في المقدار والاتجاه . هاتان الخبرتان السابقتان تقترحان إذن أن الجاذبية لا تؤثر على الضوء بأى قوة كانت .

ومع ذلك فقد استطاع ألبرت أينشتين في سنوات ما قبل الحرب العالمية الأولى وأثناءها تطوير نظرية جديدة للجاذبية تتميز بأنها أكثر تعقيدًا وأعم من نظرية نيوتن للجاذبية ، وتعرف هذه النظرية **بنظرية النسبية العامة** . وتعتبر الجاذبية في إطار هذه النظرية بمثابة نتيجة مترتبة على الخواص الهندسية للفراغ . ولتفهم معنى هذا التأكيد المثير للبس ، لنناقش ما نتخيله دائمًا عند الحديث عن الخطوط المستقيمة .

طبقًا لما ذكر في الفصل الثاني ، يمكن تعريف الخط المستقيم بأنه أقصر مسافة بين نقطتين ، وتعرف مثل هذه الخطوط عادة باسم **الخطوط الجيوديسية** . وعندما يطلب منا رسم خط مستقيم فإننا نفعل ذلك دائمًا على سطح مستو كورقة الكراسة مثلاً . ولكن لنفرض أننا قد أعطينا كرة بيضاء عليها نقطتان ثم طلب منا رسم خط مستقيم بين هاتين النقطتين على سطح الكرة . قد يكون أول رد فعل لنا في هذه الحالة أن نقول أن ذلك مستحيل ، لأن كل خط على سطح الكرة لا يمكن إلا أن يكون منحنيًا . ولكن عند الالتزام بتعريف الخط المستقيم بأنه أقصر مسافة بين النقطتين ؛ قد نقوم عندئذ برسم خط يمثل جزءًا مما يسمى **الدائرة العظمى** ، وهي دائرة ينطبق مركزها مع مركز الكرة . والنتيجة في هذه الحالة ، كما هو مبين بالشكل 19-7 ، تبدو شبيهة إلى حد كبير بخط منحن ، ولكن هذا الخط يتطابق مع تعريف « الخط المستقيم » في الفراغ ثنائي البعد المعرف بسطح الكرة . والواقع أن الفرق بين السطحين ثنائيي البعد للكرة والورقة المستوية يتمثل في خاصية للفراغ تسمى **الانحناء** . وبالرغم من إمكانية تمثيل الانحناء في بعدين ، إلا أن تمثيل الانحناء بالرسم في ثلاثة أبعاد أمر مستحيل . لذلك فإننا نحاول استخدام الوصف في بعدين لأغراض المقارنة فقط .



(أ)



(ب)

شكل 19-7 :
الخطوط الجيوديسية (أ) على سطح مستو ، (ب) على سطح كرة . الخط AB يعتبر خطًا مستقيمًا في كل من هذين الفراغين ثنائيي البعد .

تفترض نظرية أينشتين أن الفضاء الخالي ، أى الفراغ بدون مادة ، « مستوى » في ثلاثة أبعاد . علاوة على ذلك يقترح أينشتين أن وجود الكتلة يدخل انحناء في الفراغ ، وأنه كلما زادت الكتلة زاد انحناء الفراغ بالقرب من هذه الكتلة . وتبين النظرية أيضًا أن مقدار الانحناء يكون محسوسًا فقط عندما تكون الكتلة كبيرة كبرًا فلكيًا كالنجم مثلاً . وعلى هذا الأساس يمكن القول أن انحناء الفراغ يسبب انحراف مسار الجسم المتحرك عن الخط المستقيم عند مروره بالقرب من جسم ذى كتلة هائلة . وبناء على ذلك فإن نيوتن ، **الذى يفترض أن الفراغ غير منحن** ، سوف ينظر إلى هذا المسار « المنحنى » على أنه نتيجة لعجلة تسببها قوى التجاذب التثاقلي المؤثرة على الجسم . وعلى العكس من ذلك ، فإن وجهة نظر أينشتين للجاذبية هي أن المسار المنحني مرتبط بمقدار انحناء الفراغ الناتج عن الجسم .

لنحاول الآن تطبيق أفكار أينشتين على مسارات الضوء . لقد أوضحنا سابقًا أن الضوء يسير في خطوط مستقيمة (الخطوط الجيوديسية) . ولكن الخط الجيوديسي في الفراغ المنحني يختلف عنه في حالة ما إذا كان الفراغ مستويًا . تذكر مقارنة الخطوط المستقيمة على سطح كرة بالخطوط المستقيمة على الورق المستوى وهكذا اقترح أينشتين أنه إذا أمكننا رصد الضوء المتحرك على استقامة خط جيوديسي بالقرب من كتلة كبيرة فإننا سنرى أن الضوء سيكون منحرفًا عن الخط الجيوديسي في فراغ مستو بسبب الانحراف الناتج عن الكتلة الكبيرة . وإحدى طرق تحقيق ذلك هي أن نرصد الضوء المنبعث من نجم بعيد عند مروره بالقرب من الشمس في طريقه إلى تلسكوبنا . فإذا كان أينشتين محقًا ، فإن انحناء الفراغ بالقرب من كتلة الشمس لابد أن يغير مسار الضوء ، ومن ثم إلى زحزحة الوضع الظاهري للنجم عن موضعه في حالة عدم وجود النجم والشمس على خط واحد ؛ وهذه الظاهرة مبينة بالشكل 20-7 . وباستخدام لغة الفيزياء الكلاسيكية لنيوتن يمكننا القول أن الشمس تؤثر على الضوء بقوة معينة مسببة بذلك انحناء مساره . ولكن قانون الجاذبية لنيوتن لا يتضمن شيئًا يمكن أن يتنبأ بمثل هذا التفاعل بين الكتلة والضوء .

A

B

ϕ

الشمس

إلى الأرض

شكل 20-7 :
انثناء ضوء النجم تحت تأثير الشمس . الضوء المنبعث من النجم A ينحرف عند مروره بالقرب من الشمس في طريقه إلى الأرض . ويمكن ملاحظة أن الاتجاه الظاهري B قد تزحزح زاوية قدرها ϕ ، وقد تنبأ أينشتين بأن قيمة ϕ تساوي 1.745 ثانية زاوية .

وفي عام 1919 كان من المتوقع حدوث كسوف كلي للشمس عند وجود الشمس على خط مستقيم واحد مع مجموعة النجوم اللامعة المعروفة باسم **هياديس** Hyades . ومن المعروف أنه أثناء الكسوف يمكن رصد النجوم التي تظهر قريبة جدًا من حافة الشمس . بناء على ذلك قام أينشتين بإجراء حساباته فوجد أن اتجاه الضوء « المحتك » بالشمس يجب أن تتزحزح طبقًا لنظريته بمقدار 1.745 ثانية ، وأن الموضع الظاهري للنجم يجب أن يتزحزح كذلك بنفس هذه الزاوية . (الثانية من الزاوية تساوي 1/3600 درجة . وتستطيع التلسكوبات الحديثة قياس زوايا أقل من الثانية بكثير) . وعلى الفور قامت الجمعية الفلكية الملكية البريطانية* بإرسال فرقتين لاختبار نظرية أينشتين ، إحداهما إلى غرب أفريقيا والأخرى إلى شمال البرازيل . وقد تمكن كلا الفريقان من رصد هذه الظاهرة ، كما أثبتت القياسات التي أجريت فيما بعد في أحد عشر كسوفًا متتالية أن متوسط قيمة زحزحة النجم لا تختلف عن القيمة التي تنبأ بها أينشتين إلا في حدود 0.2 في المائة .

في عام 1916 نجح الفيزيائي الألماني كارل شفارتزشيلد في اشتقاق نتيجة أكثر إدهاشًا وغرابة عن انحناء الفضاء . تنبأ هذا الرجل بأن نجمًا ذا كتلة هائلة جدًا وحجم صغير جدًا يمكنه أن يسبب انحناءً شديدًا للفراغ القريب من النجم لدرجة أنه يستطيع أن يأسر أي ضوء يمر قريبًا منه وعلى بعد أقل من مسافة معينة تسمى **أفق الحدث** . هذه المسافة R تعطى بالعلاقة :

* The British Royal Astronomical Society .

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

حيث c مقدار سرعة الضوء ويساوى 3×10^8 m/s . وإذا كانت M تساوى كتلة الشمس سنجد أن R تساوى حوالى 3 km . بأسلوب آخر ، إذا أمكن للشمس أن تنطوى وتتضاءل إلى كرة بهذا الحجم أو أصغر من ذلك فإن الضوء المار بالقرب من هذه الشمس المتضائلة وعلى بعد أقل من هذه المسافة لن يستطيع الهروب من جاذبيتها الهائلة . وهكذا فإن هذه الأجسام التى لا يستطيع حتى الضوء أن يهرب منها لن ينبعث منها أى نوع من الطاقة ، ولذلك فهى تسمى **الثقوب السوداء** . ولكى يتكون الثقب يجب أن تكون كتلة النجم أكبر من حوالى ثلاثة أمثال كتلة الشمس . وقد رصدت بالفعل نجوم تزيد كتلتها عن هذا القدر ، ولذلك يعتقد الفلكيون أن هذه النجوم سوف تتضاءل فى نهاية الأمر متحولة إلى ثقوب سوداء مثلما حدث لمثيلاتها فيما مضى . وبالرغم من أن مثل هذه الأجسام لا يمكن مشاهدتها بطريقة مباشرة فإن العجلة الهائلة التى تكسبها هذه الأجسام للمادة خارج آفاق حدثها لابد أن تؤدى إلى إنتاج أشعة سينية كثيفة جدًا . وهذه يمكن كشفها بمساعدة التلسكوبات الملائمة على التوابع الأرضية . والواقع أن الأعداد المتزايدة من نتائج رصد هذه الأشعة السينية التى تحققت أخيرًا قد تكون برهانًا مقنعًا على أن الثقوب السوداء موجودة بالفعل .

يستنتج مما سبق إذن أن الضوء يتأثر بوجود الكتلة ، ولكن بطريقة لا يمكن تفسيرها على أساس قانون الجاذبية العام لنيوتن . ومرة ثانية نؤكد أن تفسير مثل هذه الظواهر الجديدة لن يصبح ممكنًا إلا باستخدام الإنجازات العلمية للقرن العشرين ، والتى أدت إلى تحوير وتعديل قوانين الفيزياء الكلاسيكية بدرجة كبيرة .

أهداف التعلم

الآن وقد أنهيت هذا الفصل ينبغى أن تكون قادرًا على :

1 ـ تعريف (أ) الزاوية نصف القطرية ، (ب) السرعة الزاوية ، (جـ) العجلة الزاوية ، (د) المسافة الماسية . (هـ) السرعة الماسية ، (و) العجلة الماسية ، (ز) العجلة الجاذبة المركزية (أو العجلة نصف القطرية) . (ح) القوة الجاذبة المركزية ، (ط) الوزن الظاهرى .

2 ـ تحويل الزاوية بالدرجات أو الزاوية نصف القطرية أو الدورات إلى بعضها البعض .

3 ـ كتابة المعادلات الخمس للحركة الزاوية واستخدامها فى حل المسائل .

4 ـ تحويل الكميات الماسية والزاوية والخطية إلى بعضها البعض .

5 ـ ربط الكميات الزاوية بالكميات الخطية فى حالة العجلات الدائرة والخيط المفكوك من على مكب (بكرة الخيط) .

6 ـ شرح لماذا يتسارع جسم متحرك بسرعة ثابتة المقدار على محيط دائرة . ذكر مقدار واتجاه العجلة .

7 ـ تحليل المخطط البيانى للجسم الحر فى حالة جسم يتحرك فى دائرة وتطبيق قانون نيوتن الثانى الذى يربط القوة الجاذبة المركزية بالعجلة الجاذبة المركزية .

8 ـ حساب قوة التجاذب التثاقلى التى يؤثر بها جسم على آخر .

9 ـ حساب القوة الحاملة المؤثرة على جسم معلوم الكتلة إذا كـان الجسم (أ) متحركـًا بسرعة ثابتـة ، (ب) متسارعًا إلى أعلى ، (جـ) متسارعًا إلى أسفل . شرح معنى الوزن الظاهرى فى هذه الظروف ، وتفسير لماذا يختلف الوزن الظاهرى عن وزن الجسم .

10 ـ شرح لماذا يقال أن الجسم الذى يدور حول الأرض (أو فى موقف مشابه) يوجد فى حالة سقوط حر . استخدام أسلوبك الخاص لتوضيح لماذا يبدو الجسم عديم الوزن فى هذه الظروف .

ملخص

الوحدات المشتقة والثوابت الفيزيائية :

الثابت العام للجاذبية :

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N.m}^2/\text{kg}^2$$

القياس نصف القطرى :

$$1\ \text{rad} = \frac{1}{2\pi}\ \text{rev} \approx 57.3^\circ$$

تعريفات ومبادئ أساسية :

القياس الزاوى :

الإزاحة الزاوية (θ) :

$$\theta\,(\text{rad}) = \frac{\text{طول القوس}}{\text{نصف القطر}} = \frac{s}{r} \qquad (7\text{–}1)$$

السرعة الزاوية (ω) :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (7\text{–}2)$$

العجلة الزاوية (α) :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad (7\text{–}4)$$

معادلات الحركة الزاوية (عند ثبوت α) :

$$\theta = \bar{\omega} t \qquad (\text{أ}7\text{–}5)$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \qquad (\text{ب}7\text{–}5)$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}\left(\omega_f + \omega_i\right) \qquad (\text{جـ}7\text{–}5)$$

$$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_i^2 \qquad (\text{د}7\text{–}5)$$

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (\text{هـ}7\text{–}5)$$

خلاصة :

1 ـ القياسات الزاوية لا بعدية ، ولكنها مفيدة حتى يظل نوع القياس (زاوية نصف قطرية ، دورة ، درجة) واضحًا لك أثناء الحسابات

2 ـ يوجد « اتجاهان » متضادان للدوران يجب تحديدهما فى الحسابات . تستخدم الإشارة + للدوران فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة . والإشارة − للدوران فى اتجاه دوران عقارب الساعة .

العجلة الجاذبة المركزية (a_c) :

الجسم المتحرك فى دائرة نصف قطرها r بسرعة ثابتة المقدار v يقع تحت تأثير عجلة متجهة نحو مركز الدائرة .

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (7\text{-}9)$$

القوة الجاذبة المركزية (F_c) :

لكى تكون الحركة الدائرية ممكنة يجب أن يؤثر على الجسم صافى قوة اتجاهه نحو مركز الدائرة :

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \quad (7\text{-}10)$$

خلاصة :

القوة F_c لا تبذل شغلاً على الجسم ولا تغير مقدار سرعته لأنها دائمًا عمودية على اتجاه السرعة .

قانون الجاذبية العام :

قوة الجاذبية بين جسمين كتلتاهما m_1 ، m_2 تفصلهما مسافة r هى :

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (7\text{-}11)$$

خلاصة :

1 ـ فى حالة الأجسام ذات التماثل الكروى تكون r هى المسافة بين مركزى الكتلتين .

2 ـ قوة الجاذبية هى دائمًا قوة تجاذبية ، تميل إلى جذب أحد الجسمين إلى الآخر .

أسئلة وتخمينات

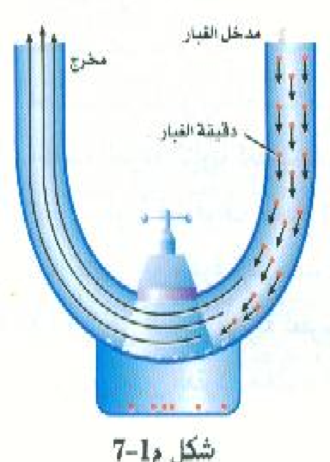
1 ـ تدور عجلة حول محورها بسرعة زاوية ثابتة المقدار ω . صف ما يلى بالنسبة لنقطة P نصف قطر دورانها يساوى r مقاسًا من المركز واذكر كيف تتغير كل كمية مع r : (أ) السرعة الماسية ، (ب) السرعة الزاوية ، (جـ) العجلة الزاوية ، (د) العجلة الماسية ، (هـ) العجلة الطاردة المركزية .

2 ـ عند استبدال إطارات السيارة الأصلية بإطارات يزيد قطرها عن الإطارات الأصلية بمقدار 15 فى المائة ستكون قراءة مقياس السرعة غير صحيحة . اشرح كيف يمكن إيجاد القراءة الصحيحة من القراءة الفعلية .

3 ـ فى أى اتجاه يطير الطين عن تطايره من إطار دراجة متحركة ؟ اشرح .

4 ـ يمثل الشكل م1−7 نموذجًا مبسطًا لمزيل غبار من النوع الإعصارى المستخدم لتنقية العوادم الغازية الصناعية قبل إطلاقها إلى الجو . ويتم ذلك بأن يدار الغاز بسرعة عالية فى مسار منحن فتتجمع دقائق الغبار عند الحافة الخارجية حيث تزال بالاستعانة برذاذ مائى أو أى طريقة أخرى . اشرح المبدأ الذى بنيت على أساسه هذه الطريقة .

5 ـ ناقش دورة التجفيف المغزلى فى الغسالة الأتوماتيكية .



شكل م1−7

6 ـ تستقر حشرة على أسطوانة فونوغراف موضوعة على المنضدة الدوارة . صف كيفية حركة الحشرة عندما تبدأ الأسطوانة فى الدوران . افترض أن الحشرة قريبة جدًا من محور الدوران وأن هناك بعض الاحتكاك ، ولكن ليس كبيرًا ، بين الحشرة وسطح الأسطوانة .

7 ـ عجلة الجاذبية على القمر تساوى $1.67\ m/s^2$. كيف تغير هذه العجلة حياة الإنسان عما تعوده فى حياته على الأرض ؟

8 ـ لكى يكتسب شخص عجلة أفقية قدرها $5\ g$ ، حيث $g = 9.8\ m/s^2$ ، يجب أن تؤثر عليه قوة قدرها « 5 g's » . ما معنى هذا ؟ ماذا نعنى عندما نقول أن طيارًا يتعرض لقوة قدرها بضعة g's عندما تهبط الطائرة هبوطًا حادًا ؟ لماذا قد « يغشى على » الطيار إذا كان اعتداله بعد الانقضاض سريعًا جدًا ؟

9 ـ يدور القمر حول الأرض فى مدار نصف قطره $3.8 \times 10^8\ m$. استخدم هذه المعلومة لتقدير كتلة الأرض .

10 ـ هل يمكن إيجاد كتل الكواكب الأخرى فى النظام الشمسى إذا علمنا أنصاف أقطار مداراتها وكتلة الأرض ؟

11 ـ ما القيمة التقريبية التى يمكن أن تتحرك بها سيارة أثناء انعطافها من شارع إلى آخر عمودى عليه ؟ افترض أن الشارعين مرصوفين بالخرسانة وأن كل منهما يحتوى على حارة مرورية واحدة فى كل اتجاه .

12 ـ أثناء طيران أبوللو 13 إلى القمر فى عام 1970 تعرضت السفينة لمشكلة خطيرة عندما كانت فى منتصف الطريق تقريبًا ، فاضطرت إلى العودة دون إكمال مهمتها إلى القمر . وبعد إصلاح العطل استمرت السفينة فى الحركة تجاه القمر ومرت من خلفه وعندئذ فقط عادت إلى الأرض . لماذا لم يدر رواد الفضاء سفينتهم إلى الخلف ببساطة بعد إصلاح العطل ؟

13 ـ لنفرض أن كتلة ضخمة جدًا ، أكبر كثيرًا من كتلة النظام الشمس أو مجرتنا كلها ، وقد خلقت فى هذه اللحظة فى مكان بعيد من الفضاء . وعندئذ سوف يبدأ النظام الشمسى فى التسارع تجاه هذه الكتلة الكبيرة تحت تأثير قوة الجاذبية المؤثرة عليه بعد مرور الثوان القلائل الأولى من حدوث ذلك ، ما هى التأثيرات بعيدة المدى التى سوف نلاحظها على الأرض بسبب هذه العجلة ؟ افترض أن عجلة الأرض الناتجة عن هذا السبب فى حدود $10\ m/s^2$.

مسائل

الأقسام من 1-7 إلى 4-7

1 ـ عبر عن كل من الزوايا الآتية بالدرجات والدورات والزوايا نصف القطرية : (أ) $32°$ ، (ب) 2.65 rad ، (جـ) 0.67 rev

2 ـ عبر عن كل من الزوايا الآتية بالدرجات والدورات والزوايا نصف القطرية : (أ) 0.29 rev ، (ب) $195°$ ، (جـ) 1.35 rad .

3 ـ تحمل عجلة روليت نصف قطرها 85 cm رقمين على حافتهما يبعد أحدهما عن الآخر مسافة قدرها 2.8 cm على طول الحافة . أوجد الزاوية التى يحصرها هذان الرقمان عند مركز العجلة . عبر عن الإجابة بالزوايا نصف القطرية والدرجات والدورات .

4 ـ نقطتان على سطح كرة نصف قطرها 33 cm والمسافة بينهما 4.1 cm مقاسة على طول السطح . أوجد الزاوية المحصورة بين النقطتين عند مركز الكرة . عبر عن إجابتك بالزوايا نصف القطرية والدرجات والدورات .

5 ـ احسب السرعة الزاوية لعقرب الثوانى فى ساعة يد بالزوايا نصف القطرية لكل ثانية وبالدورات لكل دقيقة .

6 ـ احسب السرعة الزاوية لعقرب الدقائق فى ساعة يد بالدرجات لكل ثانية وبالزوايا نصف القطرية فى الساعة .

7 ـ تدور أسطوانة فونوغراف بمعدل 33.3 rev/min . (أ) ما مقدار سرعتها الزاوية بالزوايا نصف القطرية فى الثانية ؟ (ب) بأى زاوية مقدرة بالدرجات تدور الأسطوانة خلال 0.225 s ؟

8 ـ (أ) ما هى السرعة الزاوية لعقرب الساعات فى ساعة حائط بالزوايا نصف القطرية لكل ثانية ؟ (ب) بأى زاوية مقدرة بالدرجات يدور العقرب خلال 18 s ؟

9 ـ تتسارع المنضدة الدوارة لفونوغراف من السكون إلى سرعة زاوية مقدارها 33.3 rev/min خلال 0.77 s . ما متوسط مقدار العجلة الزاوية بالدورات فى الثانية المربعة وبالزوايا نصف القطرية لكل ثانية مربعة ؟

10 ـ تتهادى المنضدة الدوارة لفونوغراف تتحرك بمعدل 33.3 rev/min إلى السكون خلال 10.5 s . ما مقدار عجلتها الزاوية المتوسطة بالدورات لكل ثانية مربعة وبالزوايا نصف القطرية لكل ثانية مربعة ؟

11 ـ تستغرق دوامة الخيل (من ألعاب الملاهى) زمنًا قدره 22 s لكى تتسارع من السكون إلى سرعة التشغيل وقدرها 3.75 rev/min . أوجد (أ) عجلتها بالدورات لكل ثانية مربعة. (ب) عدد الدورات خلال هذا الزمن .

12 ـ ما مقدار العجلة الزاوية (بالزوايا نصف القطرية لكل ثانية مربعة) التى يجب أن تكتسبها عجلة إذا أريد لها أن تتسارع من السكون إلى سرعة دورانية مقدارها 540 rad/s بعد 7.0 rev ؟

13 ـ تصل عجلة روليت متحركة إلى السكون خلال 18.5 s . فإذا دارت العجلة 9.5 rev خلال ذلك الزمن ، فبأى سرعة كانت العجلة تدور فى البداية ؟

14 ـ تسارعت عجلة تدور بمعدل 32 rev/min فوصلت سرعتها إلى 48 rev/min بعد 17.5 s . أوجد (أ) مقدار العجلة الزاوية بالزوايا نصف القطرية لكل ثانية مربعة ، (ب) عدد الدرجات التى دارتها هذه العجلة خلال ذلك الزمن .

القسم 5-7

15 ـ مروحة سقف يبعد طرف ريشتها عن المركز 95 cm وتدور بمعدل 0.76 rev/min . بأى سرعة يتحرك طرف الريشة بالسنتيمترات فى الثانية ؟

16 ـ تدور دوامة خيل (من ألعاب الملاهى) بمعدل 3.65 rev/min . ما سرعة طفل نصف قطر دائرة دورانه 2.75 m بالأمتار فى الثانية ؟

17 ـ تتدحرج كرة بولينج قطرها 23.5 cm مسافة قدرها 15.6 على الأرضية بدون انزلاق . ما عدد الدورات التى تتدحرجها الكرة ؟

18 ـ إذا كان قطر عجلة سيارة 72 cm ، فما عدد الدورات التى تدورها العجلة عندما تقطع السيارة مسافة قدرها 550 cm ؟

19 ـ تتحرك مركبة بعجلة قدرها $0.376\ m/s^2$. ما مقدار العجلة الزاوية لحركة عجلة المركبة إذا كان قدرها 65 cm ؟

20 ـ يرفع جسم بالاستعانة بحبل ملفوف على حافة عجلة نصف قطرها 43 cm . إذا كانت عجلة حركة العجلة الرافعة $0.36\ rad/s^2$ ، فما مقدار عجلة الجسم بالأمتار لكل ثانية مربعة ؟

21 ـ نصف قطر الأرض يساوى 6.37×10^6 m . (أ) ما سرعة حركة شجرة عند خط الاستواء ، بالأمتار فى الثانية ، نتيجة لحركة الأرض ؟ وما سرعة دب قطبى عند القطب الشمالى ؟

22 ـ تدور الأرض حول الشمس مرة كل 365.25 يومًا . ما مقدار سرعة الأرض فى مدارها بالأمتار فى الثانية ؟ المسافة بين الأرض والشمس 1.5×10^{11} .

23 ـ يلتف خيط حول حافة عجلة قطرها 35.5 cm أثناء دورانها بمعدل 0.71 rev/s . ما طول الخيط الملتف خلال 20 s ؟

24 ـ تدور عجلة قطرها 7.8 cm بمعدل 2450 rev/min . فإذا كان هناك خيط يلتف على العجلة أثناء الدوران ، فما طول الخيط الملتف خلال 5.0 s .

25 ـ تتحرك مركبة فى طريق بسرعة مقدارها 25.5 m/s . إذا كان قطر عجلات المركبة 106 cm ، فما مقدار سرعة دوران العجلات بالدورات لكل ثانية والزوايا نصف القطرية فى الثانية والدرجات فى الثانية ؟

26 ـ أفلتت عجلة قطرها 55 cm من سيارة متحركة بسرعة مقدارها 27 m/s واستمرت فى الدحرجة بجانب السيارة . أوجد مقدار السرعة الزاوية للعجلة بالدورات فى الثانية والزوايا نصف القطرية فى الثانية والدرجات فى الثانية .

27 ـ بدأت دراجة قطر عجلاتها 62.5 cm فى التقاصر بانتظام عندما كانت سرعتها 6.6 m/s فتوقفت بعد 38 s . (أ) ما المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة ؟ (ب) ما عدد الدورات التى تدورها العجلتان قبل وصول الدراجة إلى السكون ؟

28 ـ بدأت سيارة قطر عجلاتها 72.5 cm الحركة من السكون وتسارعت بانتظام حتى وصل مقدار سرعتها إلى 21.5 m/s بعد زمن قدره 36 s . كم دورة دارتها كل من عجلات السيارة خلال هذا الزمن ؟

■ 29 ـ تباطأت حركة موتور دائر بمعدل 1660 rev/min بانتظام فوصل إلى حالة السكون خلال 16 s . (أ) أوجد التقاصر الزاوى للموتور وعدد الدورات التى دارها الموتور قبل التوقف . (ب) إذا كان الموتور يحمل عجلة نصف قطرها 6.25 cm مثبتة فى عموده ، فما طول السير الذى يلتف على العجلة خلال هذا الزمن ؟

■ 30 ـ عجلتان مسننتان معشقتان إحداهما فى الأخرى نصفا قطريهما 0.65 cm و 0.15 cm . كم دورة يجب أن تدورها العجلة الصغيرة عندما تدور الكبيرة بمقدار 4.5 rev ؟

■ 31 ـ تتسارع سيارة من السكون فتصل إلى سرعة مقدارها 17.5 m/s بعد 23.6 s . أوجد العجلة الزاوية لإحدى عجلاتها وعدد الدورات التى تدورها العجلة فى هذه العملية . نصف قطر عجلة السيارة 0.40 .

■ 32 ـ يجرى سير على عجلة نصف قطرها 44 cm . وخلال الزمن الذى استغرقته العجلة فى التقاصر بانتظام من سرعة ابتدائية قدرها 1.8 rev/min إلى السكون مر طول قدره 29.5 m من السير على العجلة . أوجد تقاصر العجلة وعدد دوراتها أثناء فترة التوقف .

القسمان 6-7 و 7-7

33 ـ تنعطف سيارة كتلتها 1420 kg فى منحنى نصف قطره 37.5 m أثناء حركتها بسرعة مقدارها 21.2 m/s . ما مقدار القوة الأفقية اللازمة لحفظ السيارة فى مسارها ؟

34 ـ تدور كتلة مقدارها 380 g مثبتة فى طرف خيط فى دائرة أفقية نصف قطرها 75 cm . إذا كان مقدار سرعة الكتلة فى المسار الدائرى 7.7 m/s ، ما مقدار الشد فى الخيط ؟ إهمل قوة الجاذبية .

35 ـ تدور سيارة فى مسار منحن نصف قطره 26 m بسرعة مقدارها 16.5 m/s وهى تحمل كرتونة بيض على مقعد أفقى فيها . ما هى القيمة الصغرى لمعامل الاحتكاك اللازم وجوده بين الكرتونة والمقعد حتى لا تنزلق الكرتونة ؟

36 ـ تقف حشرة صغيرة كتلتها 22.7 mg على الحافة الملساء لأسطوانة فونوغراف نصف قطرها 30 cm . بدأت الأسطوانة فى الدوران ببطء من السكون ووصلت إلى السرعة المعتادة وهى 33.3 rev/min . ما مقدار معامل الاحتكاك اللازم بين الحشرة والأسطوانة لكى لا تنزلق الحشرة ؟ (يمكن إهمال الاحتكاك الهوائى لأن الحشرة دقيقة جدًا) .

37 ـ فى إحدى التجارب البحثية تعرض شخص لعجلة قيمتها 5.3 g ، وقد تحقق ذلك بإدارة هذا الشخص فى دائرة أفقية بسرعة عالية جدًا . فإذا كانت المسافة بين مقعد هذا الشخص ومحور الدوران 11.3 m ، ما مقدار السرعة الدورانية لهذا الشخص بالدورات فى الثانية ؟

■ 38 ـ من الحيل القديمة الشهيرة أن تحمل دلوًا من الماء فى يدك ثم تديره فى دائرة رأسية . وإذا كان معدل الدوران كبيرًا بدرجة كافية فإن الماء لن يسقط من الدلو عندما يكون الدلو مقلوبًا رأسًا على عقب فى قمة مساره . ما هى القيمة الصغرى لمقدار سرعة يدك عند قمة الدائرة إذا أريد لهذه الحيلة أن تنجح ؟ افترض أن طول يدك 0.72 m .

■ 39 ـ يريد أحد مصممى الأفعوانية (القطار الملتوى فى الملاهى) أن يحس الركاب بانعدام الوزن عند قمة تل معين . بأى سرعة يجب أن تتحرك العربة إذا كان نصف قطر الانحناء عند قمة التل 30 m ؟

40 ـ فى بعض أجهزة الطرد المركزى ذات السرعة الفائقة يدار المحلول بسرعة زاوية مقدارها 5000 rev/s بنصف قطر قدره 15 cm . ما مقدار العجلة الجاذبة المركزية لكل جسيم فى المحلول ؟ قارن القوة الجاذبة المركزية لحفظ جسيم كتلته m فى المسار الدائرى بوزن هذا الجسيم mg .

41 ـ نظرًا لأن كرات الدم الحمراء وغيرها من الجسيمات العالقة فى الدم خفيفة جدًا فى الوزن فإن من الصعوبة بمكان أن ترسب تلقائيًا عند ترك الدم ساكنًا . بأى سرعة (بالدورات فى الثانية) يجب إدارة عينة من الدم فى جهاز طرد مركزى نصف قطره 8.5 cm إذا كانت القوة الطاردة المركزية اللازمة لحفظ الجسيمات فى مسار دائرى تساوى 1200 مرة قدر وزن الجسيم mg ؟ لماذا تنفصل الجسيمات من المحلول فى جهاز الطرد المركزى ؟

42 ـ تنعطف سيارة فى منحنى على طريق مستو . إذا كانت كتلة السيارة m وقوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والطريق 0.58 mg ، فبأى سرعة يجب أن تتحرك السيارة حتى يتم انعطافها بنجاح إذا كان نصف قطر المنحنى 31.5 m ؟

القسم 7-9

43 ـ النيوترون جسيم غير مشحون كتلته 1.67×10^{-27} kg ونصف قطره فى حدود 10^{-15} m . أوجد قوة التجاذب التثاقلى بين نيوترونين المسافة بين مركزيهما 1.00×10^{-12} m . قارن هذه القوة بوزن النيوترون على الأرض .

44 ـ أوجد قوة الجاذبية التى يؤثر بها القمر على طالب كتلته 70 kg يقع فى نقطة مواجهة له على سطح الأرض . كتلة القمر 7.3×10^{22} kg وبعده عن الأرض 3.8×10^{5} km . قارن هذه القوة بوزن الطالب على سطح الأرض .

45 ـ قارن قوة الجذب التثاقلى المؤثرة على سفينة فضاء على سطح الأرض بقوة الجذب التثاقلى المؤثرة عليها عندما تدور فى مدار يرتفع بمقدار 5000 km عن سطح الأرض . (نصف قطر الأرض 6380 km) .

46 ـ المشترى كوكب كتلته 314 مرة قدر كتلة الأرض ونصف قطره 11.3 مرة قدر نصف قطر الأرض . أوجد عجلة الجاذبية على المشترى .

47 ـ عجلة الجاذبية على القمر تساوى سدس عجلة الجاذبية على الأرض فقط . بفرض أن تركيبى القمر والأرض متماثلان ، فى المتوسط ، ماذا تتوقع أن يكون نصف قطر القمر بدلالة نصف قطر الأرض R_E ؟ (الحقيقة أن نصف قطر القمر $0.27\,R_E$) .

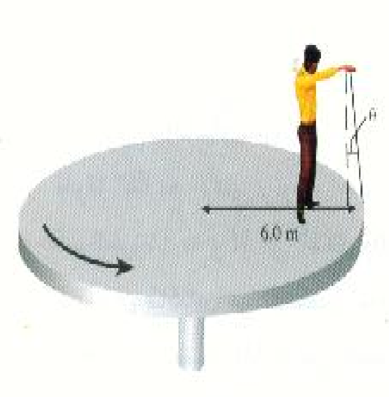
■ 48 ـ يدور تابع أرضى حول الأرض مرة واحدة لكل 80 min تقريبًا عندما يكون نصف قطر مداره 6500 km . استخدم هذه البيانات لإيجاد كتلة الأرض .

■ 49 ـ يدور أحد توابع كوكب المشترى ، ويسمى كاليستو ، حول المشترى مرة كل 16.8 يوما فى مدار نصف قطره 1.88×10^{9} m استخدم هذه البيانات لإيجاد كتلة المشترى .

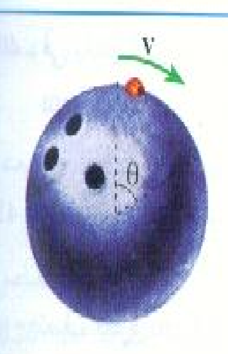
مسائل عامة

■■ 50 ـ أديرت كرة كتلتها 450 g مثبتة فى طرف خيط فى دائرة أفقية تقريبًا نصف قطرها 1.25 m ، وكانت سرعتها المماسية فى الدائرة 8.5 m/s . **لا تهمل وزن الكرة** ، وكذلك لا يمكن أن يكون الخيط أفقيًا تمامًا . (أ) ما مقدار الشد فى الخيط ؟ (ب) ما قيمة الزاوية التى يصنعها الخيط مع الأفقى ؟

■■ 51 ـ يمثل الشكل م2-7 رجلاً على منصة دوارة يحمل بندولاً فى يده ، ويقع البندول على بعد قدره 6.8 m من مركز المنصة . وقد وجد أن البندول يتعلق صانعًا زاوية θ مع الرأسى عندما تكون المنصة دائرة بسرعة دورانية مقدارها 0.045 rev/s . أوجد θ .



شكل م2-7



شكل م3-7

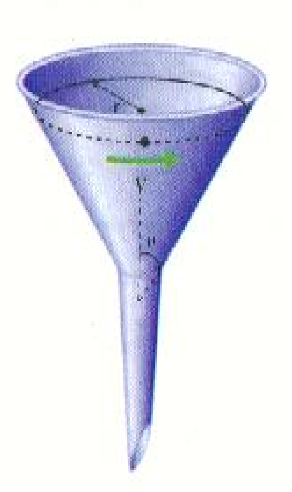
52 ـ فقدت الحشرة الصغيرة المبينة بالشكل م3-7 رسوخ أقدمها عندما كانت قريبة من قمة كرة البولينج ، فانزلقت على الكرة إلى أسفل بدون احتكاك يذكر . أثبت أنها سوف تفقد التلامس مع سطح الكرة عند الزاوية θ ، حيث $\cos\theta = 2/3$.

53 ـ يمثل الشكل م4-7 تصميمًا ممكنًا لمستعمرة فضائية . تتكون هذه المستعمرة من أسطوانة سابحة فى الفضاء قطرها 7 km وطولها 30 km ، وتحتوى بداخلها على بيئة شبيهة بالبيئة الأرضية ؛ ولمحاكاة الجاذبية فإن هذه الأسطوانة تدور حول محورها فى حركة مغزلية . ما مقدار معدل دوران الأسطوانة ، بالدورات فى الساعة ، اللازم لكى يضغط شخص واقف على الكتلة الأرضية على الأرض بقوة تساوى وزنه أو وزنها على الأرض .



شكل م4-7

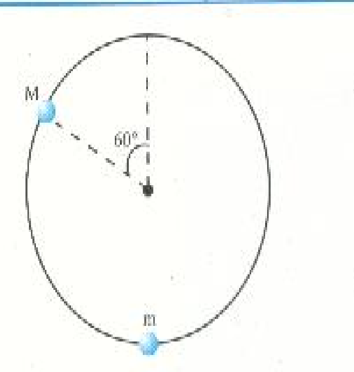
54 ـ يراد لجسيم أن ينزلق فى مسار أفقى داخل القمع المبين بالشكل م5-7 . فإذا كان سطح القمع لا احتكاكيا ، فماذا يجب أن يكون مقدار سرعة الجسيم v ، بدلالة r ، θ ، حتى تتم هذه الحركة بنجاح ؟



شكل م5-7

55 ـ حرر بندول مكون من كرة كتلتها 140 g معلقة فى خيط طوله 225 cm من السكون عندما كان الخيط يصنع زاوية قدرها 65° مع الأفقى . أوجد الشد فى الخيط عندما تكون الزاوية 25° .

56 ـ الخرزتان m و M فى الشكل م6-7 يمكنهما الانزلاق بحرية على دائرة السلك المبينة بالرسم . فى البداية كانت الخرزتان ساكنتين فى الموضعين الموضحين . حررت M من السكون فانزلقت واصطدمت تصادمًا مرنًا مع m . ما أكبر قيمة ممكنة للنسبة m/M لكى تنجح m فى الوصول إلى القمة بحيث لا تؤثر على السلك فى ذلك الموضع بأى قوى إلى أسفل .

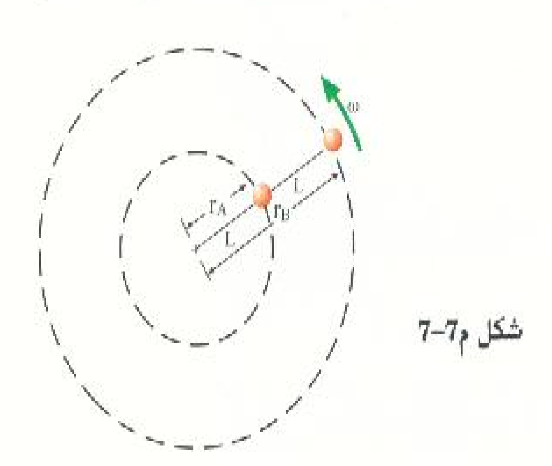


شكل م6-7

57 ـ لنفرض أن أقصى عجلة تكتسبها سفينة صاروخية إلى أعلى أثناء الانطلاق تساوى $40\ m/s^2$ ، وأن العجلة تصل إلى هذه القيمة عندما تكون السفينة على ارتفاع قدره 10 mi من سطح الأرض . ما الوزن الظاهرى لرائد فضاء وزنه على الأرض 180 lb فى تلك الحالة ؟

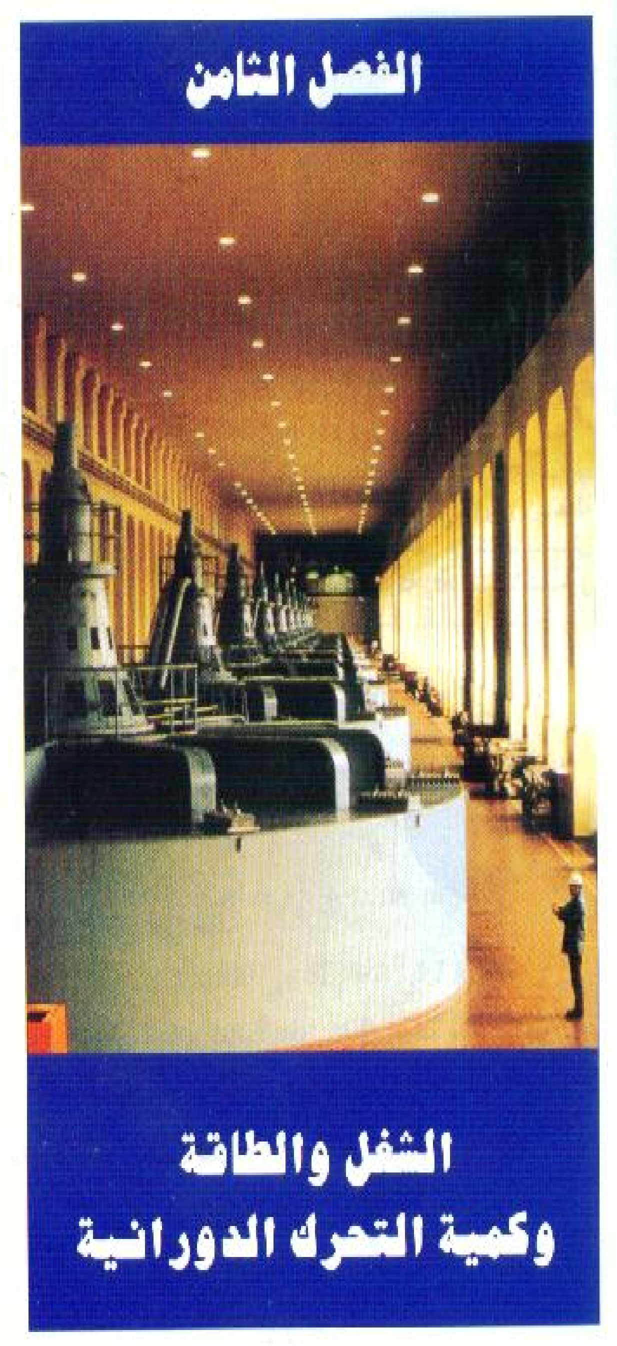
58 ـ أعد حل المسألة 57 إذا كانت السفينة تكتسب العجلة $40\ m/s^2$ على ارتفاع قدره 1500 m فوق سطح الأرض . هذه العجلة فى اتجاه نصف قطر الأرض إلى الخارج ؟

59 ـ الكرتان A و B ، وكتلة كل منهما m ، مربوطتان فى طرفى خيط طوله L . ربط أحد طرفى خيط مماثل طوله L أيضًا فى الكتلة A ، وأمسكت امرأة بالطرف الحر للخيط الثانى ثم قامت بإدارة الكرتين فى دائرة أفقية ؛ هذا الموقف موضح بالشكل م7-7 . أى الخيطين ينقطع عندما تزيد سرعة الدوران إلى قيمة كبيرة ، الخيط الذى تمسك المرأة طرفه فى يدها أم الخيط الموصل بين A و B ؟ ما مقدار السرعة الزاوية عندما يحدث ذلك ؟ افترض أن $m = 500\ g$ ، $L = 0.6\ m$ ، وأن مقاومة قطع الخيطين 235 N . إهمل وزن الكرتين ؛ أى اعتبر أن الدائرة أفقية حقًا .



شكل م7-7

60 ـ وقعت سيارة سباق كتلتها 800 kg بسائقها ووزنه 700 N فى مطب بالطريق نصف قطر انحنائه الرأسى 60 m . سبب هذا السقوط انضغاط السست الحاملة للسيارة انضغاطًا كاملاً للحظة قصيرة عند قاع المطب . فإذا علمت أن انضغاط السست انضغاطًا كاملاً فى حالة سكون السيارة يتطلب قوة قدرها 5000 N بالإضافة إلى وزن السيارة ، فبأى سرعة كانت السيارة تتحرك عندما وقعت فى المطب ؟ ما هو الوزن الظاهرى للسائق فى تلك اللحظة ؟



قانون نيوتن الثانى يربط القوة المؤثرة على جسم بكتلة هذا الجسم وكمية تحركه الخطى : $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. وعندما يدور جسم ، كالعجلة مثلاً ، حول محور فإن **عزوم الدوران** يمكن أن تعطى ذلك الجسم **عجلة زاوية** . وسوف نرى فى هذا الفصل أن الحركة الدورانية تنطبق عليها معادلة مماثلة للمعادلة $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ، هذه المعادلة تربط عزم الدوران المؤثر على جسم بحاصل ضرب عجلته الزاوية فى كمية تمثل مقياسًا للقصور الذاتى الدورانى . وسوف نرى بالإضافة إلى ذلك أن الجسم المتحرك حركة دورانية له طاقة حركة وكمية تحرك دورانى .

8-1 الشغل وطاقة الحركة الدورانيان

من السهل أن نرى أن للجسم الدائر طاقة حركة . فالعجلة المبينة فى الشكل 8-1 مثلاً تتكون من قطع صغيرة من الكتلة يتحرك كل منها أثناء حركة العجلة . فأى جزء صغير من الكتلة ، مثل الجزء m_1 فى الشكل ، له سرعة قدرها $\mathbf{v}_1$ ، وله بالتالى طاقة حركة تساوى $\frac{1}{2}m_1v_1^2$. لنبدأ دراستنا لخواص الأجسام الدائرة بتحليل كيف يمكن أن تكتسب عجلة ما طاقة حركتها .

يمثل الشكل 2–8 عجلة ساكنة فى البداية ، ولكنها تستطيع الدوران بحرية حول محور دورانها الذى يمر بمركزها . عندما تؤثر قوة شد **F** على الخيط الملفوف على حافة العجلة سوف تبدأ العجلة فى الدوران . فى هذه الحالة يعطى الشغل المبذول بواسطة القوة أثناء شد الخيط مسافة قدرها s بالمعادلة :

$$\text{الشغل المبذول بواسطة } \mathbf{F} = Fs$$

وبدوران العجلة زاوية قدرها θ ينفك من الخيط طول قدره s ، حيث تمثل العلاقة بين s و θ بالمعادلة $s = r\theta$ (المعادلة 7–1) . وبالتعويض عن s بهذه القيمة نصل إلى التعبير الآتى للشغل المبذول :

$$\text{الشغل المبذول بواسطة } \mathbf{F} = Fr\theta$$

يمكننا فهم هذه العلاقة بصورة أفضل بملاحظة أن Fr هى « القوة مضروبة فى ذراع الرافعة » فى الشكل 2–8 ؛ وهذه الكمية ببساطة هى عزم الدوران τ المؤثر على العجلة* . ومن ثم نجد أن العلاقة بين الشغل المبذول على العجلة عندما تدور زاوية قدرها θ وعزم الدوران المؤثر عليها هى :

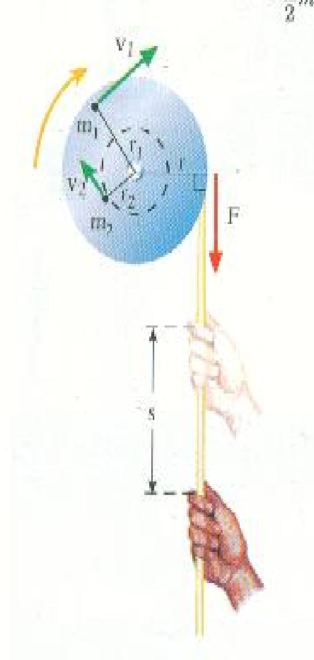
$$W = \tau\theta \qquad (8\text{–}1)$$

من المهم ملاحظة أن هذه هى النتيجة التى يمكن التوصل إليها تخمينًا بالتناظر مع الحركة الخطية . ففى حالة الحركة الخطية نجد أن $W = F_x\, x$ ، أما فى حالة الدوران فإن القوة تستبدل بعزم الدوران ، كما أن المسافة الخطية تستبدل بالمسافة الزاوية وعليه فإن $F_x\, x$ فى الحركة الدورانية تصبح $\tau\theta$ فى الحركة الدورانية ، كما أثبتنا فى المعادلة (1–8) .

طبقًا لنظرية الشغل والطاقة يجب أن يظهر الشغل المبذول بواسطة صافى القوة على العجلة فى صورة طاقة حركة . وسوف تسمى طاقة حركة جسم دائر **بطاقة الحركة الدورانية** KE_{rot} . وربما تذكر أن طاقة حركة جسم بسبب حركته الخطية هى $\frac{1}{2}mv^2$ ، وسوف يشار إلى هذه الطاقة فيما بعد باسم طاقة الحركة الانتقالية KE_{trans} . لنحاول الآن حساب طاقة حركة جسم دائر بالاستعانة بطاقة حركة كل من كتل الأجزاء الصغيرة المكونة للجسم .

لنعد مرة أخرى إلى الشكل 1–8 . عندما تدور العجلة تكتسب كل كتلة دقيقة (مثل m_1) من الكتل المماثلة الكثيرة المكونة للجسم طاقة حركة انتقالية ؛ وهذه تكون $\frac{1}{2}m_1v_1^2$ للكتلة m_1 . وإذا اعتبرنا أن العجلة تتكون من عدد قدره N من الكتل الدقيقة m_1 ، m_2 ، m_3 ، . . . . ، m_N المكونة للعجلة فإن طاقة حركتها الكلية تكون :

شكل 1–8 :
تدور هذه العجلة فى اتجاه دوران عقارب الساعة (السهم الذهبى) وبدوران العجلة يكتسب كل جزء صغير من كتلتها بعض KE . وطاقة حركة m_1 مثلا تساوى $\frac{1}{2}m_1v_1^2$.



شكل 2–8 :
عندما تبذل القوة **F** شغلا بشد الخيط مسافة s تكتسب العجلة طاقة حركة قدرها Fs .

* قد يفيدك مراجعة مفهوم عزم الدوران فى القسم 4–2 .

$$\text{طاقة حركة العجلة} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_Nv_N^2$$

ولكن m_1 مثلاً تتحرك في دائرة نصف قطرها r_1 ، وتكون سرعتها الماسية على هذه الدائرة v_1 . وحيث أن السرعة الزاوية للعجلة ترتبط بهذه السرعة الماسية طبقاً للمعادلة $v_1 = \omega r_1$ ، فإن :

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1\omega^2r_1^2$$

وبالمثل يمكننا استنتاج تعبيرات مشابهة لجميع الكتل الدقيقة الأخرى . إذن ، بالتعويض عن هذه القيم في معادلة طاقة الحركة نحصل على :

$$\text{طاقة حركة العجلة} = \frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2r_2^2\omega^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_Nr_N^2\omega^2$$

وحيث أن كل أجزاء العجلة تتحرك جميعها بنفس السرعة الزاوية ω ، يمكننا إذن كتابة المعادلة السابقة على الصورة :

$$\text{طاقة حركة العجلة} = \frac{1}{2}\omega^2(m_1r_1^2 + m_1r_2^2 + \ldots\ldots + m_Nr_N^2)$$

المقدار بين القوسين في العلاقة السابقة يسمى **عزم القصور الذاتي** للجسم الدائر ويرمز له عادة بالرمز I :

$$I = \text{عزم القصور الذاتي} = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \ldots + m_Nr_N^2 \qquad (8\text{–}2)$$

لاحظ أن وحدات I في النظام SI هي $kg.m^2$.

سوف نناقش عزم القصور الذاتي بعد قليل ؛ وعندئذ سنرى أنه حقيقة مقياس للقصور الذاتي للعجلة . ومع ذلك يمكننا أن نرى حتى في هذه اللحظة أنه يعتمد ليس فقط على كمية المادة m في الجسم ، **بل إنه يعتمد أيضاً على كيفية توزيع تلك المادة** .

الآن يمكن كتابة تعبيرنا لطاقة حركة العجلة الدائرة بدلالة I :

$$KE_{rot} = \text{طاقة الحركة الدورانية} = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (8\text{–}3)$$

هذه هي طاقة حركة الجسم التي يكتسبها بسبب دورانه . لاحظ مرة ثانية أنه كان بإمكاننا تخمين الصورة العامة لطاقة الحركة الدورانية . وبالتماثل مع الكمية $\frac{1}{2}mv^2$ فإن السرعة الخطية v قد استبدلت بالسرعة الدورانية ω وأن I هي المقابل الدوراني للكتلة m .

سبق لنا التنويه إلى أن الطاقة الدورانية مرتبطة بالشغل المبذول على العجلة بواسطة عزم الدوران المؤثر عليها . ولكي نكون أكثر تحديداً ، لنفرض أن العجلة دائرة بسرعة مقدارها ω_0 ثم أثرنا عليها فجأة بعزم دوران معين τ_0 . لنفرض أن تأثير عزم الدوران قد استمر أثناء دوران العجلة بزاوية θ (بحيث كان الشغل المبذول بواسطة عزم الدوران $\tau\theta$) ثم أزيل عنها ، وأن السرعة الزاوية للعجلة في تلك اللحظة ω_f . بتطبيق نظرية الشغل والطاقة على هذا الموقف نجد أن :

التغير في KE للعجلة = الشغل المبذول على العجلة

$$\tau\theta = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2$$

$$\tau\theta = \frac{1}{2}I\left(\omega_f^2 - \omega_0^2\right)$$

حيث استخدمنا المعادلة (8–1) للتعبير عن طاقة الحركة الدورانية للعجلة .

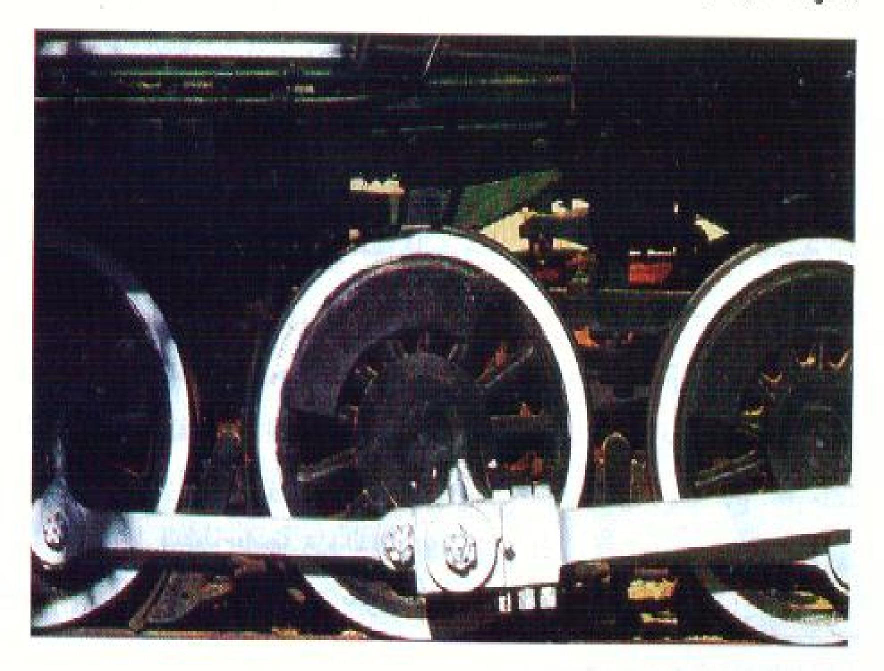
يمكن تبسيط هذه العلاقة بين الشغل وطاقة الحركة الدورانية باستخدام معادلة الحركة الزاوية (المعادلة 5–7د) : $\omega_f^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$. وبالتعويض عن هذه الكمية في معادلة الشغل والطاقة السابقة واختصار θ نحصل على :

$$\tau = I\alpha \qquad (8\text{–}4)$$

حيث α هي العجلة الزاوية مقدرة بالزوايا نصف القطرية لكل ثانية مربعة . (لماذا ؟) بهذه الطريقة أمكننا الوصول إلى علاقة بين العجلة الزاوية لحركة العجلة وعزم الدوران السبب لهذه العجلة . هذه المعادلة للحركة الدورانية تناظر المعادلة $F = ma$ في حالة الحركة الخطية .

8–2 القصور الذاتي الدوراني

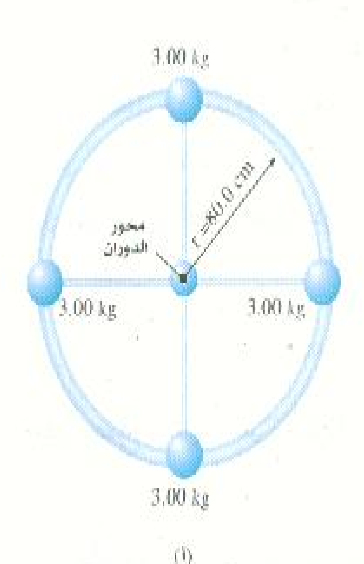
من المعلوم أن الأجسام المتحركة حركة دورانية لها قصور ذاتي . فبعد إطفاء موتور المروحة الكهربائية يلاحظ أن سرعة دوران الريش تقل تدريجيًا بسبب قوى الاحتكاك الهوائي والاحتكاك في محامل محور الدوران إلى أن تصل المروحة إلى السكون . ويعتبر عزم القصور الذاتي I لريشة المروحة مقياسًا لقصورها الذاتي الدوراني وهذا ما يمكن فهمه بالطريقة الآتية .



توصل أذرع إطارة القاطرة البخارية إلى العجلات المقودة عند نقط بعيدة عن المركز . بهذه الطريقة تخلق القوة المؤثرة بواسطة المكبس عزم دوران حول محور العجلات .

في الحركة الخطية يمثل القصور الذاتي لجسم ما بكتلته . ومن العلاقة $F = ma$ نجد أن :

$$m = \frac{F}{a}$$

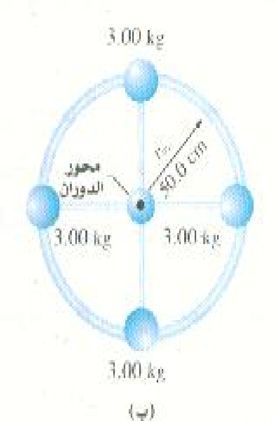


وعليه فإن الكتلة تخبرنا عن مقدار القوة اللازمة لتوليد عجلة خطية قدرها $a = 1\ m/s^2$. أى أنه كلما كان القصور الذاتي للجسم كبيرًا كلما زادت كتلته وكلما زادت القوة اللازمة لإعطائه عجلة قدرها $1\ m/s^2$.

بالمثل ؛ فإن النظير الدوراني للمعادلة $F = ma$ ، أي المعادلة $\tau = I\alpha$ ، تعطينا معلومات مشابهة عن عزم القصور الذاتي للجسم I:

$$I = \frac{\tau}{\alpha}$$

أى أن عزم القصور الذاتي I يمثل مقدار عزم الدوران الذى يكسب الجسم عجلة زاوية قدرها $\alpha = 1\ rad/s^2$. فالأجسام ذات القيم الكبيرة للكمية I تحتاج إلى عزوم دوران كبيرة لتغيير معدل دورانها . من الواضح إذن أن I مقياس للقصور الذاتي الدوراني لأى جسم .



شكل 8-3 :
أى العجلتين أكثر صعوبة فى وضعها فى حالة حركة دورانية ؟

لنفحص الآن التمثيل الرياضي لعزم القصور الذاتي . من المعادلة (8-2) :

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_N r_N^2 = \sum_{i=1}^{N} m_i\, r_i^2$$

سنقوم الآن بتطبيق هذه العلاقة على العجلتين الموضحتين بالشكل 8-3 . تتكون كل من هاتين العجلتين من أربع كتل مركبة على إطار دائري مهمل الكتلة . إذن بالنسبة للجزء (أ) :

$$I_a = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$

$$= (3.00\ kg)(0.800\ m)^2 + (3.00\ kg)(0.800\ m)^2 + (3.00\ kg)(0.800\ m)^2 +$$

$$(3\ kg)(0.800\ m)^2 +$$

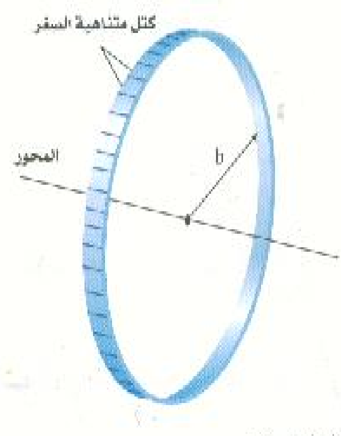
$$= 7.68\ kg.m^2$$

بالنسبة للجزء (ب) :

$$I_b = (3.00\ kg)(0.500\ m)^2 + (3.00)(0.500\ m)^2 + (3.00\ kg)(0.500\ m)^2$$

$$+ (3.00\ kg)(0.500\ m)^2$$

$$= 3.00\ kg.m^2$$



شكل 8-4 :
ما قيمة I للطوق حول المحور المبين ؟

وكما نرى فإن عزم القصور الذاتي فى (ب) أصغر كثيرًا منه فى (أ) . فبالرغم من أن كتلتى العجلتين متساويتان فإن عزمى قصورهما الذاتي مختلفان لأن الكتل أبعد عن محور الدوران فى (أ) عنها فى (ب) . ونظرًا لأن I يتناسب مع r^2 (شكل 8-2) فإن عزم القصور الذاتي يزداد كلما كانت الكتلة أبعد عن المحور . وعليه فإن عزم الدوران اللازم فى (أ) أكبر منه فى (ب) .

وكمثال عملى أكثر ، لنحاول حساب عـزم القصور الذاتى لطوق (أو طارة) كتلتها M كالمبين بالشكل 4-8 . وسوف يفترض أن هذا الطوق يدور حول محور عمـودى علـى مستوى الطوق ويمر بمركزه . لتحقيق ذلك سنتخيل أن الطـوق مقسـم إلى عـدد كبيـر مـن الكتل الصغيرة كما هو مبين ، وأن كل كتلة تبعد مسافة b عن محـور الـدوران . وهكـذا فإن عزم القصور الذاتى للطوق يكون :

$$I_{hoop} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots\ldots + m_N r_N^2$$
$$= m_1 b^2 + m_2 b^2 + \ldots + m_N b^2 = b^2 (m_1 + m_2 + \ldots + m_N)$$

ولكن مجموع الكتل الصغيرة المكونة للطوق هو ببساطة كتلته الكلية M . إذن :

$$I_{hoop} = b^2 M$$

ويمكن من ناحية المبدأ حساب عزم القصـور الذاتـى لأى جسـم بـهذه الطريقـة ، ولكننـا نحتاج عادة إلى استخدام حساب التفاضل والتكامل لإجراء عمليـة الجمـع فـى الحـالات المختلفة . ويمثل الجدول 1-8 نتائج مثل هـذه الحسـابات لبعض الأجسـام البسـيطة . وفى بعض الحالات قد يحدث الدوران حول محاور أخرى مختلفـة ، فالأسطوانة علـى سبيل المثال يمكنها أن تدور حول أحد المحورين الموضحين بالجدول . وعليـه ، يجـب **ذكر المحور المستخدم لكى نعرف عزم القصور الذاتى المقصود .**

جدول 1-8 : عزم القصور الذاتى لبعض الأجسام البسيطة

الجسم	المحور	I	نصف قطر التدويم k
كتلة نقطية (متحركة فى دائرة نصف قطرها r)		mr^2	r
طوق		mb^2	b
قرص مصمت (نصف قطره b)		$\frac{1}{2} mb^2$	$b/\sqrt{2}$
كرة مصمتة (نصف قطرها b)		$\frac{2}{5} mb^2$	$b/\sqrt{\frac{2}{5}}$
أسطوانة مصمتة (طولها b)		$\frac{1}{2} mb^2$	$b/\sqrt{2}$
أسطوانة رقيقة مصمتة (طولها L)		$\frac{1}{12} mL^2$	$L/\sqrt{12}$

بالرجوع إلى الجدول 1–8 يمكننا أن نرى سمة هامة أخرى لعزم القصور الذاتي I . ففي جميع الحالات يلاحظ أن I هو حاصل ضرب كتلة الجسم في مربع طول معين للجسم . فمثلا I للكرة يساوى كتلة الكرة مضروبة في $\left(\sqrt{2/5}\,b\right)^2$. وبالمثل فإن I لقرص يساوى $m\left(b/\sqrt{2}\right)^2$ ، وكذلك بالنسبة إلى الطوق $I = mb^2$. إذن ، يمكننا عموماً كتابة :

$$I = mk^2 \qquad (8\text{–}5)$$

حيث k هو طول مميز للجسم يسمى **نصف قطر التدويم** للجسم . **ونصف قطر التدويم** لأى جسم هو نصف القطر « الفعال » الذى يتساوى عنده عزم القصور الذاتي لهذا الجسم بعزم القصور الذاتي لطوق له نفس الكتلة . فمثلا ، يتضح من الجدول 1–8 أن $k = b$ للطوق ، وهذه قيمة معقولة لأن كلاً من الكتل الصغيرة المكونة للجسم تقع على بعد قدره b من المحور . ولكن بالنسبة إلى الكرة $k = \sqrt{2/5}\,b$ لأن أبعد النقط على الكرة فقط هى التى تقع على بعد b من المحور . وكمثال آخر يمكننا أن نلاحظ في الشكل 3–8أ أن $k = 0.800$ m . ومن ثم فإن I لهذا الجسم يكون :

$$I = mk^2 = (12.0\ \text{kg})(0.800\ \text{m})^2 = 7.68\ \text{kg.m}^2$$

وهى نفس القيمة السابقة . هذا ويحتوى الجدول 1–8 على بعض القيم النموذجية لنصف قطر التدويم k .

ويمكن تلخيص الملاحظات السابقة في النقاط الآتية :

1 ـ الجسم الذى كتلته m له قصور ذاتي دوراني ، وتمثل هذه الكمية بعزم القصور الذاتي I . ويمكن التعبير رياضياً عن عزم القصور الذاتي بالمعادلة $I = mk^2$ ؛ حيث k نصف قطر التدويم للجسم ، وهو يعتمد على شكل الجسم وعلى المحور الذى يحسب I حوله .

2 ـ الجسم المتحرك حركة دورانية له طاقة حركة دورانية $\text{KE}_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$.

3 ـ عندما يؤثر عزم دوران معين τ على جسم حر الدوران يكتسب هذا الجسم عجلة زاوية : $\tau = I\alpha$.

4 ـ الشغل المبذول بواسطة عزم دوران ما خلال دوران الجسم زاوية قدرها θ هو $\tau\theta$.

نظرية المحور الموازى

في الجدول 1–8 حسبت عزوم القصور الذاتي للأجسام حول محاور تمر بمراكز كتل هذه الأجسام . وهناك نظرية بسيطة نافعة جدا لحساب عزم القصور الذاتي لنفس هذه الأجسام حول أى محور آخر مواز للمحور المار بمركز الكتلة . هذه النظرية معروفة باسم **نظرية المحور الموازى** ، وسوف نذكرها فيما يلى بدون برهان :

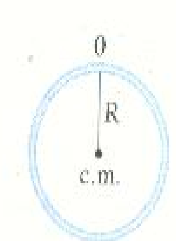
عزم القصور الذاتي لجسم حول محور O يوازى المحور المار بمركز كتلة الجسم هو :

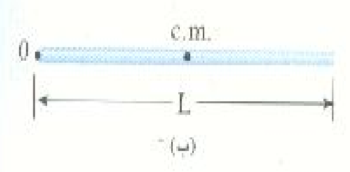
$$I_o = I_c + Md^2 \qquad (8\text{–}5)$$

حيث I_c يساوى عزم القصور الذاتى حول المحور المار بمركز كتلة الجسم ، M تساوى كتلة الجسم ، d المسافة بين المحوريين المتوازيين .

مثال توضيحى 1-8

عين عزم القصور الذاتى (أ) لطوق نصف قطره R حول محور عمودى على مستوى الطوق ويمر بنقطة على حافته (شكل 5-8أ) ، (ب) لقضيب مصمت دقيق طوله L حول محور يمر بأحد طرفيه وعمودى على طوله (شكل 5-8ب) . افترض أن كتلة كل من الجسمين M .





شكل 5-8 :
(أ) طوق كتلته M ونصف قطره R . (ب) قضيب رقيق كتلته M وطوله L . ما مقدار عزم القصور الذاتى لكل منهما حول محور عمودى على الصفحة ويمر بالنقطة O ؟

استدلال منطقى :

(أ) المحور O فى الشكل 5-8أ يبعد مسافة قدرها $d = R$ عن المحور المار بمركز كتلة الطوق . ومن الجدول 1-8 نجد أن $I_c = MR^2$. إذن بتطبيق نظرية المحور الموازى :

$$I_o = I_c + Md^2 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$

(ب) يلاحظ من الشكل 5-8ب أن المحور O يقع على بعد قدره $L/2$ عن المحور المار بمركز الكتلة . وبالرجوع إلى الجدول 1-8 نجد أن $I_c = \frac{1}{12}ML^2$. وعليه ، باستخدام نظرية المحور الموازى نحصل على :

$$I_o = \frac{1}{12}ML^2 + M(L/2)^2 = ML^2(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{3}ML^2$$

تمرين : عين عزم القصور الذاتى لقرص مصمت نصف قطره R وكتلته M حول محور عمودى على مستوى القرص ويمر بنقطة على حافته . **الإجابة :** $\frac{3}{2}MR^2$.

مثال 1-8

أوجد طاقة الحركة الدورانية للأرض نتيجة لدورانها اليومى حول محورها . افترض أن الأرض كرة منتظمة ، وأن : $m = 5.98 \times 10^{24}$ kg ، $r = 6.37 \times 10^6$ m .

استدلال منطقى :

سؤال : ما هى المعلومات اللازمة لحساب KE_{rot} ؟

الإجابة : عزم القصور الذاتى للجسم وسرعته الزاوية . $KE_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$.

سؤال : ما قيمة عزم القصور الذاتى للكرة ؟

الإجابة : بالرجوع إلى الجدول 1-8 نجد أن : $I = \frac{2}{5}MR^2$

سؤال : كيف يمكن إيجاد السرعة الزاوية للأرض ؟

الإجابة : نعلم أن الأرض تدور 1 rev كل 24 h .

سؤال : هل من الضرورى تحويل هذه الكمية إلى وحدات أخرى ؟

الإجابة : نعم ، يجب أن يعبر عن ω بالزوايا نصف القطرية فى الثانية .

الحل والمناقشة : بتحويل وحدات السرعة الزاوية إلى الوحدات القياسية نحصل على :

$$\omega = (1.00\ \text{rev/day})(1.00\ \text{day}/24.0\ \text{h})(1.00\ \text{h}/3600\ \text{s})(2\pi\ \text{rad/rev})$$

$$= 7.27 \times 10^{-5}\ \text{rad/s}$$

(الخصائص الفيزيائية المميزة للأرض موجودة داخل الغلاف الأمامى للكتاب) . بذلك يكون عزم القصور الذاتى للأرض :

$$I = \frac{2}{5}(5.98 \times 10^{24}\ \text{kg})(6.37 \times 10^{6}\ \text{m})^2 = 9.71 \times 10^{37}\ \text{kg.m}^2$$

وأخيرًا ، الطاقة الدورانية هى :

$$KE_{rot} = \frac{1}{2}(9.71 \times 10^{37}\ \text{kg/m}^2)(7.27 \times 10^{-5}\ \text{rad/s})^2$$

$$= 2.56 \times 10^{29}\ \text{J}$$

تأكد من فهمك أن وحدات الشغل الناتجة هى الجول .

مثال 2 - 8

عجلة معينة نصف قطرها 40 cm وكتلتها 30 kg ونصف قطر التدويم لها 25 cm . يستخدم حبل ملفوف على حافة العجلة لإمدادها بقوة مماسية مقدارها 1.8 N ، وبذلك يمكن أن تدور العجلة بحرية حول محور مار بمركزها . (انظر الشكل 2-8 مثلاً) . أوجد العجلة الزاوية لهذه العجلة .

استدلال منطقى :

1

سؤال : ما الذى تتعين به العجلة الزاوية ؟

الإجابة : صافى عزم الدوران المؤثر على الجسم وعزم القصور الذاتى للجسم ، وذلك طبقًا للمعادلة 4-8 .

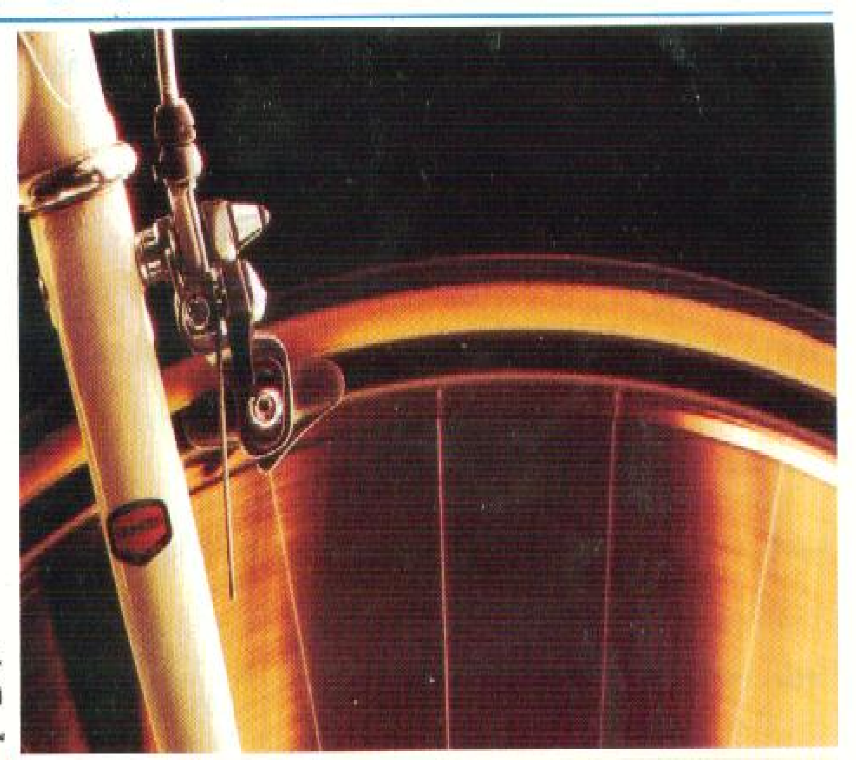
سؤال : هل المعطيات كافية لحساب صافى عزم الدوران ؟

الإجابة : نعم . توجد قوة واحدة فقط ، وهى القوة المماسية المؤثرة على بعد 40 cm من المحور . إذن :

$$\tau = (1.8\ \text{N})(0.40\ \text{m}) = 0.72\ \text{N.m}$$

سؤال : أليس من الضرورى معرفة شكل العجلة حتى يمكن إيجاد عزم القصور الذاتى لها ؟

الإجابة: ما دام نصف قطر التدويم للجسم معلومًا يمكننا مباشرة استخدام العلاقة :



عندما ينضغط فكا الفرملة تؤثر علـى حافـة العجلة قوة ممـاسية ينتج عنها عجلة زاويـة سالبة .

. $I = mk^2$

سؤال : ما هى المعادلة المستخدمة لتعيين α ؟

الإجابة : المعادلة (4–8) : $\alpha = \frac{T}{I}$

الحل والمناقشة : حساب I :

$$I = (30\ \text{kg})\ (0.25\ \text{m})^2 = 1.9\ \text{kg.m}^2$$

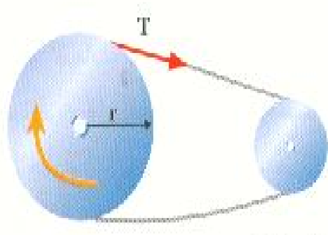
إذن :

$$\alpha = 0.72\ \text{N.m}/(1.9\ \text{kg.m}^2) = 0.38\ /\ \text{s}^2$$

استخدمت الوحدات بهذه الطريقة لتوضيح أن الزوايا نصف القطرية لا تظهر أوتوماتيكيًا فى الوحدات المشتقة . من المهم أن تفهم أن الوحدات rad/s^2 موجودة ضمنيًا فى الإجابة .

مثال 3-8

يمثل الشكل 6–8 عجلة كبيرة كتلتها 80 kg ونصف قطرها r يساوى 25 cm . هذه العجلة تدار بالاستعانة بالسير الموضح ، حيث يكون الشد فى الجزء العلوى من السير 8.0 N وصفرًا أساسًا فى الجزء السفلى . (أ) ما الزمن اللازم لكى يسبب السير تسارع العجلة الكبيرة من السكون إلى سرعة مقدارها 2.0 rev/s ؟ (ب) ما هى المسافة التى تدورها العجلة خلال هذا الزمن ؟ (جـ) ما قيمة الشغل المبذول بواسطة السير على العجلة ؟ اعتبر أن العجلة قرص منتظم .



شكل 6–8 :
تنقل العجلة الزاوية إلى العجلة الكبيرة عن طريق عزم الدوران الناتج عن الشد T فى الجزء العلوى من السير . لاحظ أن الجزء السفلى من السير مرتخ .

أ

استدلال منطقى الجزء (أ)

سؤال : ما هى المعادلة التى تمثل العلاقة بين الزمن والتغير فى السرعة الزاوية ؟

الإجابة : إذا كانت العجلة الزاوية ثابتة ، هذه المعادلة هى :

(المعادلة 7-5ب) $$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

حيث $\omega_0 = 0$ فى هذه الحالة .

سؤال : هل المعلومات المعطاة كافية لحساب α ؟

الإجابة : يمكن استخدام المعادلة 8-4 إذا عُلم عزم القصور الذاتى وصافى عزم الدوران . هاتان الكميتان يمكن حسابهما بمعلومية كتلة ونصف قطر العجلة والشد المؤثر مماسيًا بواسطة السير على محيط العجلة ، وهى جميعًا معطاة فى نص المسألة ، بالإضافة إلى الإشارة إلى أنه بالإمكان اعتبار العجلة قرصًا منتظمًا .

سؤال : ما قيمة عزم القصور الذاتى للقرص بدلالة كتلته M ونصف قطره R ؟

الإجابة : من الجدول 8-1 نجد أن عزم القصور الذاتى للقرص يعطى بالعلاقة :

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

الحل والمناقشة : عزم القصور الذاتى هو :

$$I = \frac{1}{2}(80\ \text{kg})(0.25\ \text{m})^2 = 2.5\ \text{kg.m}^2$$

عزم الدوران حول المحور هو :

$$\tau = \text{القوة} \times \text{ذراع الرافعة} = (8.0\ \text{N})(0.25\ \text{m}) = 2.0\ \text{N.m}$$

وعليه ، فإن العجلة الزاوية تكون :

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{2.0\ \text{N.m}}{2.5\ \text{kg.m}^2} = 0.80\ \text{rad/s}^2$$

ومن ثم فإن الزمن اللازم لتسارع العجلة إلى السرعة المطلوبة هو :

$$t = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{2(2\pi\ \text{rad/s})}{0.80\ \text{rad/s}^2} = 16\ \text{s}$$

أ

استدلال منطقى الجزء (ب)

سؤال : ما معنى « ما هى المسافة التى تدورها العجلة ؟ »

الإجابة : المعنى هو « ما قيمة الإزاحة الزاوية θ ؟ »

سؤال : ما العلاقة بين الزاوية θ والزمن t ؟

الإجابة : عندما تبدأ الحركة من السكون ($\omega_0 = 0$) تكون العلاقة على الصورة :

(المعادلة 5-7هـ) $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2$

الحل والمناقشة : بالتعويض بالقيم العددية السابقة فى المعادلة السابقة نجد أن :

$$\theta = \frac{1}{2}(0.80\ \text{rad/s}^2)(16\ \text{s})^2 = 99\ \text{rad}$$

استدلال منطقى الجزء (جـ)

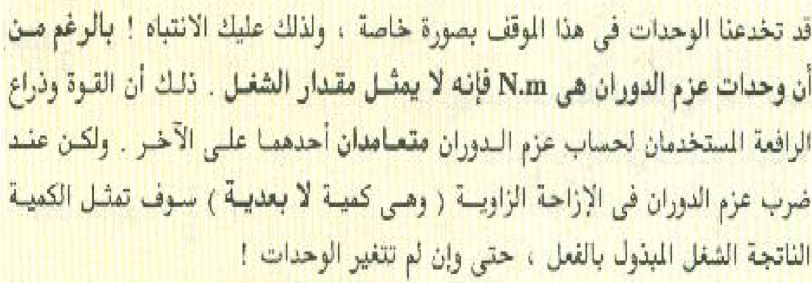
سؤال : ما تعريف الشغل فى حالة الدوران ؟

الإجابة : الإزاحة الزاوية × عزم الدوران = الشغل المبذول بواسطة عزم الدوران

(المعادلة 1-8) $W = \tau\,\theta$

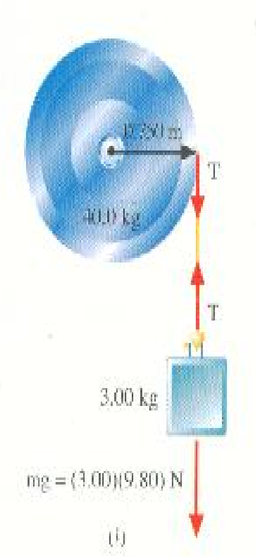
الحل والمناقشة : باستخدام القيم العددية السابقة نحصل على :

$$W = (2.0\ \text{N.m})(99\ \text{rad}) = 200\ \text{N.m} = 200\ \text{J}$$


قد تخدعنا الوحدات فى هذا الموقف بصورة خاصة ، ولذلك عليك الانتباه ! **بالرغم من أن وحدات عزم الدوران هى N.m فإنه لا يمثل مقدار الشغل** . ذلك أن القوة وذراع الرافعة المستخدمان لحساب عزم الدوران **متعامدان** أحدهما على الآخر . ولكن عند ضرب عزم الدوران فى الإزاحة الزاوية (وهى كمية **لا بعدية**) سوف تمثل الكمية الناتجة الشغل المبذول بالفعل ، حتى وإن لم تتغير الوحدات !

تمرين : باستخدام قيمتى I و ω ، أوجد طاقة الحركة الدورانية للعجلة .

الإجابة : 200 J .



شكل 7-8 :
عندما يتسارع القالب ، وكتلتـه 3 kg ، تحت تأثير شد الجاذبية سوف ينقل الشد فى الحبل عجلة زاوية إلى العجلة .

مثال 4-8

علق قالب كتلته 3 kg فى طرف حبل ملفوف على عجلة كتلتها 40 kg ونصف قطرها 0.750 m ونصف قطر التدويم لها 0.600 m كما هو مبين بالشكل 7-8أ . أوجد (أ) العجلة الزاوية للعجلة ، (ب) المسافة التى يسقطها القالب فى أول 10 s بعد تحريره .

استدلال منطقى الجزء (أ)

سؤال : بماذا تتعين α ؟

الإجابة : توضح المعادلة (4-8)أن α تتعين بصافى عزم الدوران المؤثر على العجلة وعزم القصور الذاتى لها . ويوضح المخطط البيانى للجسم الحر فى هذه الحالة (شكل 7-8ب) إن صافى عزم الدوران ينتج من الشد فى الخيط الملفوف حول العجلة .

سؤال : العجلة ليست قرصًا بسيطًا ؛ ما مقدار عزم القصور الذاتى لها ؟

الإجابة : يمكن كتابة عزم القصور الذاتى لأى جسم بمعلومية كتلته ونصف قطر التدويم

له على الصورة : $I = Mk^2$.

سؤال : ما هي المعادلة الممكن استخدامها لتعيين α ؟

الإجابة : قانون نيوتن الثانى فى الصورة الخاصة بالحركة الدورانية :

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{rT}{Mk^2}$$

استدلال منطقى الجزء (ب)

سؤال : كيف يعين الشد ؟

الإجابة : يجب أن يؤثر طرف الخيط المتصل بالقالب عليه بشد قدره T ، لذلك يجب دراسة حركة القالب أيضًا . وهنا يوضح المخطط البيانى للجسم الحر (شكل 7-8جـ) أن صافى القوة المؤثرة على القالب يساوى $mg - T$.

سؤال : ما هى المعادلة التى تنطبق على حركة القالب ؟

الإجابة : $F_{net} = mg - T = ma$.

سؤال : هل توجد ثمة علاقة بين العجلة الزاوية لحركة العجلة ، وعجلة حركة القالب إلى أسفل ؟

الإجابة : نعم . عند دوران العجلة إزاحة زاوية θ يهبط الجسم مسافة خطية $r\theta$.

إذن : $a = \alpha r$.

سؤال : كيف يمكن الربط بين معادلتى القانون الثانى ؟

الإجابة : بالتعويض عن a بالمقدار $r\alpha$ تتحول المعادلتان إلى :

$$Tr = (Mk^2)\alpha \quad \text{و} \quad mg - T = m(r\alpha)$$

وبضرب المعادلة الثانية فى r ثم جمع المعادلتين سوف يختصر الشد ، ونجد أن :

$$mgr = (Mk^2 + mr^2)\alpha \quad \text{أو} \quad \alpha = \frac{mgr}{Mk^2 + mr^2}$$

الحل والمناقشة : يمكن إيجاد α مباشرة :

$$\alpha = \frac{(3.00\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(0.750\text{m})}{(40.0\ \text{kg})(0.600\ \text{m})^2 + (3.00\ \text{kg})(0.750\ \text{m})^2} = 1.37\ \text{rad/s}^2$$

وهكذا يمكن إيجاد العجلة a من العلاقة $a = r\alpha$:

$$a = (0.750\ \text{m})(1.37\ \text{rad/s}^2) = 1.03\ \text{m/s}^2$$

وأخيرًا فإن المعادلة التى تربط المسافة التى يهبطها القالب بالزمن (حيث $v_0 = 0$) هى :

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(1.03\ \text{m/s}^2)(10.0\ \text{s})^2 = 51.5\ \text{m}$$

هذه المسافة مقاسة بالطبع إلى أسفل بالنسبة لوضع الجسم الابتدائى . وبقياس مسافة وزمن السقوط يمكن استخدام هذا التحليل لإيجاد عزم القصور الذاتى ، ومن ثم نصف

قطر التدويم للعجلة ، وهذه هى الطريقة المستخدمة الفعل على نطاق واسع لتعيين هذه الكميات .

مثال 5-8

أوجد السرعة الزاوية للعجلة فى المثال 4-8 بعد سقوط القالب مسافة قدرها 80.0 cm . استخدم علاقات الطاقة بغرض عدم وجود احتكاك .

استدلال منطقى :

سؤال : ما هو المبدأ الأساسى الذى ينطبق على هذا الموقف ؟

الإجابة : فى غياب الاحتكاك وغياب أى قوى أخرى خلاف الجاذبية يكون مجموع طاقتى الحركة KE والوضع PE ثابتًا .

سؤال : ما علاقة السرعة الزاوية للعجلة الدائرة بطاقة حركة النظام ؟

الإجابة : طاقة الحركة الدورانية $\frac{1}{2}I\omega^2$ جزء من KE الكلية للنظام .

سؤال : ما المعادلة التى يعطيها قانون بقاء الطاقة هنا ؟

الإجابة : حيث أن النظام يبدأ الحركة من السكون ، إذن $KE_0 = 0$ ، ومنه :

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mg\,\Delta h = 0$$

حيث $\Delta h = -80.0\ \text{cm}$.

سؤال : هل توجد علاقة بين v و ω ؟

الإجابة : نعم . عندما ينفك خيط بدون انزلاق من على محور دوران نصف قطره r تكون العلاقة بين المسافة الخطية Δh والإزاحة الزاوية المناظرة θ على الصورة $\Delta h = r\,\Delta\theta$. وينتج من ذلك أن $v = r\omega$.

سؤال : ما هى إذن المعادلة النهائية اللازم حلها بالنسبة ω ؟

الإجابة : $\frac{1}{2}(mr^2 + I)\omega^2 = mg\,\Delta h$ ، حيث $I = Mk^2$.

الحل والمناقشة : يمكن حل هذه المعادلة جبريًا بالنسبة إلى ω^2 ثم التعويض بالقيم العددية :

$$\omega^2 = 2mg\frac{\Delta h}{mr^2 + Mk^2}$$

$$= \frac{2(3.00\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(0.800\ \text{m})}{(3.00\ \text{kg})(0.750\ \text{m})^2 + (40.0\ \text{kg})(0.600\ \text{m})^2}$$

$$\omega = 1.71\ \text{rad/s}$$

حيث أن $1/2\ \omega^2$ عامل مشترك فى جزئى طاقة الحركة KE ، يلاحظ أن نسبة KE الانتقالية إلى الدورانية فى النظام عند أى لحظة تساوى $(mr^2)/(Mk^2)$.

تمرين : احسب KE الكلية للنظام وطاقة الحركة الدورانية للعجلة في المثـال السابق .
الإجابة : $KE_{rot} = 23.5\ J$ ، $KE_{rot} = 0.894(Ke_{rot}) = 21.0\ J$.



الأسطوانات (الدحاريج) الضخمة لمعدة رصف الطرق هذه لها عزوم قصور ذاتية كبيرة جدًا . وأثناء حركة المعـدة تمثـل طاقـة الحركة الدورانية للدحاريج الجزء الأعظـم من طاقة الحركة الكلية للمعدة .

8-3 الحركة الدورانية الانتقالية المشتركة

الشكل 8-8 يمثل عجلة تتدحرج بدون انزلاق . في هذا الموقف يقوم كل جزء صغير من أجزاء العجلة بنوعين مختلفين من الحركة في نفس الوقت . فمركـز العجلـة ، وهـو مركز كتلة العجلـة ، يتحرك أفقيًا بسرعة مقدارها $v_{c.m}$ ، كما أن العجلة تدور حول المحور العمودي المار بمركز الكتلة بسرعة مقدارها ω . وعليه فإن العجلـة المتدحرجـة لـها طاقة حركة انتقالية وطاقة حركة دورانية .

من الممكن التعبير عن طاقة الحركـة الكليـة للعجلـة بمنتـهى السـهولة عندما نقصر اهتمامنا على الدوران حول محور معين هو المحور المار بمركز كتلة العجلـة ، وذلـك لأن هذا هو المحور الذي يدور حوله الجسم المتدحرج عادة . في هذه الحالة يمكننا كتابة :

طاقة الحركة الكلية لجسم يتحرك حركة انتقاليـة وحركـة دورانيـة حـول المحـور المـار بمركز الكتلة تساوي مجموع طاقة الحركة الانتقالية لمركز الكتلة وطاقة الحركة الدورانية حول المحور المار بمركز الكتلة :



$$KE_{tot} = \frac{1}{2}Mv^2_{c.m.} + \frac{1}{2}I_c\,\omega^2$$

حيث M كتلة الجسم ، $v_{c.m.}$ سرعة كتلة الجسم ، I_c عزم القصور الذاتي حول المحـور المار بمركز الكتلة .

سنوضح الآن كيف تستخدم هذه الحقيقة عن KE في حل المسائل التي تتضمن KE_{tot} و KE_{rot} في نفس الوقت .



شكل 8-8 :
عند دوران العجلة يكون لها طاقة حركـة انتقالية وطاقة حركة دورانية .

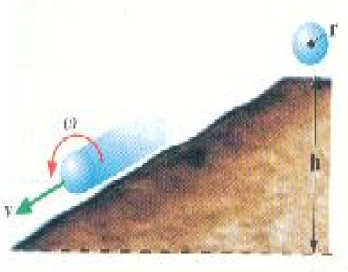
مثال 8-6

تبدأ كرة منتظمة نصف قطرها r وكتلتها m في التدحرج من السكون مـن قمـة مستوى مائل ارتفاعه h (شكل 8-9) . بأي سرعة تتحرك الكـرة عند وصولـها إلى القـاع ؟ (افترض أن التدحرج أملس وأن فواقد الطاقة بالاحتكاك مهملة) .

استدلال منطقي :

1

سؤال : ما المبدأ الذي ينطبق على هذا الموقف بصورة مباشرة ؟
الإجابة : مبدأ بقاء الطاقة الميكانيكية .
سؤال : ما قيمة كل من PE الابتدائية والنهائية ؟



شكل 8-9 :
عندما تتدحرج الكرة إلى قاع المستوى المائل تتحول طاقة جهدها التثاقلى (طاقة الوضع) إلى طاقة حركة انتقالية وطاقة حركة دورانية .

الإجابة : باختيار قاع المستوى المائل كمستوى إسناد نجد أن $PE_0 = mgh$ و $PE_f = 0$.

سؤال : ما قيمة KE الابتدائية والنهائية ؟

الإجابة : $KE_0 = 0$ ، $KE_f = \frac{1}{2}mv^2_{c.m.} + \frac{1}{2}I_c\omega^2$

سؤال : ما قيمة I_c ؟

الإجابة : من الجدول 8-1 نجد أن $I_c = \frac{2}{5}mr^2$ للكرة .

سؤال : هل يوجد أى ارتباط بين $v_{c.m.}$ و ω ؟

الإجابة : طالما كانت الكرة **متدحرجة بدون انزلاق** : $v_{c.m} = r\omega$ (المعادلة 7-7) . هذا لا يكون صحيحًا إذا لم يتحقق هذا الشرط .

سؤال : ما المعادلة التى نحصل عليها من قانون بقاء الطاقة ؟

الإجابة : حيث أن الطاقة الابتدائية للكرة كلها PE فإن طاقتها النهائية عند الوصول إلى القاع تكون كلها KE ، وبذلك يمكن كتابة $PE_i = KE_f$. وباستخدام العلاقة $v_{c.m.}/r = \omega$ سنجد أن :

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2_{c.m.} + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)(mr^2)\left(\frac{v_{c.m}}{r}\right)^2$$

الحل والمناقشة : لاحظ أن نصف قطر الكرة r يختصر فى الحد الأخير . وإذا اعتبرنا أن I_c يعطى بالكمية mk^2 ببساطة فإن ذلك لن يكون صحيحًا بالطبع . لاحظ كذلك أن m تختصر من كل الحدود . والآن ، بحل المعادلة السابقة جبريًا بالنسبة إلى $v_{c.m.}$ نحصل على :

$$v^2_{c.m.} = \frac{2gh}{1+\frac{2}{5}} = \frac{10}{7}gh$$

عند فحص المقام فى التعبير الأوسط سنرى أن الحد الثانى ، $\frac{2}{5}$ ، يمثل تأثير القصور الذاتى الدورانى ، وهذا مجموع على الحد الأول ، 1 ، الذى يمثل الحد الانتقالى . التدحرج إذن يعنى أن PE الأصلية قد قسمت بين الحركتين الدورانية والانتقالية ، بحيث يكون مقدار السرعة النهائية لمركز الكتلة أقل مما فى حالة حدوث انزلاق لا احتكاكى . ذلك أنه إذا لم تتدحرج الكرة على الإطلاق ، بل انزلقت إلى أسفل على المستوى المائل سوف يعطى مقدار سرعتها بالعلاقة $v^2_{c.m.} = 2gh$. هذه هى نفس قيمة مقدار السرعة التى حصلنا عليها فى المسائل السابقة المتعلقة بالسقوط الحر أو السقوط من ارتفاع قدره h .

مثال 7-8

افترض أن لدينا ثلاثة أجسام منتظمة لها نفس الكتلة m ونفس نصف القطر r ، الأول على شكل كرة والثانى عبارة عن طوق والثالث قرص مصمت . إذا بدأت هذه الأجسام الثلاثة





فى التدحرج بدون انزلاق من السكون من فوق قمة تل ارتفاعه h عن القاع ، فأى هذه الأجسام يصل أولاً إلى القاع ؟

استدلال منطقى :

1

سؤال : ما معنى « يصل أولاً إلى ارتفاع » ؟

الإجابة : كل من هذه الأجسام الثلاثة لابد أن يقطع نفس المسافة أثناء حركته إلى أسفل على سفح التل . وعليه فإن الجسم الذى يكتسب أكبر سرعة انتقالية سوف يصل أولاً إلى القاع .

سؤال : لماذا ستصل هذه الأجسام إلى القاع بسرعات مختلفة ؟

الإجابة : عندما تتدحرج الأجسام الثلاثة على التل بدون انزلاق يدور كل منها دورة كاملة أثناء حركة مركز كتلة مسافة قدرها $2\pi r$. وفى هذه الحالة سوف تتعين نسبة طاقة الوضع PE التى تظهر على صورة طاقة حركة انتقالية لمركز كتلة كل جسم بمقدار عزم القصور الذاتى له .

سؤال : ما هى المعادلة العامة التى تبين تأثير عزوم القصور الذاتى ؟

الإجابة : ارجع إلى المثال السابق وعممه .

الحل والمناقشة : بدلاً من التعويض بقيم عزوم القصور الذاتى للأجسام ، يمكن استخدام معادلة بقاء الطاقة التى تنص عمومًا على أن :

$$v_{\text{c.m.}}^2 = \frac{2gh}{1+I_c/mr^2} = \frac{2gh}{1+N}$$

حيث N هو المعامل العددى فى المعادلة العامة لعزم القصور الذاتى I_c . فمثلاً N تساوى 1 للطوق ، $\frac{1}{2}$ للقرص ، $\frac{2}{5}$ للكرة .

إذن :

$$v_{\text{c.m.}}\ (\text{hoop}) = 2gh/(1+1) = gh$$

$$v_{\text{c.m.}}\ (\text{disk}) = 2gh/(1+\frac{1}{2}) = \frac{4}{3}gh = 1.33\,gh$$

$$v_{\text{c.m.}}\ (\text{sphere}) = 2gh/(1+\frac{2}{5}) = \frac{10}{7}gh = 1.43\,gh$$

من هذا نرى أن الجسم الأصغر فى I_c (الكرة) سوف يكتسب أقل KE دورانية ، ومن ثم تكون KE الانتقالية له أكبر من الآخرين . هذا الجسم إذن هو الذى يصل إلى قاع التل أولاً . ▪

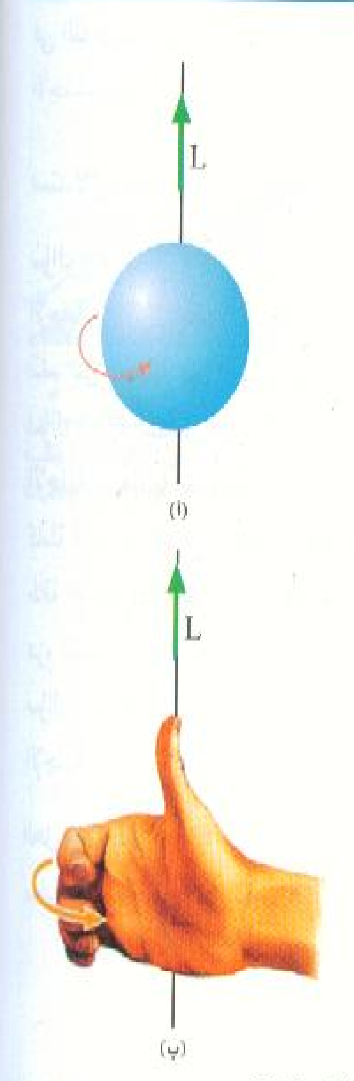
8-4 كمية التحرك الزاوى

فى ضوء التشابهات الكثيرة التى وجدناها حتى الآن بين الظواهر الخطية والدورانية لا يجب أن تدهش لوجود نظير دورانى لكمية التحرك الخطى . وترتبط كمية التحرك

الدورانى ، أو الزاوى ، بحقيقة أن الجسم الدائر يستمر فى الدوران . وقد سبق أن عرفنا كمية التحرك الخطى بأنها حاصل ضرب مقدار القصور الذاتى الانتقالى m فى السرعة الانتقالية $\mathbf{v}$. وحيث أن الكميتان المناظرتان فى حالة الدوران هما القصور الذاتى الدورانى I والسرعة الزاوية ω ، يمكننا أن نتنبأ أن كمية التحرك الزاوى L تعطى بالعلاقة :

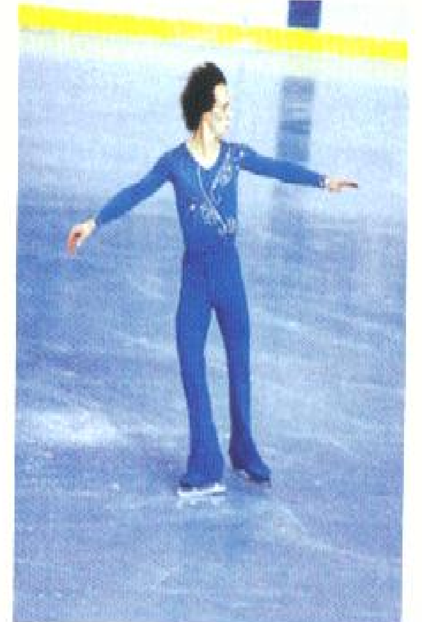
$$\mathbf{L} = \text{كمية التحرك الزاوى} = I\omega \qquad (8\text{–}6)$$

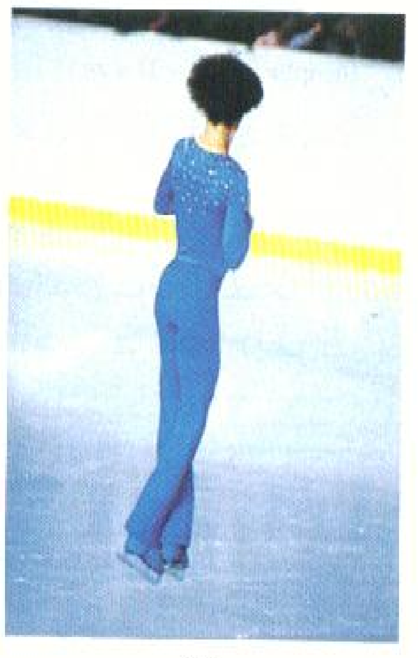
رأينا فى أجزاء سابقة أن اتجاه الكميات المرتبطة بالدوران ، مثل عزم الدوران والإزاحة الزاوية والسرعة الزاوية ، يمكن وصفه بأنه إما فى اتجاه دوران عقارب الساعة أو فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول محور مختار ثابت . ولكن هناك طريقة أخرى أكثر مناسبة فى أغلب الأحيان لوصف اتجاه الدوران وهى **أن يمثل الاتجاه بمتجه على استقامة المحور الذى يدور الجسم حوله** (شكل 10–8أ) . ويمكن توضيح العلاقة بين هذين الوصفين لاتجاه الدوران بالاستعانة بالشكل 10–8ب . وإذا قمنا بلف أصابع اليد اليمنى حول المحور فى اتجاه دوران الجسم سوف يشير الإبهام إلى أحد الاتجاهين على طول محور الدوران ، وقد اتفق على أن يكون هذا الاتجاه هو اتجاه السرعة الزاوية ، وبالتالى اتجاه كمية التحرك الزاوى . وعندئذ سوف يؤدى تغيير الاتجاه من دوران فى اتجاه دوران عقارب الساعة إلى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة إلى مجرد انعكاس لاتجاه الإبهام ، وهذا ما يمكن أن تتحقق منه بنفسك . هذه الطريقة لوصف اتجاهات المتجهات الدورانية على استقامة محور الدوران تسمى **قاعدة اليد اليمنى** .

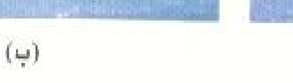


شكل 10–8 :
الكرة فى الجزء (أ) تدور فى الاتجاه الممثل بالسهم الذهبى . ويؤخذ اتجاها السرعة الزاوية وكمية التحرك الزاوى على استقامة محور الدوران إلى أعلى ، كما هو مبين بقاعدة اليد اليمنى فى الجزء (ب) .

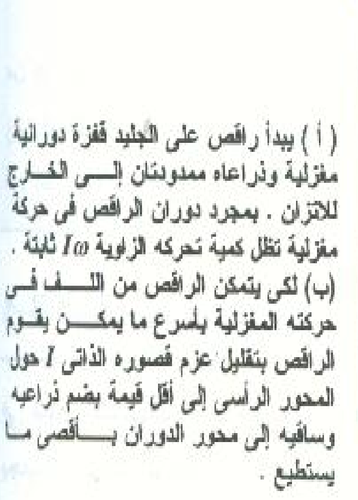
تتبع كمية التحرك الزاوى قانون بقاء يشبه إلى حد كبير قانون بقاء كمية التحرك الخطى . ويمكن صياغة **قانون بقاء كمية التحرك الزاوى** كما يأتى :







(ب) (أ)



(أ) يبدأ راقص على الجليد قفزة دورانية مغزلية وذراعاه ممدودتان إلى الخارج للاتزان . بمجرد دوران الراقص فى حركة مغزلية تظل كمية تحركه الزاوية $I\omega$ ثابتة .
(ب) لكى يتمكن الراقص من اللف فى حركته المغزلية بأسرع ما يمكن يقوم الراقص بتقليل عزم قصوره الذاتى I حول المحور الرأسى إلى أقل قيمة بضم ذراعيه وساقيه إلى محور الدوران بأقصى ما يستطيع .

تظل كمية التحرك الزاوى لجسم أو نظام من الأجسام ثابتة في المقدار والاتجاه ما لم يؤثر على الجسم أو النظام صافى عزم دوران خارجى :

$$I\omega = \text{constant} \quad \text{عندما يكون} \quad \Sigma\tau = 0$$

لاحظ أن **اتجاه** متجه كمية التحرك الزاوى لا يتغير إذا لم يؤثر على الجسم عزم دوران غير متزن . هذا يكافئ القول أن **محور دوران أى جسم يتحرك حركة مغزلية لا يغير اتجاهه ما لم يؤثر على الجسم صافى عزم دوران لا يساوى صفرًا** . ويمكنك أن تتحقق من هذا بنفسك باستخدام جيروسكوب بسيط أو عجلة تدور في حركة مغزلية سريعة (كترس المنبه مثلاً) . فمثلاً ، عندما تدور عجلة كبيرة حول محور شمالى - جنوبى لا يمكن تغيير اتجاه المحور بسهولة مالم تسلط على العجلة قوى كبيرة جدًا . وعندما يسلط عزم دوران على مثل هذا النظام فإن الحركة الناتجة سوف تمثل أهمية خاصة لأنها تبدو متعارضة مع ما يتوقع المرء حدوثه . وبالرغم من أن تحليل هذه الظواهر أكثر تعقيدا من أن نتتبعه في هذا المقرر الدراسى ، فإن من السهل الاستدلال على هذه التأثيرات ، وقد يرى مدرسك أن يعطيك بعضًا منها .

بقاء كمية التحرك الزاوى مبدأ فيزيائى في غاية الأهمية ، ويتجلى ذلك خصوصًا في أى نظام يتغير عزم قصوره الذاتى من خلال تأثير بعض القوى الداخلية ، مثل نجم يتعرض للضمور أو راقص على الجليد يبدأ في اللف في حركة مغزلية وذراعاه ممدودتان أفقيًا ثم يقوم بضمهما إلى جسده . فحيث أن الكتلة يعاد توزيعها في صورة أقرب إلى محور الدوران في الحالتين ، **فإن عزم القصور الذاتى يقل** بالرغم من بقاء الكتلة ثابتة . ونظرًا لأن هذا التغير يجرى حدوثه بدون أى عزوم دوران خارجية فإن المقدار $I\omega$ يجب أن يظل ثابتًا ، وهذا يتطلب زيادة معدل الدوران المغزلى ω . وبالمثل ، عند **زيادة** عزم القصور الذاتى لابد أن تقل السرعة الزاوية في تناسب طردى .



شكل 11-8 :
أوجد النسبة بين مقدارى سرعة التابع الأرضى عند نقطة الحضيض ، وعند نقطة الرأس .

مثال 8-8

تأمل تابعًا أرضيًا يدور في مداره حول الأرض كما هو مبين بالشكل 11-8 . أوجد النسبة بين مقدارى سرعة التابع عند أقرب نقطة في مساره من الأرض (نقطة الحضيض) ، وعند أبعد نقطة في مساره من الأرض (نقطة الأوج) .

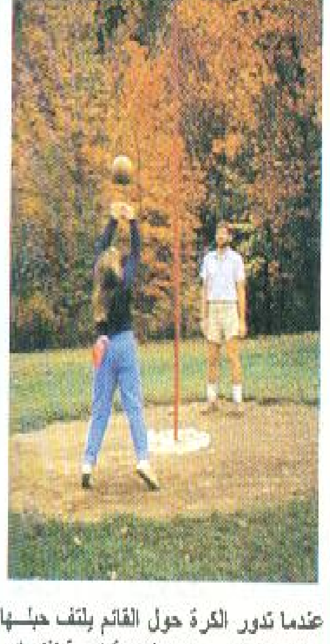
استدلال منطقى :

1

سؤال : ما المبدأ الذى يربط السرعتين عند هاتين النقطتين ؟

الإجابة : إذا كانت كمية التحرك الزاوية محفوظة ، إذن يمكننا مساواة كمية التحرك الزاوى ، ومن ثم السرعتين الزاويتين ، عند هاتين النقطتين . هاتان السرعتان مرتبطتان بالسرعتين الخطيتين المناظرتين .

سؤال : كيف نعلم ما إذا كانت كمية التحرك الزاوى محفوظة ؟


عندما تدور الكرة حول القائم يلتف حبلها حوله وتزداد سرعتها الزاوية نتيجة لذلك . هل يمكنك تفسير ذلك ؟

الإجابة : يجب البحث عما إذا كان التابع الأرضى واقعًا تحت تأثير صافى عزم دوران معين ، وهذا يستلزم تحديد محور لحساب عزم الدوران حوله .

سؤال : كيف نختار مثل هذا المحور ؟

الإجابة : تؤثر قوة جاذبية الأرض للقمر على استقامة خط يمر بالأرض . وعليه فإذا اخترنا محورًا بالأرض وعموديًا على مدار التابع الأرضى يمكن القول أن عزم الدوران الناتج عن قوة الجاذبية حول هذا المحور يساوى صفرًا ، وهكذا تكون كمية التحرك الزاوى للتابع الأرضى بالنسبة إلى هذا المحور ثابتة .

سؤال : ما هى المعادلة التى نحصل عليها من نظرية بقاء كمية التحرك الزاوى ؟

الإجابة : باستخدام الدليلين السفليين p و a كرمزين لنقطتى الحضيض والأوج على الترتيب يمكن كتابة $L_p = L_a$ أو $I_p \omega_p = I_a \omega_a$.

سؤال : ما مقدار عزم القصور الذاتى للتابع الأرضى عند نقطتى الأوج والحضيض ؟

الإجابة : إذا كان r_a ، r_p بعد نقطتى الأوج والحضيض عن الأرض ، فإن :

$$I_p = mr_p^2 \quad و \quad I_a = mr_a^2$$

حيث m كتلة التابع الأرضى .

سؤال : ما هى العلاقة بين السرعتين الزاوية والخطية عند هاتين النقطتين ؟

الإجابة : حيث أن السرعة الخطية عمودية على المسافة القطرية عند كلتا النقطتين يمكن كتابة :

$$v_a = r_a \omega_a \quad و \quad v_p = r_p \omega_p$$

الحل والمناقشة : من نظرية بقاء كمية التحرك الزاوى نحصل على :

$$\frac{\omega_p}{\omega_a} = (r_a / r_p)^2 = \frac{v_p / r_p}{v_a / r_a}$$

إذن :

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{r_a}{r_p}$$

وعليه فإن سرعة التابع الأرضى تتناسب عكسيًا مع بعده عن الأرض .

مثال 9-8

يمثل الشكل 12-8 كأسًا نصف قطرها الداخلى 3.5 cm موضوعة على منضدة قابلة للدوران دورانًا لا احتكاكيًا بحيث يتطابق محوراهما ، وفى هذه الحالة يكون عزم القصور الذاتى للمجموعة (المنضدة والكأس) $I = 8.0 \times 10^{-4}$ kg.m^2 . أسقطت قطرات من الماء ببطئ فى الكأس على استقامة المحور . فإذا كانت الكأس تدور وهى فارغة بمعدل 2.0 rpm ، فما


شكل 12-8 :
لماذا يتباطأ النظام الدائر عند إسقاط قطرات الماء ببطء فى الكأس ؟

مقدار سرعتها الدورانية عندما تحتوى على 300 g من الماء .

1

استدلال منطقى :

سؤال : هل كمية التحرك الزاوى محفوظة ؟

الإجابة : نعم ، لأن الماء يدخل الكأس على استقامة محور الدوران ، وبذلك لا يمكنه أن يبذل عزم دوران على النظام الدائر .

سؤال : ما هى الخاصية التى تتغير فى هذا الموقف ؟

الإجابة : يزداد القصور الذاتى الدورانى للنظام نتيجة لزيادة الكتلة . بناء على ذلك لابد أن يقل معدل الدوران حتى تظل L ثابتة .

سؤال : ما قيمة عزم القصور الذاتى للماء ؟

الإجابة : عندما يكون معدل الدوران صغيراً ، كما هى الحال هنا ، يمكننا أن نفرض أن الماء يتخذ أساسًا شكل قرص نصف قطره يساوى نصف القطر الداخلى للكأس . وعليه فإن القيمة النهائية لعزم القصور الذاتى للماء تكون :

$$I_w = \frac{1}{2}(0.30\ \text{kg})(0.035\ \text{m})^2 = 1.8 \times 10^{-4}\ \text{kg.m}^2$$

سؤال : ما هى المعادلة التى نحصل عليها بعد تطبيق مبدأ بقاء كمية التحرك الزاوى ؟

الإجابة : $I_0\,\omega_0 = (I_0 + I_w)\,\omega_f$

الحل والمناقشة : من المعادلة الأخيرة نحصل على :

$$\omega_f = \frac{\omega_0 I_0}{I_0 + I_w}$$

$$= \frac{(2.0\ \text{rpm})(8.0\times10^{-4}\ \text{kg.m}^2)}{(8.0\times10^{-4} + 1.8\times10^{-4})\text{kg.m}^2}$$

$$= 2.0\ \text{rpm}\,\frac{8.0}{9.8} = 1.6\ \text{rpm}$$

تمرين : افترض أن طاقة حركة الماء الساقط يمكن إهمالها . إثبت أن طاقة الحركة النهائية للنظام تقل بمقدار 19 فى المائة عن قيمتها الابتدائية . ماذا حدث لهذه الطاقة المفقودة ؟

8-5 وجهة نظر حديثة : أصغر مقدار من كمية التحرك الزاوى

إلى أى مدى يكون الصغير صغيراً ؟ إن مدلول أصغر أو أقل وحدة يمكن أن يتواجد فيها شىء ما مفهوم عام . لنأخذ على سبيل المثال حوض استحمام (بانيو) ملئ بالماء . يمكن تقسيم الماء فى حوض الاستحمام إلى جالونات أو مليلترات ، بل ويمكن تقسيمه

بعد ذلك إلى قطرات . ولكن عند تقسيم الماء إلى جزيئات منفردة نكون قد وصلنا إلى أصغر كمية أساسية يمكن أن يتواجد الماء فيها . أما إذا كسرنا جزئ الماء إلى مركباته من ذرات الهيدروجين والأكسجين فلن يكون لدينا ماء عند ذلك . وبالمثل فإن ذرة الأكسجين هي أصغر كمية يمكن أن يتواجد الأكسجين فيها . وكما سنرى مؤخرًا في هذا المقرر الدراسي ، يبدو أن الشحنة الكهربائية لا يمكن أن تتواجد بمقدار أقل من الشحنة التي يحملها إلكترون أو بروتون واحد* .

ومع ذلك فليس هناك حد واضح لمدى صغر الطول والزمن ، هذا بغض النظر عن الصعوبات التي قد نواجهها في قياس الكميات بضباطة كافية . وقد تعاملت الفيزياء الكلاسيكية طوال القرن التاسع عشر مع المسافة والزمن باعتبارهما خاصيتين قابلتين للتقسيم إلى مالانهاية ، أو**متصلتين** ، من خواص الطبيعة . ومن ثم فإننا نتحدث عن **الكتلة النقطية** ومفهوم الموضع **اللحظي** والسرعة والعجلة **اللحظيتين** ونحن نفترض ضمنيا أن الفراغ والزمن يمكن أن ينكمشا بلا حدود بدون الوصول إلى قيمة صغرى محدودة .

ويمكن إتباع نفس هذا الأسلوب المنطقي في التفكير عند معالجة مختلف الخواص الديناميكية كالطاقة وكمية التحرك الزاوي . فبالرغم من إمكانية وجود كم أساسي للمادة ، ككتلة الجسيمات الأولية المكونة للذرة ، فإن كتلة محدودة يمكن أن تقع سرعاتها وطاقات حركتها في مدى متصل يمتد إلى الصفر إذا أمكن لموضع والزمن أن ينكمش إلى الصفر . ولكن في بداية القرن العشرين تبنى بعض الفيزيائيين فكرة أن الخواص الميكانيكية توجد في كميات متميزة ، وكانت هذه الفكرة إحدى الثورات المميزة لنهاية حقبة الفيزياء الكلاسيكية وبداية ما يسمى الفيزياء الحديثة .

ففي عام 1900 و 1905 اقترح الفيزيائيان الألمانيان ماكس بلانك وألبرت أينشتين كل على حدة أن انبعاث (بلانك) وامتصاص (أينشتين) الطاقة الإشعاعية (أي الضوء) بواسطة المادة يتم في « حزم » أو « كمات » من الطاقة ، وأن طاقة الكم الواحد تتناسب مع تردد الضوء . وبهذه الفكرة تمكن بلانك من تفسير النتائج العملية الخاصة بطريقة انبعاث الضوء من الأجسام الساخنة ، كما استطاع أينشتين تفسير نتائج التجارب المتعلقة بامتصاص الضوء بواسطة الأسطح الفلزية . وهنا تجدر الإشارة إلى أن مبادئ الفيزياء الكلاسيكية كانت عاجزة تمامًا عن تفسير كل من هاتين الظاهرتين ، وهذا ما سوف يناقش تفصيلاً في الفصل السادس والعشرين .

يعرف ثابت التناسب المستخدم في تعريف كم الطاقة الإشعاعية في نظرية بلانك ، h ، باسم **ثابت بلانك** . وقيمة هذا الثابت صغيرة جدًا :

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$$

* ثبت حديثًا وجود جسيمات أساسية تسمى **الكواركات** (مفردها كوارك) تتنبأ النظرية بأنها تحمل شحنات قدرها ثلث وثلثا الشحنة الإلكترونية . ومع ذلك فإن هذا لا يغير حقيقة أن الشحنة لا يمكن تقسيمها إلى أقل من كم أدنى محدود ، كل ما في الأمر أن حجم الكم قد تغير .

لاحظ أن وحدات هذا الثابت هي نفس وحدات كمية التحرك الزاوى L :

$$1\ J.s = 1\ (N.m)s = 1\ (kg.m/s^2).m.s = 1\ (kg.m^2)/s$$

من المغرى أن نرى ما إذا كانت قيمة h تمثل كمًا أساسيًا لقدار كمية التحرك الزاوى L ، ومن ثم طاقة الحركة الدورانية $L^2/2I$ لجسم . بأسلوب آخر ، هل صحيح أن كمية التحرك الزاوى للجسم الدائر تساوى مضاعفًا صحيحًا ما لهذه الكمية الأساسية ؟ أى هل $L = I\omega = nh$ ، حيث $n = 1$ ، 2 ، 3 ، . . . إلخ ؟ وأيضًا ، هل تعطى طاقة الحركة الدورانية للجسم بالعلاقة الآتية ؟

$$KE_{rot} = \frac{L^2}{2I} = \frac{(nh)^2}{2I} = n^2\frac{h^2}{2I}$$

إذا كانت هاتان العلاقتان صحيحتين فإنهما تتنبآن بقيم غير صفرية لأصغر سرعة زاوية ممكنة h / I وأصغر KE دورانية ممكنة $h^2/2I$. وعليه فلاختبار ما إذا كانت السرعة الزاوية وطاقة الحركة الدورانية لجسم تكممية أو أنها يمكن أن تصبح صفرًا كما تتنبأ قوانين نيوتن الكلاسيكية ، يجب أن نتمكن بالتجربة من قياس الفرق بين الصفر والقيمة h / I كأصغر سرعة زاوية ، وبين الصفر والقيمة $h^2/2I$ كأصغر KE_{rot} .

بالنسبة للأجسام المادية يكون عزم القصور الذاتى كبيرًا جدًا بحيث يصبح $h^2/2I$ عددًا متناهيًا فى الصغر ، صغيرا لدرجة أنه من غير المحتمل تمييزه عن قيمة الصفر . فبتطبيق المعادلة السابقة لطاقة الحركة الدورانية KE_{rot} على مسطرة كتلتها 50 g تدور حول مركز كتلتها سنجد أن كم طاقة الحركة الدورانية يساوى 5×10^{-65} J تقريبًا وأن أصغر سرعة زاوية تساوى 1.6×10^{-31} rad/s تقريبًا . هاتان القيمتان ، من وجهة نظر القياس ، تعتبران صفرًا أساسًا ؛ وهذا يعنى فى خبرتنا أن المسطرة ساكنة . إذن ، لاختبار ما إذا كان سلوك كمية التحرك الزاوى كميًا فإن قيمة h المفرطة فى الصغر تحتم علينا اختيار أجسام ذات عزم قصور ذاتى متناه الصغر . ومن أمثلة ذلك كمية التحرك الزاوى لإلكترون أثناء دورانه حول نواة ذرة الأيدروجين والقصور الذاتى لجزيئات منفردة ثنائية الذرة مثل N_2 و H_2 .

كان الفيزيائى الدنمركى نيلز بوهر أول من قام بتطبيق فكرة تكممة كمية التحرك الزاوى على ذرة الأيدروجين فى عام 1911 وذلك لتفسير نمط انبعاث الضوء وامتصاصه بواسطة ذرة الأيدروجين . وقد افترض بوهر أن قيمة كمية التحرك الزاوى للإلكترون لابد أن تساوى مضاعفات صحيحة للكمية $h/2\pi$:

$$L \quad mr^2\omega = n\frac{h}{2\pi} \quad \text{(للإلكترون)}$$

وقد أثبت هذا الفرض الغريب والجدلى أنه مفتاح التطور التالى فى النظرية الذرية الحديثة .

وقد استخدم أينشتين الطبيعة التكممية لكمية التحرك الزاوى فى الجزيئات ثنائية الذرة فى تفسير امتصاص الحرارة بواسطة الجزيئات الغازية ، وهذا ما سوف يناقش فى الفصل الثانى عشر . كذلك شهد عام 1925 تطبيقًا ناجحًا آخر لفكرة كمية التحرك

الزاوى التكمية عندما تنبأ الفيزيائيان الهولنديان أولينبك وجودسميت أن للإلكترون نفسه حركة دورانية حول محوره ، أو مغزلية ، مقدارها $\frac{1}{2}(h/2\pi)$ ، وبهذا التنبؤ أمكن تفسير سلوك ذرات الأيدروجين عند وجودها فى مجال مغناطيسى .

من هذا نرى أن العقود الثلاثة من القرن العشرين تعتبر بداية حقبة جديدة فى تاريخ الفيزياء . وقد شهدت هذه الفترة تطوراً سريعًا فى الفكرة الثورية بأن السلوك الديناميكى للكتل الصغيرة جدا يخضع لمبدأ تكمية الطاقة الدورانية وكمية التحرك الزاوى . ويعرف هذا الفرع من الفيزياء باسم **ميكانيكا الكم** التى ثبت نجاحها فى تفسير سلوك المادة على المستوى الذرى ودون الذرى .

أهداف التعلم

الآن وقد أنهيت هذا الفصل يجب أن تكون قادرًا على :

1 ـ تعريف (أ) طاقة الحركة الدورانية ، (ب) عزم القصور الذاتى ونصف قطر التدويم ، (د) نظرية المحور الموازى ، (هـ) كمية التحرك الزاوى .

2 ـ كتابة النظير الدورانى للعلاقات : $F = ma$ ؛ $KE_{trans} = \frac{1}{2}mv^2$ ؛ $p = mv$ ، $W = F_x x$.

3 ـ إيجاد عزم القصور الذاتى للأجسام البسيطة ، كالمعطاة بالجدول 8-1 ، حول محور مار بمركز الكتلة وحساب عزم القصور الذاتى لها حول أى محور مواز لمحور مركز الكتلة .

4 ـ استخدام العلاقة $\tau = I\alpha$ فى المواقف البسيطة المتعلقة بالحركة ذات العجلة الدورانية .

5 ـ استخدام العلاقة بين الشغل المبذول على الجسم بواسطة عزم الدوران والتغير فى طاقة حركته الدورانية فى المواقف البسيطة .

6 ـ إيجاد طاقة الحركة الكلية لجسم يتحرك حركة دورانية وانتقالية فى نفس الوقت .

7 ـ حل المسائل البسيطة التى تتضمن بقاء طاقة الأجسام المتدحرجة .

8 ـ كتابة نص قانون بقاء كمية التحرك الزاوى واستخدامه فى المسائل البسيطة .

ملخص

الوحدات المشتقة والثوابت الفيزيائية :

كتبة التحرك الزاوى (L) :

المعادلة (8-6) $L = I\omega$ kg.m²/s أو N.s

تعريفات ومبادئ أساسية :

عزم القصور الذاتى (I):

(المعادلة 8-2) $I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + ... + m_nr_n^2$ kg.m²

نتائج مثل هذه الحسابات لبعض الأجسام البسيطة معطاة فى الجدول 8-1 .

نصف قطر التدويم (k) :

يمكن كتابة عزم القصور الذاتي بدلالة نصف قطر التدويم للجسم على الصورة :

(المعادلة 8-5) $$I = Mk^2$$

قانون نيوتن الثاني في حالة الحركة الدورانية :

(المعادلة 8-4) $$\tau = I\alpha$$

خلاصة :

1 - عند استخدام هذه الصورة الدورانية لقانون نيوتن الثاني يجب أن تكون α مقدرة بالوحدات rad/s^2 .

نظرية المحور الموازي :

عزم القصور الذاتي لجسم متماسك (جاسئ) حول محور O يبعد مسافة قدرها d عن محور مركز الكتلة يساوي :

$$I_o = I_c + Md^2$$

طاقة الحركة الدورانية :

تعطى طاقة الحركة لجسم سرعته الزاوية ω وعزم قصوره الذاتي حول محور ما I بالعلاقة :

(المعادلة 8-3) $$KE_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

طاقة الحركة الكلية لجسم يتحرك حركة دورانية وانتقالية في نفس الوقت تساوي :

$$KE_{tot} = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_c\omega^2$$

العلاقة بين السرعة الزاوية ω والسرعة الخطية لمركز الكتلة $v_{c.m.}$ في حالة تدحرج جسم كروي منتظم نصف قطره r بدون انزلاق هي :

$$v_{c.m.} = r\omega$$

بقاء كمية التحرك الزاوي :

تظل كمية التحرك الدوراني لنظام L ثابتة ما لم يؤثر عليه صافي عزم دوران خارجي . هذا يعني أن حاصل الضرب $I\omega$ يظل ثابتًا حتى وإن تغير I أو ω أو كلاهما .

خلاصة :

1 - يحدث التغير في I إما لتغير الكتلة الكلية الدائرة أو تغير توزيع كتلة النظام مما يؤدي إلى تغير نصف قطر التدويم .

أسئلة وتخمينات

1 - ابتكر تجربة توضيحية لإثبات أن العجلة الدائرة يمكن أن تبذل شغلاً بسبب طاقة حركتها الدورانية .

2 - عجلتان من عجلات الدراجات متماثلتان من جميع الوجوه باستثناء أن إطار إحداهما من المطاط وإطار الأخرى على هيئة حلقة معدنية بنفس الشكل والحجم . ركبت العجلتان في محوري دوران (دنجلين) ساكنين متماثلين بحيث يمكن أن يدور كل منهما حول محوره في دوران حر نسبيًا . أي العجلتين يصل أولاً إلى السكون إذا كان مقدارا سرعتيهما الابتدائية واحدًا ؟

3 - ثلاث عجلات لها نفس الكتلة ونصف قطر الحافة ، ولكن العجلة a على هيئة قرص منتظم مصمت والعجلة b تتكون من حافة ثقيلة ذات برامق (أشعة) خفيفة أما العجلة c فهي عجلة سيارة عادية ذات إطار . قارن بين عزوم القصور الذاتي للعجلات الثلاث حول محاور دورانها .

4 ـ قدر عزم قصورك الذاتي وأنت واقف منتصب القامة حول (أ) محور رأسي يمر بمركز كتلة جسمك ، (ب) محور أفقي عمودي على بطنك .

5 ـ اقترح بعضهم اختزان الطاقة باستعمال حدافة ثقيلة تدور بسرعة عالية . ناقش الآراء المؤيدة والمعارضة عند تطبيق هذا الاقتراح في (أ) سيارة ، (ب) محطة توليد الطاقة الكهربائية .

6 ـ ارجع إلى الشكل 7–8 وافترض أن الاحتكاك مهمل . (أ) الشد في حبل التوصيل أقل من mg . لماذا ؟ (ب) ما تأثير عزم القصور الذاتي للعجلة على الشد في الحبل .

7 ـ حشرة صغيرة تقف ساكنة على حافة منضدة دوارة تدور بدون احتكاك . ماذا يحدث للمنضدة الدوارة (أ) عندما تجرى الحشرة في اتجاه قطري نحو المركز ؟ (ب) عندما تجرى على الحافة في اتجاه دوران عقارب الساعة ؟ ناقش الموقف عندما تبدأ الحشرة في الجرى ، وعندما تجرى بسرعة ثابتة المقدار ، وعندما تتوقف تمامًا عن الحركة .

8 ـ أيهما يتدحرج بسرعة أكبر إلى أسفل على مستوى مائل ، الكرة المجوفة أم الكرة المصمتة ؟ هل يؤثر نصف قطر الكرة على مقدار السرعة ؟ كرر ذلك بالنسبة إلى طوق وقرص مصمت منتظم .

9 ـ لمنع كرة القدم أو أي مقذوف آخر من التأرجح في المسار يجب أن يرميها الرامي بحيث تدور في حركة مغزلية حول محور على استقامة خط الحركة . اشرح .

10 ـ قام أحد المصممين في برنامج « اصنعها بنفسك » ببناء طائرة هليكوبتر ذات مروحة واحدة على محور رأسي . وفي الرحلة الأولى للهليكوبتر أحس الطيار بالغثيان لأن الطائرة كانت تميل دومًا إلى الدوران دورانًا مغزليًا حول محور رأسي . ما السبب في ذلك ؟ كيف أمكن التغلب على هذه الصعوبة في المحركات الأكثر تعقيدًا ؟

11 ـ لنفرض أن جذب الشمس للأرض قد تضاعف فجأة . ما تأثير ذلك على معدل دوران الأرض ومدارها حول الشمس ؟

مسائل

القسم 8-1

1 ـ سلطت قوة مقدارها 6 N على خيط ملفوف حول حافة عجلة نصف قطرها 9 cm . ما مقدار الشغل المبذول بواسطة هذه القوة عندما تدور العجلة زاوية مقدارها 36° ؟

2 ـ مقدار عزم الدوران الاحتكاكي في نظام العجلة ومحور العجلة يساوي 0.060 N.m . ما مقدار الشغل المبذول بواسطة هذا المقدار من عزم الدوران عندما تدور العجلة أربع دورات كاملة ؟

3 ـ ما مقدار الشغل اللازم بذله على عجلة عزم القصور الذاتي لها $I = 0.4\text{kg.m}^2$ حتى تتسارع العجلة من السكون إلى سرعة زاوية مقدارها 150 rev/min ؟

4 ـ بدأت عجلة خزاف عزم القصور الذاتي لها 1.5 kg.m^2 في التهادي إلى السكون عندما كانت سرعة حركتها الدورانية المغزلية 36 rev/min . ما مقدار الشغل الذي تبذله قوى الاحتكاك خلال فترة توقف العجلة ؟

5 ـ تلف عجلة فونوغراف عزم القصور الذاتي لها 0.0015 kg.m^2 في حركة مغزلية بمعدل 45 rev/min . (أ) ما مقدار الشغل الذي سوف تبذله قوى الاحتكاك لكي توقف العجلة بعد قطع التيار الكهربائي عن الفونوغراف ؟ (ب) ما مقدار متوسط عزم الدوران المؤثر بواسطة قوى الاحتكاك لكي تقل سرعة العجلة إلى السكون خلال 25 s ؟

6 ـ ما مقدار عزم الدوران اللازم لإعطاء عجلة عزم القصور الذاتي لها 0.25 kg.m^2 عجلة زاوية قدرها 2.4 rad/s^2 ؟

7 ـ سلط عزم دوران قدره 15 N.m على عجلة ثقيلة عزم قصورها الذاتي 20 kg.m^2 . ما قيمة العجلة الزاوية للعجلة ؟

8 ـ تعرضت عجلة عزم قصورها الذاتي 24 kg.m^2 لعزم دوران قدره 18 N.m في اتجاه دوران عقارب الساعة . إذا كانت العجلة

تدور في حركة مغزلية في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة بمعدل 6 rev/min لحظة تسليط عزم الدوران عليها ، فما هو الزمن المار قبل توقف العجلة تمامًا ؟

9 ـ سلطت قوة مماسية قدرها 4 N على حافة عجلة نصف قطرها 16 cm فأكسبتها عجلة زاوية قدرها 0.5 rad/s² . ما قيمة عزم القصور الذاتي للعجلة ؟

10 ـ في إحدى التجارب المعملية سلط عزم دوران قدره 0.2 N.m على ماسورة منتظمة من النحاس فسببت دورانها حول محور عمودي على طولها ويمر بمركزها بعجلة زاوية قدرها 0.45 rad/s² . ما قيمة عزم القصور الذاتي للماسورة ؟

11 ـ تتكون دوامة الخيل في ملاهي الأطفال أساسًا من قرص أفقي منتظم كتلته 120 kg وعزم قصوره الذاتي 175 kg.m² يدور حول محور رأسي مار بمركزه . ويمكن إدارة هذا القرص بشد حبل ملفوف حول حافته بقوة مناسبة . ما مقدار القوة الأفقية التي يجب أن يؤثر بها الحبل على حافة القرص بحيث تسبب تسارعه من السكون إلى سرعة زاوية مقدارها 30 rev/min خلال 3 s ؟

12 ـ يدور عمود الخرج لموتور قدرته 0.3 hp بمعدل قدره 5 rev/s . (أ) ما مقدار الشغل الذي يبذله الموتور في الثانية الواحدة ؟ (ب) ما مقدار خرج عزم الدوران الذي يولده هذا الموتور عندما يعمل بهذه السرعة ؟

13 ـ يتصل عمود الخرج لعلبة التروس بموتور قدرته المقدرة 0.2 W ، ويحمل هذا العمود عجلة عزم قصورها الذاتي 0.8 kg.m² . احسب أقل زمن يستغرقه الموتور في تعجيل العجلة من السكون إلى 24 rev/min .

14 ـ حبل ملفوف على حافة عجلة عزم قصورها الذاتي 0.1 kg.m² مركبة على محور دورانها . عندما شد الحبل مسافة قدرها 0.8 m بقوة قدرها 25 N تسارعت العجلة من السكون إلى سرعة دوران معينة . ما مقدار السرعة الزاوية النهائية للعجلة ؟

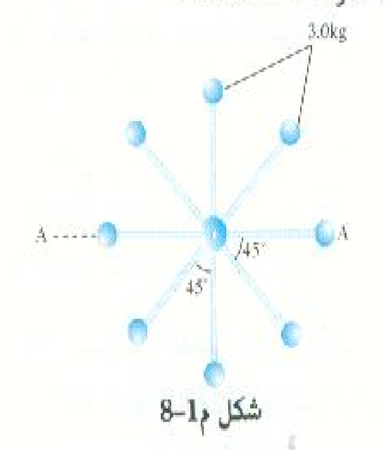
15 ـ تدور عجلة نصف قطرها 10 cm وعزم قصورها الذاتي $I = 0.08$ kg.m² بمعدل قدره 180 rev/min تحت تأثير قوة مماسية مؤثرة على حافتها مقدارها 1.0 N . كم عدد الدورات التي تدورها العجلة قبل الوصول إلى السكون عند إيقاف تأثير القوة وهي دائرة بهذا المعدل .

16 ـ ما قيمة طاقة حركة قرص فونوغراف عزم قصوره الذاتي 0.012 kg.m² يدور بمعدل قدره 45 rev/min ؟

القسم 8-2

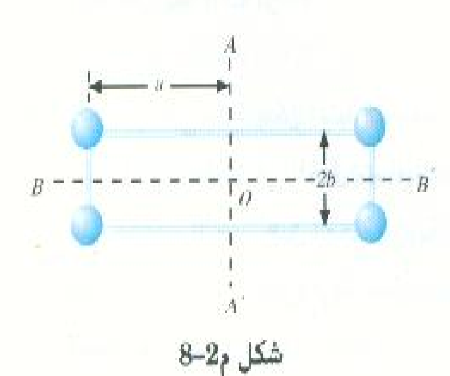
17 ـ ما طول الماسورة السابق وصفها في المسألة 10 إذا كانت كتلتها 0.5 kg ؟

18 ـ الأشعة الموضحة في الشكل م1-8 مهملة الكتلة بالنسبة إلى كتلة كل من الكرات الثمان التي تحملها (3 kg) وطول كل منها 0.5 m . أوجد عزم القصور الذاتي للنظام (أ) حول محور عمودي يمر بالمركز ، (ب) حول محور على استقامة الخط AA' .



شكل م1-8

19 ـ كتلة كل من الكرات الأربع المبينة بالشكل م2-8 تساوي m . إذا كانت كتلة قضبان التوصيل بين الكرات مهملة بالنسبة إلى m ، أوجد عزم القصور الذاتي للنظام (أ) حول المحور AA' ، (ب) حول المحور BB' ؛ (جـ) حول المحور O العمودي على مستوى الصفحة .
اعتبر أن الكرات كتل نقطية .



شكل م2-8

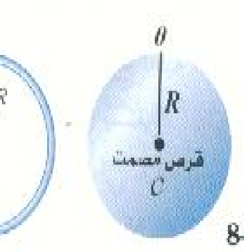
20 ـ يتكون النظام المبين بالشكل م3-8 من طوقين تحملهما مجموعة من الأشعة مهملة الكتلة . فإذا كانت كتلة الطوق الداخلي m_i والخارجي m_0 ونصفا قطريهما a و b على الترتيب ، أوجد عزم القصور الذاتي للنظام حول محور مار بالمركز وعمودي على مستوى الطوقين .

شكل م3-8

21 ـ قضيب خفيف مهمل الكتلة مثبت على استقامة أحد أقطاره طوق كتلته M ويحمل في طرفيه كتلتان متماثلتان m . أوجد عزم القصور الذاتي للنظام حول محور يمر بالمركز C وعمودي على مستوى الطوق .

22 ـ عجلة على هيئة قرص منتظم عزم قصورها الذاتي حول محور عمودي على مستواها ويمر بمركزها يساوي I_d . ركب إطار في هذه العجلة على شكل طوق نصف قطره 40 cm وكتلته 1.8 kg . أوجد عزم القصور الذاتي للمجموعة حول نفس المحور .

شكل م4-8

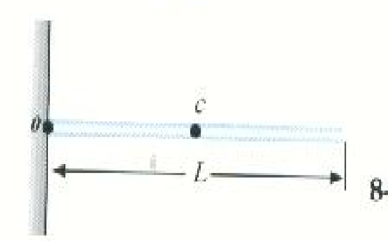


شكل م5-8

23 ـ عين عزم القصور الذاتي (أ) لطوق ، (ب) لقرص مصمت كتلة كل منهما M ونصف قطرهما R حول محور عمودي على مستويهما يمر بالنقطة O الواقعة على الحافة (انظر الشكل م5-8) .

24 ـ علقت كرة كتلتها M ونصف قطرها R في خيط عديم الكتلة طوله L كما بالشكل م6-8 . عين عزم القصور الذاتي للكرة حول محور عمودي على مستوى الصفحة ويمر بنقطة التعليق O .

شكل م6-8



شكل م7-8

25 ـ عين عزم القصور الذاتي لقضيب أسطواني رفيع حول محور يمر بأحد طرفيه (النقطة O) وعمودي على طوله (انظر الشكل م7-8) . ويقع على بعد $L/3$ من O .

26 ـ يمر حبل على بكرة يمكن اعتبارها قرصًا منتظمًا كتلته 2.4 kg ونصف قطره 0.6 m . ونظرًا لوجود احتكاك بين الحبل والبكرة لم يكن الشد في الحبل متساويًا على جانبي البكرة ، حيث وجد أن القوة 150 N على أحد الجانبين و 120 N على الجانب الآخر . عين العجلة الزاوية للبكرة .

27 ـ يمكن اعتبار عجلة السيارة قرصًا مصمتًا نصف قطره 35 cm وكتلته 6.5 kg . ما مقدار طاقة الحركة الدورانية لهذه العجلة عند دورانها بمعدل 3 rev/s ؟

28 ـ ما مقدار السرعة الزاوية (بالدورات في الثانية) لعجلة أسطوانية منتظمة نصف قطرها 0.5 m وكتلتها 4 kg لـها نفس طاقة الحركة الدورانية لكرة منتظمة مصمتة تدور في حركة دورانية مغزلية ، بفرض أن الجسمين متساويان في الكتلة ونصف القطر ؟

29 ـ ما مقدار طاقة الحركة الدورانية لعجلة دراجة قطرها 60 cm وكتلتها 4.0 kg عندما تتحرك الدراجة بسرعة مقدارها 4 m/s ؟ افترض أن نصف قطر التدويم للعجلة هو $k = 50$ cm .

30 ـ عجلة معينة كتلتها 45 kg ونصف قطر التدويم لـها 30 cm . (أ) ما قيمة عزم الدوران اللازم لكي تتسارع هذه العجلة من السكون إلى 0.5 rev/s خلال 25 s ؟ (ب) ما هي المسافة التي تقطعها العجلة خلال ذلك الزمن ؟

31 ـ تدور أسطوانة مصمتة كتلتها 1.8 kg ونصف قطرها 20 cm حول محورها الهندسي بسرعة زاوية مقدارها 2 rev/s . ما مقدار عزم الدوران اللازم لإيقافها خلال زمن قدره 15 s ؟

32 ـ أثرت قوة مماسية مقدارها 2.2 N على حافة قرص مصمت كتلته 52 kg ونصف قطره 32 cm . (أ) ما هو الزمن اللازم لكي يتسارع هذا القرص من السكون إلى 210 rev/min عند دورانه حول محور عمودي على مستواه ويمر بمركزه ؟ (ب) ما عدد الدورات التي يدورها القرص خلال هذا الزمن ؟

33 ـ بدت دوامة خيل كتلتها 100 kg ونصف قطرها 1.6 m في الدوران من السكون تحت تأثير قوة مماسية مسلطة على حافتها مقدارها 60 N . أوجد طاقة حركتها بعد مرور زمن قدره 3 s .

34 ـ ركبت أسطوانة مصمتة نصف قطرها 5.0 cm وكتلتها 6.0 kg على محور دوران (دنجل) ينطبق على محورها الهندسي . استخدم حبل ملفوف على حافة هذه الأسطوانة لإمدادها بقوة مماسية قدرها 3.6 N خلال زمن قدره 3 s . بفرض أن الأسطوانة قد بدأت حركتها من السكون ، (أ) ما مقدار السرعة الزاوية (بالدورات في الثانية) للأسطوانة في نهاية هذا الزمن ؟ (ب) ما قيمة طاقة حركتها في تلك اللحظة ؟

▪ 35 ـ عجلة نصف قطرها 8.0 cm مركبة في محور دوران أفقي ملفوف حول حافتها خيط مهمل الكتلة يحمل ثقلاً معلقًا في طرفه الحر كتلته 60 g . بعد تحرير الثقل (من السكون) اكتسب النظام تسارعًا بحيث هبط الثقل مسافة قدرها 3 m خلال 5 s . ما قيمة عزم القصور الذاتي للعجلة ؟ ما مقدار الشد في الخيط أثناء هبوط الثقل ؟

▪ 36 ـ أسطوانة نصف قطرها 24 cm في محور دوران ينطبق مع محورها الهندسي ، ويوجد خيط ملفوف على حافة الأسطوانة معلق فيه ثقل كتلته 100 g . بعد تحرير هذه الكتلة من السكون تسارع النظام بحيث هبطت هذه الكتلة مسافة قدرها 180 cm خلال 1.5 s . أوجد عزم القصور الذاتي للأسطوانة والشد في الخيط أثناء هبوط الكتلة .

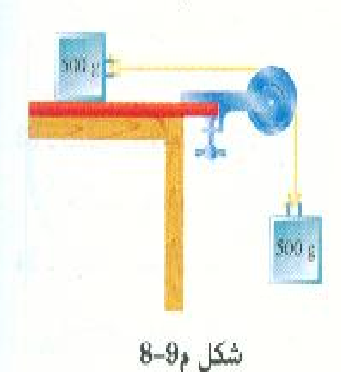
▪ 37 ـ كتلة مقدارها 80 g معلقة في الطرف الحر لخيط ملفوف حول حافة عجلة قطرها 100 cm . هذه العجلة مركبة في محور دوران لا احتكاكي وعزم القصور الذاتي لـها $I = 0.1$ kg.m^2 . تسارعت العجلة من السكون تحت تأثير هبوط الكتلة المعلقة في الخيط . (أ) ما مقدار سرعة دوران العجلة (بالدورات في الثانية) عندما تكون الكتلة قد سقطت مسافة قدرها 1.0 m ؟ (ب) ما مقدار طاقة الحركة الدورانية للعجلة في هذه اللحظة ؟

▪ 38 ـ عجلة أسطوانية عزم قصورها الذاتي $I = 900$ kg.m^2 تدور بمعدل قدره 21.0 rev/min . في لحظة معينة عشقت آلية خاصة في العجلة فأدى ذلك إلى رفع كتلة مقدارها 6.0 kg إلى أعلى أثناء تناقص سرعة الدوران إلى السكون . إلى أي ارتفاع تصل هذه الكتلة قبل سكون العجلة مباشرة ؟ إهمل أي تغير في طاقة الحركة الدورانية أثناء التعشيق .




شكل م8-8

■ 39 ـ حرر النظام المبين بالشكل م8-8 من السكون . (أ) بأى سرعة تدور العجلة اللااحتكاكية (وعزم قصورها الذاتى $I = 0.008\ kg.m^2$ ونصف قطرها $r = 8.0\ cm$) عندما تكون الكتلة 250 g قد سقطت مسافة قدرها 2.4 m ؟ (ب) ما الزمن اللازم لسقوط تلك الكتلة هذه المسافة ؟



شكل م9-8

■ 40 ـ حرر النظام المبين بالشكل م9-8 من السكون . اعتبر أن حركة القالب على المنضدة لا احتكاكية وأن عزم القصور الذاتى للعجلة اللااحتكاكية $I = 0.008\ kg.m^2$ ونصف قطرها 8.0 cm . (أ) ما مقدار سرعة الكتلة اليمنى بعد سقوطها مسافة قدرها 100 cm ؟ (ب) ما الزمن الذى تستغرقه الكتلة لقطع هذه المسافة ؟ (جـ) ما قيمة طاقة الحركة الدورانية للعجلة فى تلك اللحظة ؟

القسم 3-8

■ 41 ـ بدأ طوق نصف قطره 6 cm فى التدحرج بدون انزلاق إلى أسفل على مستوى مائل من السكون . (أ) ما مقدار سرعته الخطية عند وصوله إلى نقطة تنخفض مسافة رأسية قدرها 50 cm عن نقطة البداية ؟ (ب) بأى سرعة (بالدورات فى الثانية) يدور الطوق فى تلك اللحظة ؟

■ 42 ـ كرر حل المسألة السابقة (أ) فى حالة عجلة (قرص) نصف قطرها 6 cm ونصف قطر التدويم لـه 5 cm . (ب) فى حالة قرص منتظم نصف قطره 6 cm .

■ 43 ـ بينما كانت بلية من الصلب نصف قطرها 0.6 cm تتدحرج بدون انزلاق على منضدة بسرعة قدرها 45 cm/s وصلت إلى قاع مستوى مائل فبدأت فى التدحرج عليه إلى أعلى . إلى أى ارتفاع فوق مستوى المنضدة تصل البلية قبل أن تتوقف تمامًا ؟ إهمل فواقد الاحتكاك .

■ 44 ـ كرة مصمتة نصف قطرها 30 cm وكتلتها 80 kg . ما مقدار الشغل اللازم بذله على الكرة كى تتدحرج على سطح أفقى بسرعة زاوية مقدارها 40 rad/s ؟ (افترض أن الكرة تبدأ من السكون وأنها تتدحرج بدون انزلاق) .

■ 45 ـ تتدحرج كرة بولينج مصمتة نصف قطرها 12 cm وكتلتها 8 kg بدون انزلاق فى خط مستقيم بحارة البولينج بسرعة خطية مقدارها 1.6 m/s . ما مقدار طاقة الحركة الكلية للكرة ؟

■ 46 ـ بدأ قرص منتظم حركته من السكون من قمة مستوى مائل فوصل إلى القاع بسرعة مقدارها 12 m/s . ما ارتفاع الطرف العلوى للمستوى المائل عن القاع . افترض أن القرص يتدحرج بدون انزلاق وإهمل الاحتكاك .

■ 47 ـ بدأت كرة مصمتة كتلتها 2.2 kg ونصف قطرها 0.6 m فى التدحرج إلى أسفل على مستوى مائل يصنع زاوية قدرها 24° مع الأفقى من نقطة ترتفع بمقدار 3.2 m عن سطح الأرض . كذلك بدأ قرص وحلقة لـهما نفس الكتلة ونصف القطر

كالكرة في التدحرج إلى أسفل على نفس المستوى المائل ومن نفس الارتفاع وفي نفس اللحظة . إذا كانت الأجسام الثلاثة تتدحرج بدون انزلاق ، فأيهما يصل أولاً إلى القاع ؟ وأيهما يصل أخيرًا ؟

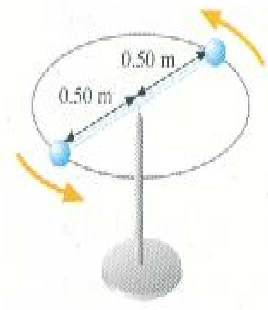
■■ 48 ـ بدأت كرة مصمتة وقرص وطوق ذات عزوم قصور ذاتية متساوية وقدرها $I = 0.05\ kg.m^2$ في نفس اللحظة من قمة مستوى مائل يرتفع 3 m عن أرض مستوية . إذا كانت كل هذه الأجسام تتدحرج بدون انزلاق ، فأيهما يكسب السباق في الوصول إلى قاع المستوى المائل ؟

القسم 8-4

49 ـ عين مقدار كمية التحرك الزاوي لقرص مصمت منتظم نصف قطره 50 cm وكتلته 2.4 kg يتحرك حركة مغزلية بمعدل 6 rev/s حول محور عمودي على مستواه ويمر بمركزه .

50 ـ كرر المسألة السابقة في حالة كرة مصمتة لها نفس الكتلة ونصف القطر وتدور بنفس مقدار السرعة كما في المسألة 49 .

51 ـ يمثل الشكل م10-8 كرتين صغيرتين كتلة كل منهما 1.2 kg مثبتتين في طرفي قضيب معدني خفيف طوله 1.0 m ، ويدور هذا القضيب حول محور يمر بمركزه بمعدل 10 rev/s . جهزت المجموعة بآلية تستطيع تحريك الكرتين إلى الداخل تجاه محور الدوران . (أ) أوجد عزم القصور الذاتي للجهاز الأصلي . (ب) إذا حركت الكرتان فجأة حتى أصبحت كل منهما على بعد قدره 30 cm من المحور ، فما هي السرعة الجديدة للدوران ؟



شكل م10-8

■ 52 ـ تقف امرأة في مركز منصة أفقية على هيئة قرص ، وتدور المنصة دورانًا حرًا بمعدل 2 rev/s حول محور رأسي يمر بمركزها وأيضًا خلال جسد المرأة . أمسكت المرأة كتلتين في يديها المستقيمتين وضمتهما إلى جسدها بحيث أصبح عزم القصور الذاتي للمجموعة (المنصة والمرأة والكتلتين) $1.8\ kg.m^2$. بعدئذ قامت المرأة بفرد ذراعيها حتى تصبح الكتلتان بعيدتين عن جسدها فزاد عزم القصور الذاتي للمجموعة إلى $2.4\ kg.m^2$. (أ) ما مقدار السرعة النهائية لدوران المنصة ؟ (ب) هل تتغير طاقة حركة النظام في هذه العملية ؟ اشرح .

■ 53 ـ أسطوانة فونوغراف على هيئة قرص نصف قطرها 12 cm وكتلته 0.1 kg تدور دورانًا حرًا حول محور رأسي يمر بمركزها بسرعة قدرها 45 rev/min . سقطت حشرة كتلتها 18 g على القرص في نقطة تبعد مسافة قدرها 4 cm عن مركز القرص . ما مقدار السرعة الزاوية الجديدة للقرص ؟

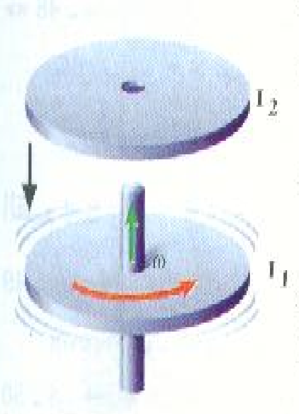
■ 54 ـ في أحد عروض الرقص على الجليد قامت الراقصة بالدوران مغزليًا بسرعة زاوية مقدارها 3 rev/s عندما كان ذراعاها ممدودتان أفقيًا إلى الخارج . بعدئذ قامت الراقصة بخفض ذراعيها فنقص عزم قصورها الذاتي بمقدار 15 في المائة . أوجد (أ) السرعة الجديدة لحركتها الدورانية المغزلية . (ب) النسبة المئوية للتغير في طاقة حركتها .

■ 55 ـ متزحلق على الجليد سرعته v_0 ، وأثناء حركته بهذه السرعة أمسك المتزحلق طرف حبل طوله L_0 مربوط في قائم ثابت . وأثناء دوران المتزحلق حول القائم كان الحبل يلتف على القائم باستمرار مما أدى إلى نقص طوله بصورة مطردة . بفرض أن المتزحلق يتحرك تلقائيًا ولا يحاول إيقاف نفسه ، ما سرعة المتزحلق عندما يكون طول الحبل (نصف قطر الدائرة) (أ) $3L_0/4$ ، (ب) $L_0/2$ ، (جـ) $L_0/3$ ؟ افترض أن نصف قطر القائم أصغر كثيرًا من L_0 .

■ 56 ـ تتكون دوامة الخيل في ملاهي الأطفال أساسًا من قرص منتظم كتلته 150 kg ونصف قطره 6.0 m يدور حول محور رأسي مار بمركزه . وكانت سرعة دوران القرص 15 rev/min عندما كان رجل كتلته 80 kg واقفًا على الحافة الخارجية

له . (أ) بأى سرعة سوف يدور القرص عندما يتحرك الرجل مسافة قدرها 3 m تجاه المركز ؟ (ب) ما مقدار التغير فى طاقة حركة النظام ؟

■ 57 ـ لنفرض أن دوامة الخيل فى المسألة 56 كانت تدور بمعدل 12 rev/min وهى لا تحمل أى شخص على متنها . فإذا جلس شخص كتلته 80 kg فجأة على الحافة الخارجية ، فما مقدار السرعة الزاوية الجديدة لدوامة الخيل ؟

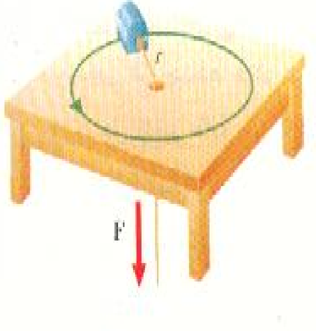


شكل م11-8

■■ 58 ـ يمثل الشكل م11-8 قرصًا بعمود دوران (عزم القصور الذاتى له I_1) يدور بسرعة زاوية مقدارها ω_0 . أسقط قرص غير دائر عزم قصوره الذاتى I_2 على القرص الأول فاقترن به . (أ) أوجد مقدار السرعة بعد التقارن . (ب) كرر المسألة عندما يكون القرص المسقط متحركًا بسرعة زاوية ابتدائية مقدارها ω_2 فى نفس اتجاه ω_1 . (جـ) كرر المسألة عندما تكون $\omega_1 = \omega_2$ ولكن فى اتجاهين متعاكسين . (د) ماذا يحدث لطاقة حركة النظام ؟ أوجد النسبة بين طاقتى الحركة النهائية والابتدائية للنظام .

مسائل إضافية

■■ 59 ـ تعتبر النجوم التى تزيد كتلها عن حوالى 1.5 مرة قدر كتلة الشمس نجومًا غير مستقرة . ذلك أنها تضمر تحت تأثير قوى الجاذبية أحيانًا مكونة نجومًا نيوترونية ، وهى نجوم كثيفة بصورة غير معقولة أنهارت فيها كل الذرات نتيجة لاتحاد الإلكترونات والبروتونات مكونة نيوترونات فقط . وفى هذه الحالة يقل نصف القطر النهائى للنجم إلى حوالى 10^{-5} فقط من نصف القطر الأصلى للنجم . إذا اعتبرنا أن شمسنا تدور حول محورها مرة كل 25 يومًا تقريبًا ، (أ) ما هو الزمن اللازم لدورانها مرة واحدة حول محورها إذا حدث لها مثل هذا الانهيار ؟ (ب) أوجد نسبة طاقة الحركة الدورانية النهائية للنجم إلى طاقة حركته الأصلية .



شكل م12-8

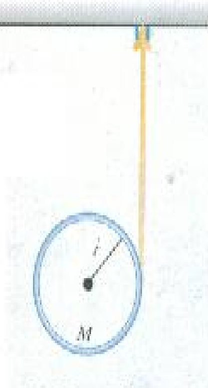
■■ 60 ـ القالب المبين فى الشكل م12-8 ؛ كتلته 25 g يدور فى مسار دائرى على منضدة لا احتكاكية وهو مربوط فى أحد طرفى خيط يمر طرفه الآخر فى ثقب يقع فى مركز الدائرة تمامًا . وعندما كان نصف قطر الدائرة $r = 72$ cm كانت السرعة الزاوية للقالب 30 rev/min . (أ) ما مقدار القوة **F** ؟ (ب) إذا سحب الخيط إلى أسفل مسافة قدرها 12 cm ، فما مقدار السرعة الزاوية الجديدة للقالب ؟ (جـ) ما مقدار الشغل اللازم بذله بواسطة القوة **F** لتقصير نصف قطر الدائرة إلى 60 cm ؟ افترض أن القالب صغير جدًا بالنسبة إلى نصف قطر الدائرة وأن بالإمكان اعتباره نقطة مادية .

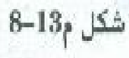
■■ 61 ـ ونش أسطوانى كتلته M ونصف قطره R يلف فى دوران مغزلى بسرعة زاوية مقدارها ω_0 بينما يلف حول حافته خيطًا مرتخيًا مربوط فى طرفه الآخر جسم كتلته m موضوع على الأرضية تحت الونش . وبعد فترة معينة انتهى الجزء المرتخى من الخيط وبدأت الكتلة m فى الارتفاع فجأة عن الأرضية . أثبت أن النسبة المفقودة من طاقة الحركة الكلية فى عملية تسارع الكتلة إلى سرعتها النهائية تساوى $M/(M + 2m)$. إهمل التغيرات فى طاقة الجهد التثاقلى .

■■ 62 ـ أسطوانة مصمتة منتظمة ذات شريط عريض ملفوف حول محيطها ، بحيث كان أحد طرفى الشريط مثبتًا فى السقف (شكل م13-8) . حررت الأسطوانة من السكون ؛ فكان الشريط ينفك أثناء سقوطها بدون انزلاق . فإذا علمت أن كتلة

الأسطوانة 0.6 kg ونصف قطرها 20 cm ، أوجد (أ) العجلة الزاوية للأسطوانة ، (ب) الشد في الشريط ، (جـ) السرعة الزاوية لحظة سقوط الأسطوانة مسافة قدرها 2.5 m من موضعها الابتدائي .

63 ـ استخدم طرق الطاقة لتعيين مقدار سرعة مركز كتلة الأسطوانة المذكورة في المسألة 62 بعد أن تكون الأسطوانة قد سقطت مسافة قدرها 2.5 m . أثبت أن هذه النتيجة متفقة مع إجابة الجزء (جـ) .



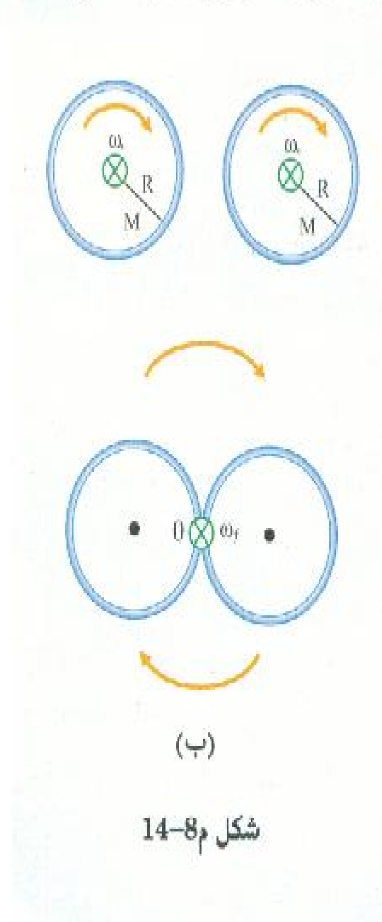


شكل م8-13

64 ـ قرصان متماثلان كتلة كل منهما M ونصف قطره R يدوران دورانًا مغزليًا على منضدة لا احتكاكية حول محور الكتلة بسرعة زاوية قدرها ω_0 (شكل م8-14أ) . تحرك القرصان تدريجيًا تجاه أحدهما الآخر ، وعند تلامسهما التصق القرصان معًا عند نقطة التلامس C . ونتيجة لذلك بدأ القرصان في الدوران حول النقطة C بسرعة زاوية قدرها ω_f (شكل م8-14ب) . عين ω_f بدلالة ω_0 .

65 ـ أسطوانتان إحداهما مصمتة والأخرى على هيئة قشرة رقيقة كتلة كل منهما 1 kg ونصف قطرها 10 cm . بدأت الأسطوانتان في نفس اللحظة في التدحرج بدون انزلاق من السكون إلى أسفل من فوق مستوى مائل يصنع زاوية قدرها 30° مع الأفقي ارتفاعه (عن الأرض) 3 m . ما المسافة التي تكون الأسطوانة الأولى (المصمتة) قد قطعتها على المستوى المائل لحظة وصول الأخرى إلى القاع ؟

66 ـ تظل كمية التحرك الزاوي للأرض ثابتة أثناء دورانها في مدار إهليجي (ناقصي) حول الشمس . استخدم هذه المعلومة لإثبات أن مقدار السرعة الزاوية للأرض تصل إلى قيمتها العظمى عندما تكون الأرض أقرب ما يكون من الشمس .



(ب)

شكل م8-14